

극초단 펄스 레이저에 의한 절연체의 광학 손상 해석

이성혁[†] · 강관구^{*} · 이준식^{**} · 최영기^{***} · 박승호^{****} · 유홍선^{***}

Numerical Analysis of Optical Damage in Dielectrics Irradiated by Ultra-Short Pulsed Lasers

Seong Hyuk Lee, Kwan Gu Kang, Joon Sik Lee, Young Ki Choi,
Seungho Park, and Hong Sun Ryou

Key Words : Fokker-Planck Equation, Ultra-Short Pulsed Laser (극 초단 펄스 레이저), Multi-Photon Ionization (다광자 이온화), Impact Ionization (충돌 이온화), Recombination (재결합)

Abstract

The present article reports extensive numerical results on the non-local characteristics of ultra-short pulsed laser-induced breakdowns of fused silica (SiO₂) by using the multivariate Fokker-Planck equation. The non-local type of multivariate Fokker-Planck equation is modeled on the basis of the Boltzmann transport formalism to describe the ultra-short pulsed laser-induced damage phenomena in the energy-position space, together with avalanche ionization, three-body recombination, and multiphoton ionization. Effects of electron avalanche, recombination, and multiphoton ionization on the electronic transport are examined. From the results, it is observed that the recombination becomes prominent and contributes to reduce substantially the rate of increase in electron number density when the electron density exceeds a certain threshold. With very intense laser irradiation, a strong absorption of laser energy takes place and an initially transparent solid is converted to a metallic state, well known as laser-induced breakdown. It is also found that full ionization is provided at intensities above threshold, all further laser energy is deposited within a thin skin depth.

기호설명

| | |
|----------|----------------------------|
| f | : 전자분포함수, $1/eV \cdot m^3$ |
| F_{cr} | : 손상임계강도, J/m^2 |
| I | : 레이저 강도 W/m^2 |
| R_f | : Joule 가열량, eV/s |
| U_f | : 밴드갭 에너지, eV |

1. 서론

산업용 레이저 가공 방식은 CO₂ 또는 Nd:YAG 레이저 등 출력이 큰 레이저를 사용하여 가공하고자 하는 물체에 레이저를 조사하고, 열적 스트레스를 이용해 물체를 가공한다. 그러나 이 방법은 열적 변형에 의해 가공된 주위의 형상이 뒤틀리거나 물질의 변형이 일어나는 문제점이 발생할 수 있다. 따라서 마이크로 단위의 높은 정밀도를 요구하는 가공에는 적용하기 어렵다. 이러한 열적 문제점들은 극초단 펄스 레이저를 이용해 해결할 수 있다. 실제로 극초단 레이저 가공은 약 수 피코 초(picosecond: ps, 10~12 s)에서 수십 펨토 초(femtosecond: fs, 10~15 s) 단위의 매우 짧은 레이저 펄스를 이용하는 가공으로 가공 물체 표면에서의 열적 변형이나 뒤틀림을 방지할 수 있다. Figure 1

[†] 중앙대학교 기계공학부
E-mail: leesh89@cau.ac.kr
TEL: (02)820-5254 FAX : (02)814-9476

^{*} 중앙대학교 대학원

^{**} 서울대학교 기계항공공학부

^{***} 중앙대학교 기계공학부

^{****} 홍익대학교 기계시스템디자인공학부

은 전통적인 레이저의 가공 메커니즘과 극초단 펄스 레이저의 가공 메커니즘을 나타낸다. 고출력 에너지를 가진 극초단 펄스레이저(ultra-short pulsed laser)는 1980 년대에 상용화가 가능하게 된 기술로서 가공 분야 외에도 마이크로 시스템 제작 공정, 박막의 물성 측정, 레이저에 의한 물질 합성 및 파손(damage), 미세 구조 표면의 오염 물질 제거 등과 같은 다양한 분야에서 활발하게 적용되고 있다[1].

