# 절삭이론을 이용한 엔드밀 가공에서의 절삭력 예측에 관한 연구

정성찬†·김국원*

# A Study on the cutting forces prediction using machining theory in end milling

Sung-Chan Jung, Kug-Weon Kim

**Key Words:** Cutting forces(절삭력), End milling(엔드밀 가공), Predictive machining theory(예측 절삭이론)

**Abstract**

A new approach for modelling and simulation of the cutting forces in end milling processes is presented. In this approach, the cutting forces in end milling are modelled based on a predictive machining theory, in which the machining characteristic factors are predicted from input data of fundamental workpiece material properties, tool geometry and cutting conditions. In the model, each tooth of a end milling cutter is divided into a number of slices along the cutter axis. The cutting action of each of the slices is modelled as an oblique cutting process. For the first slice of each tooth, it is modelled as oblique cutting with end cutting edge effect, whereas the cutting actions of other slices are modelled as oblique cutting without end cutting edge effect. The cutting forces in the oblique cutting processes are predicted using a predictive machining theory. The total cutting forces acting on the cutter is obtained as the sum of the forces at all the cutting slices of all the teeth. A Windows-based simulation system for the cutting forces in end milling is developed using the model. Experimental milling tests have been conducted to verify the simulation system.

## 1. 서 론

새로운 공작기계나 절삭공구의 설계 및 개선을 위하여 절삭 공정 중 발생되는 절삭력 성분을 정확히 예측하는 것이 필요하다. 절삭 과정에서 절삭력 정보의 중요성은 그동안 공작기계 분야에서 익히 강조되어 왔다.

† 책임저자, 회원, 순천향대학교 기계공학과 대학원
E-mail : 98-fighting@hanmail.net
TEL : (041)530-1428 FAX : (041)530-1550
* 회원, 순천향대학교 기계공학과

특히 주 절삭력 정보는 공구 파손을 예측하고 마모를 감지하여 그 밖의 다른 오동작을 검출해 내는 것에 있어서 매우 중요한 것으로 잘 알려져 있다. 최근 공작기계 강성 및 성능의 향상, 고속절삭용 공구의 발전, 금형 산업의 생산성과 정밀도 향상의 요구로 머시닝센터를 중심으로 고속가공에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 현재의 고속가공은 알루미늄 합금 등의 소재를 가공 시 주축회전수가 100,000rpm 이상의 절삭속도에서 가공이 행해지고 있고, 금형강 등 고경도재에의 적용은 최근에 이루어지고 있으나, 연구의 초기단계라 고속단속절삭을 대상으로 한 절삭현상의 메커니즘이 아직 명확히 규명되지 않았다. 이러한 문제점에도 불구하고 고속가공은 고능률, 고정도의 가공을 실험한다는 측면에서 그 효용가치가 매우 높으며 현

재 가장 연구가 활발히 진행되고 있는 가공기술 중의 하나이다.

밀링가공에서의 절삭력 해석에 관한 연구는 오랫동안 많은 연구자들의 관심을 받아왔으며, 수많은 논문들이 발표되었다. 그러나 진정한 의미의 밀링 절삭력 예측모델에 관한 연구는 Oxley[1] 의 2차원 예측절삭이론을 이용한 논문이 발표된 이후이다. 이 연구들[2-6]에서는 Oxley 이론을 이용하여 2차원 절삭력을 계산하고, 가공에 관여하는 공구 날에서는 경사절삭이 연속적으로 이루어진다는 가정하에서 밀링절삭력을 예측할 수 있었다.

본 연구에서는 고속가공 연구의 첫 단계로서 엔드 밀링 가공 시 발생하는 절삭력에 대한 이론적 연구를 수행하였다. Oxley의 예측 절삭이론을 이용하여  어떠한 선행 실험 없이 피삭재의 물성치, 공구형상 및 절삭조건만으로 엔드 밀링 절삭력을 유효하게 예측할 수 있는 방법을 제시하였다.

## 2. 절삭이론

### 2.1 2차원 절삭이론

절삭해석에 사용되는 2차원 정상상태의 칩 형성 모델이 Fig. 1에 나타나 있다.