레이저 가공 시 피사체에서의 전자 밀도 및 전자 온도를 측정하기는 매우 어려워져 대부분의 실험 연구들은 주로 레이저의 임계 강도 혹은 레이저에 의한 물체의 반사율 등을 측정하여 간접적인 정보를 제공하여 왔다[2,3]. 한편 대표적인 이론적 접근으로는 볼츠만 수송 방정식을 기초로 레이저와 같은 높은 에너지를 가지는 광자와 전달자 간의 상호 작용을 나타낼 수 있는 Fokker-Planck 방정식을 이용한 해석을 들 수 있다. Fokker-Planck 방정식은 비평형 상태에서의 전자 거동을 매우 정확히 나타낼 수 있는 것으로 알려져 있다[4]. Holway 등[5]은 NaCl 에 대해 Fokker-Planck 방정식을 이용하여 레이저 광자와 전달자 간의 상호작용을 수치적으로 모사하였다. 그들은 비정상적인 전자 분포를 애벌런치 현상에 대해 해석하였고 이를 통해 다양한 레이저 펄스에 따른 이온화율을 예측하였다. Stuart 등[6]은 flux-doubling 모델을 사용하여 Fokker-Planck 방정식을 간략하게 정리한 비례방정식을 도출하였다. 그러나 이러한 연구들은 전자 에너지와 시간에 따라서 유도된 Fokker-Planck 방정식을 이용하기 때문에 공간에 대한 전자 전달 특성 및 광학특성에 대한 정보를 제공하지 않는다. 그러나 극초단 펄스 레이저에 의한 광학 특성 변화와 플라즈마가 형성되는 공간 특성을 분석하는 것은 실제 레이저 응용 분야에서 매우 중요한 부분이다.

본 연구의 목적은 극초단 펄스 레이저를 이용한 정밀 가공 시 절연체 내부의 비국부적 에너지 전달과 광학적 파손 특성을 분석하고 공간 내의 변화를 예측한다. 전자에 의한 에너지 전달 해석은 볼츠만 수송 방정식(Boltzmann Transport Equation: BTE)에 근거한 비국부 Fokker-Planck 방정식을 이용하며 레이저에 의한 광학 특성 변화는 수정된 Drude 모델을 사용한다. 또한 다양한 레이저 강도 및 레이저 펄스 변화에 따른 전자 거동의 특성을 해석하여 절연 파손 현상에 대한 이해를 증진하고 극초단 펄스 레이저에 의한 가공 메커니즘을 규명하는 데에 유용한 자료를 제공하고자 한다.

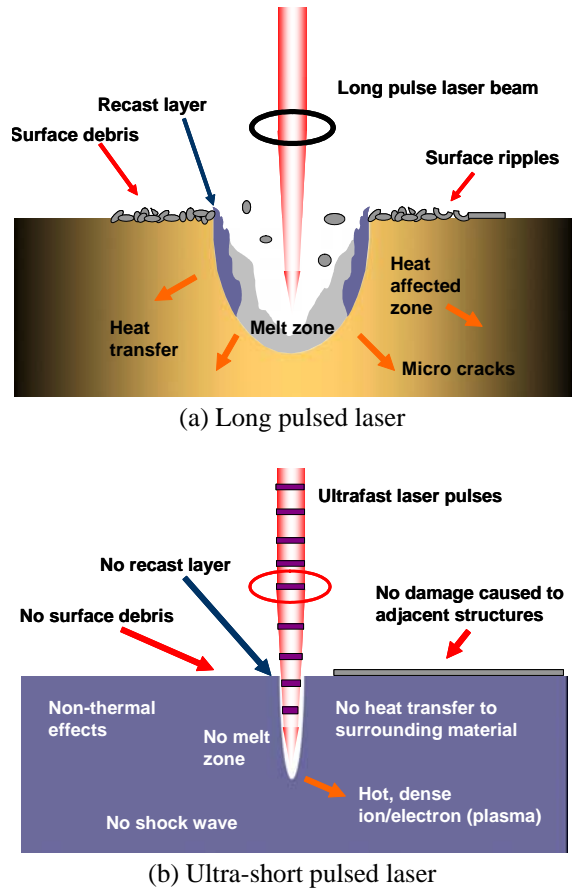


Fig. 1 A schematic of laser machining with long and short pulses.

2. 이론적 모델

2.1 비국부적 Fokker-Planck 방정식

본 연구에서는 비국부적 Fokker-Planck 방정식을 이용하여 전자분포함수를 구하고, 얻어진 전자분포함수를 통하여 전자밀도, 전자온도 등을 예측한다. 예측된 결과는 이전 실험 결과 또는 이론 결과와 상호 비교되어 검증된다. 본 연구에서 사용된 Fokker-Planck 방정식[7,8]은 다음과 같다.

$$\frac{\partial f(\epsilon, x, t)}{\partial t} + \frac{\partial J_\epsilon}{\partial \epsilon} + \frac{\partial J_x}{\partial x} = R_{joul}(\epsilon, x, t) + R_{imp}(\epsilon, x, t) + R_{rec}(\epsilon, x, t) + R_{pi}(\epsilon, x, t) \quad (1)$$

여기서 J_ϵ 와 J_x 는 각각 에너지 축과 x 축 방향으로의 확률유동밀도(probability current densities), 우변에서 R_{joul} 항은 레이저에 의한 Joule 가열과 에너지 확산을 나타낸다. Joule 가열량이란 격자 내 전자들이 레이저 포톤으로부터 에너지를 받아서 전자의 에너지가 올라가는 양을 의미하고 아래와

같이 나타낼 수 있다.

$$R_{joul}(\varepsilon, x, t) = -\frac{\partial}{\partial \varepsilon} \left[\frac{\sigma(\varepsilon)E^2(x, t)}{3} - \frac{2\sigma(\varepsilon)E^2(x, t)\varepsilon}{3} \frac{\partial n}{\partial \varepsilon} \right], \quad (2)$$

여기서 $\sigma(E)$ 는 전기전도도 (electrical conductivity) 이고 E 는 레이저에 의해 유도된 전기장이다.

충돌 이온화 현상은 레이저로부터 에너지를 받은 전자가 임계에너지보다 큰 에너지 상태에 위치할 경우, 그 전자는 가전자대의 전자와 충돌하여 가전자대의 전자들로 에너지를 전달하는 현상이다. 에너지를 전달 받은 가전자대의 전자는 에너지 준위의 상승으로 인해 이온화되어 결과적으로 충돌 후 이온화된 전자 수는 충돌 전에 비해 두 배로 늘어나게 된다. 충돌 이온화가 발생하기 위해서는 충돌을 일으키는 전자가 가전자대의 전자를 이온화 시켜야 하므로 충돌을 일으키는 전자의 에너지가 밴드갭 이상의 에너지를 가지고 있어야 한다. 또한 전자의 에너지가 높을수록 전자의 운동량이 크므로 충돌을 일으킬 확률이 높아진다. 본 연구에서 적용한 충돌 이온화 모델은 다음과 같다.

$$R_{imp} = -v_i(\varepsilon)n(\varepsilon, x, t) + 4v_i(2\varepsilon + U_I)n(2\phi + U_I, x, t). \quad (3)$$

본 연구에서 충돌이온화율(impact ionization rate) $v_i(E)$ 은 Keldysh[9]에 의해 제안된 $\chi(E/U_I - 1)^2$ [s^{-1}]에 의해 계산된다.

한편 삼체 재결합(three-body recombination)은 충돌이온화의 역 과정을 나타낸다[10]. 즉 에너지 레벨 E 에 있는 2개의 전자 중 하나는 가전자대의 정공과 재결합을 하고 나머지 하나는 임계에너지 이상으로($E+U_I$) 증가하는 과정을 나타내며 다음과 같은 모델에 의해 표현될 수 있다.

$$R_{rec}(\varepsilon, x, t) = 2^{3/2}r(\varepsilon)\theta\left(\frac{\varepsilon}{U_I} - 1\right)n^2\left(\frac{\varepsilon - U_I}{2}, x, t\right) - 2^{7/2}r(2\varepsilon + U_I)n^2(\varepsilon, x, t) \quad (4)$$