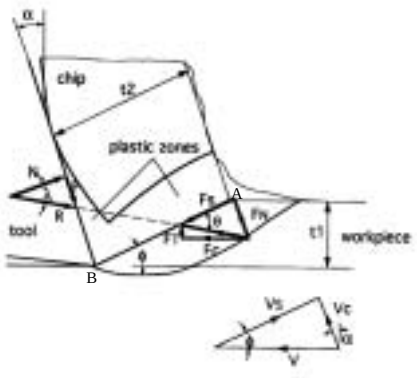



**Fig.1** Orthogonal chip formation model

Oxley의 예측 절삭이론에서 공구는 완전히 예리하다고 가정하고, 제 1소성영역의 중심에 있는 AB면과 칩-공구 접촉면은 최대 전단응력과 최대 전단변형률속도의 방향이라 가정된다. 이 이론의 기본은 AB면과 칩-공구 접촉면의 응력을 전단각, 재료의 물성치 및 절삭조건 등으로 해석하고 AB면과 접촉면에 의해 전달되는 절삭력이 평형을 이루는

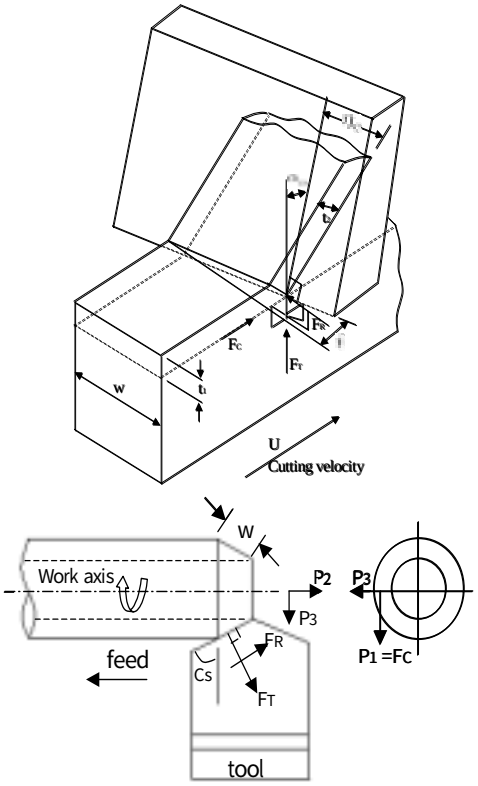



**Fig.2** Model for simple oblique cutting

전단각, $\phi$를 찾는 일이다.

일단 $\phi$가 알려지면 칩 두께($t_2$)와 2차원 절삭요소들을 결정 할 수 있으며 이를 이용하여 3차원 절삭가공에서의 절삭력을 구할 수 있다.

### 2.2 3차원 절삭력 예측

Oxley의 예측 절삭이론에서 Fig. 2에서 보는 것과 같은 3차원 절삭과정에서의 주절삭력, 이송방향 그리고 횡방향 절삭력인 $P_1$, $P_2$ 그리고 $P_3$를 다음과 같은 식 (1)을 통해서 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_1 &= F_{C,} \\ P_2 &= F_T \cos C_S + F_R \sin C_S \,, \\ P_3 &= F_T \sin C_S - F_R \cos C_S \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $C_S$는 공구 측면 절삭날 각이며, $F_C$, $F_T$ 그리고 $F_R$ 은 cutting, feed 그리고 radial 방향의 절삭력이다. Oxley의 연구에 따르면 Cs=0일 때 식(2)와 같이 계산된다.

$$F_C = R\cos(\lambda - \alpha_n) \,,$$

$$F_T = R\sin(\lambda - \alpha_n) \ , \tag{2}$$
$$F_R = \frac{F_C(\sin i - \cos i \sin\alpha_n \tan\eta_c) - F_T \cos\alpha_n \tan\eta_c}{\sin i \sin\alpha_n \tan\eta_c + \cos i}$$

여기서 λ는 공구와 칩 사이에서의 마찰각이며, $\alpha_n$은 공구의 수직 경사각이다. 또한 $\eta_c$는 칩 유출 각이며 Stabler의 연구에 따라 공구의 기울림 각 $i$ 와 같다고 가정한다. 합력 R은 다음과 같다.

$$R = \frac{k_{AB} t_1 w}{\sin\phi \cos\theta} \tag{3}$$

여기서 $k_{AB}$는 AB면에서의 전단유동응력이며, $t_1$은 미변형 칩 두께, w는 절삭너비이다. 또한 $\phi$는 전단각이며 $\theta$는 전단면과 R에 의해 만들어진 각이다.