다광자 이온화(Multi-Photon Ionization: MPI)는 레이저 광자의 에너지가 가전자대의 전자들에게 전달되어 그 전자들이 이온화되는 과정을 말한다. 전자들로 전달되는 에너지의 크기는 상황에 따라 다를 수 있으나 대부분 정규분포 형태의 에너지를 가진다고 가정한다. 또한 에너지를 받은 전자들 중에 상당수는 밴드갭보다 큰 에너지를 가지게 되고, 이런 전자들이 충돌 이온화를 발생시켜 전자

들의 애벌런치가 발생한다. 따라서 극초단 펄스 레이저에 의해 전자 애벌런치가 발생되기 위해서는 다광자 이온화에 의한 전자 생성이 필수적이다. 본 연구에서 다광자 이온화는 다음과 같이 나타낸다[6].

$$R_{pi}(E, x, t) = P[I(x, t)]B(E), \quad (5)$$

여기서 P 는 다광자 이온화율이고 $B(E)$ 는 광전자의 분포 함수이며, $I(x, t)$ 는 레이저 강도이다. 본 연구에서는 1053 nm 파장을 가지는 레이저에 대해서 수치해석을 수행하였고, 이 경우 다광자 이온화를 일으키기 위해서는 8개의 광자들이 요구된다.

2.2 레이저 강도의 분포

공간 내의 전자 에너지 전달 특성을 분석하기 위해서는 우선 레이저 강도의 공간 분포를 정확히 알고 있어야 한다. 본 연구에서는 절연체에 조사되는 레이저 강도가 다음과 같은 Gaussian 분포를 갖는다고 가정하였다.

$$I(x=0, t) = I_0(1-R)\exp\left(-4.0(\ln 2)\frac{t^2}{\tau^2}\right), \quad (6)$$

여기서 t_p 는 레이저 펄스지속시간(full-width at half-maximum; FWHM)을 나타내고 I_0 는 최대 레이저 강도를 의미하며 R 은 표면 반사율이다. 전자 애벌런치가 발생하여 전자의 수밀도가 급격하게 증가하면 절연체(dielectrics)는 더 이상 절연체의 특성을 보이지 않고 금속 특성이 국부적으로 나타나게 된다. 이 경우 표면 반사율이 증가하여 흡수되는 레이저 강도는 감소한다. 이때 반사율은 Drude의 유전함수(dielectric function)를 사용하여 구할 수 있다. 본 연구에서는 전자들의 공간 분포를 해석하기 때문에 레이저 강도의 공간 변화를 고려할 수 있는 수치 모델이 필요하며 본 해석에서는 공간 내의 복사 강도를 에너지 보존 법칙을 이용하여 아래와 같이 나타내었다.

$$\frac{\partial}{\partial x}I(x, t) = -P(I)\hbar\omega K - \langle\sigma\rangle nE_t^2, \quad (7)$$

여기서 ω 는 입사된 레이저의 진동수이다. 식 (7)에서 우변의 첫째 항은 다광자 이온화에 의한 흡수를 나타내며 두 번째 항은 Joule 가열에 의한 흡수를 의미한다.

2.3 수치해석법

본 연구에서 사용한 재료는 fused silica 로 구체적인 물성들은 Table 1 에 요약되어 있다. Fokker-Planck 방정식은 유한 차분법과 Crank-Nicholson 방법을 사용하여 이산화되었다. 초기 전자분포함수는 영(zero)으로 설정하였다. 한편 경계 조건은 공간과 에너지 축에 대해 다음과 같이 설정된다.

$$J = 0 \text{ at } \epsilon = 0, \tag{8}$$

$$f(\epsilon, x, t) \rightarrow \infty \text{ as } \epsilon \rightarrow \infty. \tag{9}$$

$\epsilon > 5U_I$ 영역에서는 전자분포함수는 무시할 수 있을 정도로 매우 작기 때문에 본 연구에서는 계산 영역을 $\epsilon = 0$ 에서 $5U_I$ 구간으로 채택하였다. 여기서 이온화 에너지 $U_I = 9\text{eV}$ 로 SiO_2 의 밴드갭 에너지에 해당한다. 파손임계강도(damage threshold fluence)는 절연 파손이 일어나기 위한 전자 수밀도로부터 계산될 수 있다. 본 연구에서 사용한 임계전자밀도(critical density of electrons) $n_{cr} \approx 1.11 \times 10^{21} [\text{cm}^{-3}]$ 이다. 손상임계강도는 다음과 같다.

$$F_{cr} = \int_{-x}^{+x} I(0, t) dt = \int_{-x}^{+x} I_{cr} \exp\left(-4(\ln 2) \frac{t^2}{\tau^2}\right) dt, \tag{10}$$

여기서 I_{cr} 은 임계레이저강도(critical laser intensity)이며 레이저 손상이 나타나는 최소값을 의미한다. 한편 전자밀도는 전자 에너지에 대해 적분함으로써 공간과 시간의 함수로 다음과 같이 결정된다.

$$n(x, t) = \int_0^{\infty} f(\epsilon, x, t) d\epsilon. \tag{11}$$

Table 1 Physical properties of SiO_2 used in this study

| Parameter | Definition | Value |
|-----------------|---------------------------------------|------------------------------|
| $\hbar\omega_p$ | Phonon energy [eV] | 0.0323 [11] |
| γ | Energy loss rate [ps^{-1}] | 200.0 [11] |
| m^* | Effective mass [kg] | 9.109×10^{-31} [11] |
| e | Electron charge [C] | -1.602×10^{-19} |
| U_I | Bandgap energy [eV] | 9.0 [6] |
| \hbar | Planck constant [J·s] | 1.054×10^{-34} |

3. 결과 및 고찰

우선 본 연구에서는 전자-정공 재결합이 전자밀도에 미치는 영향에 대해 고찰하였다. Figure 2 는 재결합을 고려했을 때와 고려하지 않았을 때 시간에 따른 전자 밀도의 예측 값을 나타낸다. 그림에서 1.3 J/cm^2 인 경우는 손상임계강도를 나타내며 이때 전자와 정공간의 재결합 현상은 거의 나타나지 않는다. 재결합을 포함하지 않는 경우 예측된 결과들은 이전에 발표된 연구결과들과 잘 일치하고 있다[6, 12]. 반면 2.6 J/cm^2 일 때, 재결합을 고려하지 않은 경우의 전자밀도는 재결합을 고려했을 때보다 10^4 배 정도 크게 예측되고 있다. 또한 Fig. 2 로부터 2.6 J/cm^2 인 경우, $t = 0 \text{ ps}$ 이후부터는 전자밀도의 급격한 증가가 재결합 현상에 의해 억제되고 있음을 확인할 수 있다. 이것은 다광자 이온화와 충돌 이온화에 의해 증가한 전자밀도가 재결합으로 인해 더 이상 증가하지 않고 평형 상태에 도달함을 의미한다.

Figure 3 은 SiO_2 를 투과한 복사강도를 최대 레이저 강도로 무차원된 값을 나타내며 레이저 강도 변화에 따른 영향을 보여준다. 입사된 레이저 강도가 작을 경우, 투과된 복사 강도는 시간에 따라서 Gaussian 형태를 유지하고 있다. 이것은 1053 nm 파장의 경우, 레이저 에너지의 대부분이 SiO_2 를 투과하기 때문이다. 그러나 입사되는 레이저 강도가 증가할수록 투과된 복사 에너지는 급격히 감소하는데 이것은 SiO_2 가 금속과 유사한 광학특성을 나타내고 전도대의 자유전자가 레이저의 에너지를 흡수함을 보여주는 것이다. 이러한 경향은 반사율을 나타내는 Fig. 4 에서도 확인할 수 있다.

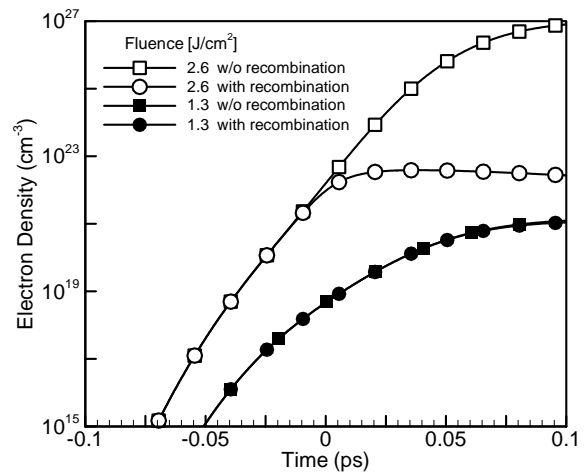


Fig. 2 Recombination effects on the estimated electron densities at 1.3 and 2.6 J/cm^2 .