### 2.3 공구 끝단의 영향에 대한 고려

2차원 절삭에서는 절삭 날의 수직방향으로 칩 흐름각이 형성이 된다. 하지만 기울림 각이 존재하는 3차원 절삭에서는 Stabler의 연구에 따라 기울림 각과 칩 유출각이 같다고 가정한다. 그러나 Oxley의 연구에 따르면 실제적인 절삭 실험에서 날 끝 영향인 end effect로 Stabler의 가정과 다르게 기울림 각과 칩 유출각 사이에 오차가 발생한다. 이로 인하여 절삭력인 $P_1$, $P_2$ 그리고 $P_3$ 중 $P_3$의 값이 계산치와 실험치 사이에 오차가 나는 것을 확인할 수 있다. 그러므로 공구 끝단에서의 end effect를 고려하여야 한다.

Colwell의 연구에서 칩은 이송과 절입 깊이의 연장선에 수직 방향으로 흐른다고 가정하였다. 이것을 이용하여 새로운 3차원 형상의 절삭날을 형성하고 이에 따른 새로운 기울림 각과 공구 측면 절삭날 각 그리고 상면 경사각을 정의 하여 end effect의 영향을 고려한 보다 정확한 절삭력을 구한다. 기존의 Cs, $i$, $\alpha_n$, $\eta_c$ 의 값으로부터 변경된 값을 구하여 절삭력을 예측한다. 그러므로 위의 수식 (1), (2)을 다음과 같이 바꾸어야 한다.

$$P_1 = F_C,$$
$$P_2 = F_T \cos C_S^* + F_R \sin C_S^* \ , \tag{4}$$
$$P_3 = F_T \sin C_S^* - F_R \cos C_S^*$$

여기서 $C_s^*$는 공구 측면 절삭날 각인 Cs로부터 계산된 등가 공구 측면 절삭날 각이다.

$C_s^* = 0$일 때, $F_C$, $F_T$, $F_R$은 (5)와 같다.

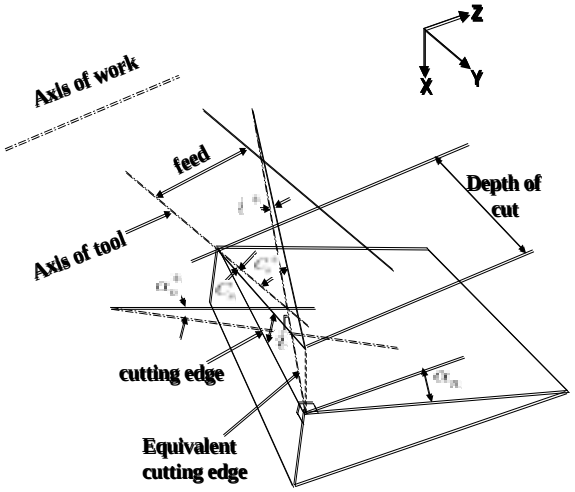



**Fig. 3** Equivalent cutting edge

$$F_C = R\cos(\lambda - \alpha_n^*)$$
$$F_T = R\sin(\lambda - \alpha_n^*) \tag{5}$$
$$F_R = \frac{F_C(\sin i^* - \cos i^* \sin\alpha_n^* \tan\eta_c^*) - F_T \cos\alpha_n^* \tan\eta_c^*}{\sin i^* \sin\alpha_n^* \tan\eta_c^* + \cos i^*}$$

여기서 $\lambda$는 칩-공구 사이의 마찰각이며, $\alpha_n^*$는 공구의 수직 경사각인 $\alpha_n$으로부터 계산된 등가 공구 수직 경사각이며 $i^*$는 공구 기울림 각인 $i$로부터 계산된 등가 공구 기울림 각이다. 또한 $\eta_c^*$는 Stabler가 가정한 칩 유출 각에 따라 계산된 값이며 등가 공구 측면날 각에 따라서 변경되었다. 수식에서 "$*$" 표시가 붙은 것은 end effect로 인해서 변경된 각들을 표시한 것이다. 그리고 R은 칩-공구 경계와 전단면에서의 합력이다. 절삭날 노우즈에 대한 영향은 절입 깊이에 비하여 절삭날 노우즈가 매우 작으므로 존재하지 않다고 가정한다.