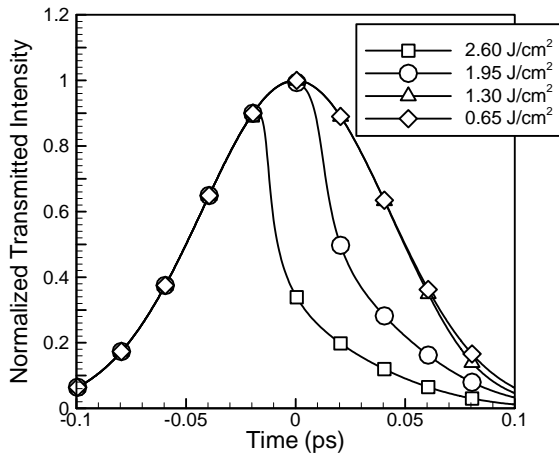


Fig. 3 Normalized transmitted intensities for various laser fluences.

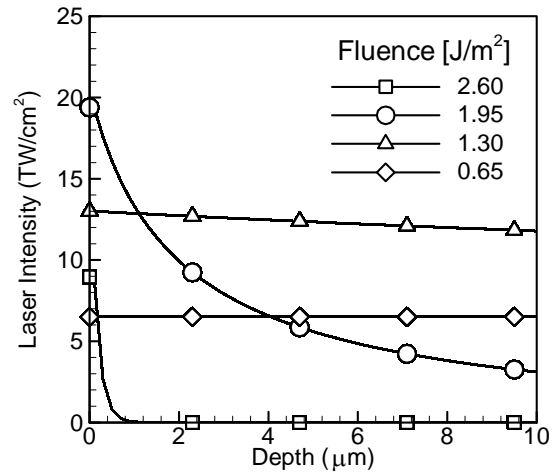


Fig. 5 Spatial distributions of laser intensity for different laser fluences at $t = 0$ ps.

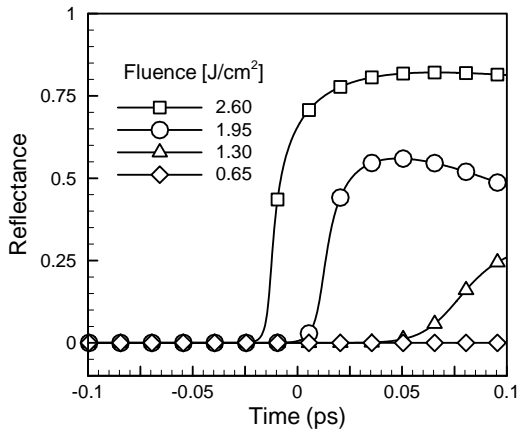


Fig. 4 Influence of laser fluence on reflectance at the interface during laser irradiation.

그림에서 입사되는 레이저 강도가 증가할수록 반사율이 증가를 시작하는 시간이 빨라짐을 관찰할 수 있으며 2.6 J/m²의 경우, 반사율은 약 75%까지 증가한다. 레이저의 플루언스가 증가함에 따라 전자밀도는 파손 임계 값에 더욱 빨리 도달하게 되고 전자밀도의 값도 비례적으로 증가한다. SiO₂가 금속의 성질을 가지게 되는 시작점은 전자밀도가 임계밀도 n_{cr} 에 도달하는 시간과 거의 일치한다.

Figure 5는 $t = 0$ ps 일 때, 4 가지의 다양한 레이저 강도에 대한 레이저 강도의 공간 변화를 나타낸다. x 축에서 영(zero)값은 공기와 SiO₂의 경계를 나타내고 총 깊이 10 μm 에 대해서 계산이 수행되었다. 여기서 $t = 0$ ps 은 레이저 강도가 최대일 때를 의미한다. 입사되는 경계면 ($x = 0$)에서의 레이저 강도가 변화하는 것은 앞서 지적한 바와 같이 입사된 레이저 강도에 따라서 광학적 성질이 변화하기 때문이다. 반사율의 증가는 표면에서 흡

수 되는 복사강도를 감소시키는 역할을 한다. 2.6 J/cm²와 같이 매우 강한 레이저 강도에서는 흡수 길이(absorption length)가 레이저의 파장 길이와 거의 같은 크기를 가지며, 이 흡수 길이는 레이저 강도가 커질수록 짧아진다. 임계 강도보다 더 높은 레이저 강도에서 높은 전자 밀도영역이 형성되면 그 이후의 레이저 입사는 대부분 반사되거나 매우 짧은 구간에서 전부 흡수된다.

Figure 6은 전자 밀도의 공간 분포를 나타낸다. 입사된 레이저의 강도가 클수록 전자밀도는 증가하지만 공간 분포의 현격한 변화는 나타나지 않는다. 레이저에 의한 절연체 가공은 전도대 전자밀도가 임계값 이상으로 급격하게 증가하여야 가능하게 되고 임계밀도까지 증가한 경우 이온화된 전자들은 레이저 에너지를 국부적으로 급격하게 흡수한다. 실제로 다광자 이온화의 주된 역할은 주울 가열과 함께 충돌이온화를 일으킬 수 있는 씨앗 전자들을 생성하는 것이다. 전자 애벌런치가 발생하면 충돌 이온화율은 다광자 이온화율보다 훨씬 커지게 되고 이로 인해 전자밀도는 급격히 증가하여 임계값에 도달한다. 임계상태에 도달하면 재결합율이 증가하여 궁극적으로 충돌이온화에 의한 전자 생성과 재결합에 의한 전자소멸이 서로 평형을 이루어 일정한 값으로 수렴하게 된다. 식 (7)에서 볼 수 있듯이 전자 밀도가 증가할수록 흡수율도 급격히 증가한다. $t = 0$ ps에서 2.6 J/cm²의 레이저 강도에 대해 예측된 흡수계수는 임계 레이저 강도인 1.6 J/cm²보다 약 10³ 정도 더 크게 나타난다. 이러한 흡수계수의 증가는 레이저 에너지가 SiO₂ 내부로 강하게 흡수되는 주 원인이 된다.

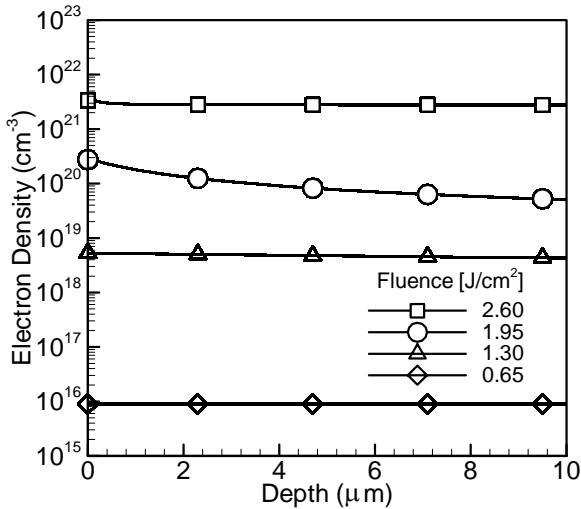


Fig. 6 Spatial distributions of electron density for various laser fluences at $t = 0$ ps.

4. 결론

본 연구에서는 Fokker-Planck 방정식을 사용하여 극초단 펄스 레이저에 의한 절연체의 광학적 손상에 대해서 수치해석을 수행하였고 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 임계손상강도보다 작은 레이저 강도에서는 거의 모든 레이저 에너지를 투과시키는 반면 임계손상강도보다 큰 레이저 강도에서는 국부적으로 형성된 플라즈마에 의한 금속과 유사한 광학적 성질이 나타났고 이로 인해 표면 반사율이 증가하였다. 본 연구에서 사용된 100 fs의 레이저 펄스에 대해서 임계손상강도는 1.3 J/cm^2 으로 예측되었다. 입사되는 레이저 강도가 증가할수록 레이저 에너지의 투과는 더 빠른 시간에서 감소하기 시작한다.

2. 임계손상강도에 근접한 레이저 강도에서 주열 가열은 레이저 에너지 흡수의 주된 원인이 되며 전자들의 공간 분포를 변화시키는 주된 요인임을 확인하였다. 또한 전자 밀도가 임계 값 이상으로 증가하면 충돌이온화와 재결합은 서로 평형을 이루어 전자밀도는 일정하게 유지된다.

3. 임계 강도보다 더 높은 레이저강도로 입사된 경우, 국부적인 공간에서 플라즈마가 형성되는 데 광학침투두께는 매우 얇게 형성된다. 흡수길이는 레이저 파장과 거의 동일한 오더를 갖게 되고 레이저 강도가 증가할수록 그 길이는 짧아진다.

후 기

본 연구는 한국과학재단에서 지원하는 마이크로 열시스템 연구센터 연구사업에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) M. R. Lange, J. K. McIver, and A. H. Guenther, 1985, "Pulsed Laser Damage in Thin Film Coatings: Fluorides and Oxides," *Thin Solid Films*, Vol. 125, No. 1-2, pp. 143-155.
- (2) M. Lenzner, J. Krüger, S. Sartania, Z. Cheng, Ch. Spielmann, G. Mourou, W. Kautek, and F. Krausz, 1998, "Femtosecond Optical Breakdown in Dielectrics" *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 80, pp. 4076-4079.
- (3) D. Du, X. Liu, G. Korn, J. Squier, G. Mourou, 1994, "Laser-Induced Breakdown by Impact Ionization in SiO_2 with Pulse Widths from 7 ns to 150 fs," *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 64, No. 23, pp. 3071-3073.
- (4) Y.M. Oh, S.H. Lee, S. Park, and J.S. Lee, "A Numerical Study on Ultra-Short Pulse Laser-Induced Damage on Dielectrics Using Fokker-Planck Equation," *Int. J. Heat Mass Transfer* (in press).
- (5) L.H. Holway Jr. and D.W. Fradin, 1975, "Electron Avalanche Breakdown by Laser Radiation in Insulating Crystals," *J. Appl. Phys.*, Vol. 46, pp. 279-291.
- (6) B.C. Stuart, M.D. Feit, S. Herman, A.M. Rubenchik, B.W. Shore, and M.D. Perry, 1996, "Nanosecond-to-Femtosecond Laser-Induced Breakdown in Dielectrics," *Phys. Rev. B*, Vol. 53, pp. 1749-1761.
- (7) E. Bringuier, 1997, "Fokker-Planck Approach to Nonlocal High-Field Transport," *Phys. Rev. B*, Vol. 56, pp.5328-5331.
- (8) E. Bringuier, 1998, "Kinetic Theory of High-Field Transport in Semiconductors," *Phys. Rev. B*, Vol. 57, pp.2280-2285.
- (9) C.V. Keldysh, 1965, "Ionization in the Field of a Strong Electromagnetic Wave," *Soviet Phys. JETP*, Vol. 20, pp. 1307-1314.
- (10) T. Apostolova, and Y. Hahn, 2000, "Modeling of Laser-Induced Breakdown in Dielectrics with Subpicosecond Pulses," *J. Appl. Phys.* Vol. 88, pp.1024-1034.
- (11) M. Sparks, D.L. Mills, R. Warren, T. Holstein, A.A. Maradudin, L.J. Sham, E. Loh Jr., and, D.F. King, 1981, "Theory of Electron-Avalanche Breakdown in Solids," *Phys. Rev. B*, vol. 24, pp. 3519-3536.
- (12) M.D. Perry, B.C. Stuart, P.S. Banks, M.D. Feit, V. Yanovsky, and A.M. Rubenchik, 1999, "Ultrashort-Pulse Laser Machining of Dielectric Materials," *J. of Appl. Phys.*, vol. 85, issue 9, pp. 6803-6810.