## 3. 엔드밀 가공에서의 절삭력 모델

### 3.1 절삭력 모델

Li 등(6)에 의해서 제시된 것처럼 밀링 가공과정은 한 개의 주 절삭날을 가진 절삭과정이라 모델링한다. Fig. 4 에 나타낸 것처럼 엔드 밀링 가공에서 공구는 $\beta$의 비틀림 각을 갖으며 축 방향으로 여러 개의 slice로 나누어 해석한다. 그리고 각 slice를 갖는 각각의 날들의 절삭 형태는 $i$의 기울림 각을 갖는 3차원 절삭가공으로 모델링 한다. 밀링의 가공은 불연속인데 본 연구에서는 불연속 가공에 따

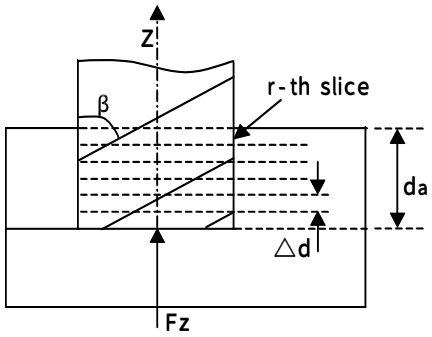



**Fig 4**. Model for end milling process

른 영향은 고려하지 않았다. 그리고 공구를 축 방향으로 여러 개의 slice로 나누어서 해석하는 과정에서 첫 번째의 slice는 공구 끝단의 영향인 end effect를 고려하였고, 나머지 다른 slice들에는 이 영향을 고려하지 않았다.

엔드 밀링에서는 미변형 칩두께가 실시간으로 변하게 된다. 날당 이송을 $f_t$ 라 하면 변화하는 미변형 칩두께는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$h_{u,v} = f_t sin\phi_{u,v} \tag{6}$$

여기서 $\phi_{u,v}$는 u 번째 날에서 v 번째 slice에 대한 절삭점의 각위치이다. 이는 시계방향으로 측정한다. 절삭날의 표시는 u = 1, 2,.., $N_t$ 이며 여기서 $N_t$는 공구의 날 수이다. 그리고 절삭 slice의 표시는 v = 1, 2,.., r 이며 여기서 r 은 축 방향에서의 slice의 수이다. 기하학적 관계로부터 $\phi_{u,v}$는 아래의 수식으로 표현할 수 있다.

$$\phi_{u,v}(t) = 2\pi nt - (u-1)\frac{2\pi}{N_t} - (v-1)\frac{2d_a tan\beta}{rD} \tag{7}$$

여기서 n 은 공구의 회전속도, t 는 시간, D는 커터의 지름이며 $d_a$ 는 축방향 절삭깊이이다.

엔드 밀링 가공에서 절삭력을 모델링하기 위해서 UVW 좌표계를 이용하여 날의 v 번째 slice 요소에서 절삭날 끝은 Fig. 5와 같이 나타내어진다. 이 좌표계를 따르면 절삭날 끝 부분은 한 점의 절삭공구로 볼 수 있다. 그래서 이 부분에서 나오는 절삭력 요소들 즉, $P_{1U,V}$, $P_{2U,V}$ 그리고 $P_{3U,V}$로 각각 표현할 수 있다.

또한 이 절삭력 요소들은 앞에서 설명한 3차원 절삭이론을 이용하여 구할 수 있다. 그러므로 커터

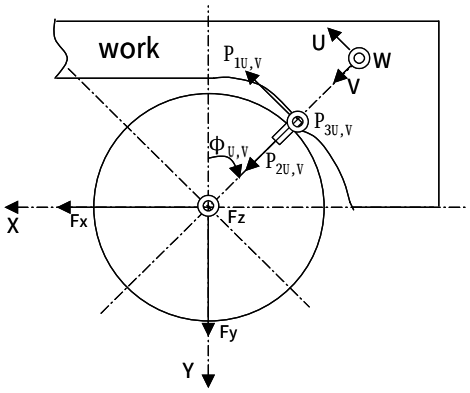



**Fig 5.** Coordinate systems for the vth slice of the milling cutter

에서 받는 총 절삭력은 각 날에서 받는 모든 힘들을 합함으로 구할 수 있다. $P_{1u,v}$, $P_{2u,v}$ 그리고 $P_{3u,v}$를 구하고, 이 날 끝 부분에서 받는 절삭력은 XYZ의 고정 좌표계의 형식으로 표현할 수 있다. 따라서 시간에 따른 엔드 밀링 커터의 총 절삭력(Fx, Fy, Fz)은 다음과 같은 수식으로 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_x(t) &= \sum_{v=1}^{r}\sum_{u=1}^{Nt}(P_{1u,v}cos\phi_{u,v} + P_{2u,v}sin\phi_{u,v}) \ , \\ F_y(t) &= \sum_{v=1}^{r}\sum_{u=1}^{Nt}(-P_{1u,v}sin\phi_{u,v} + P_{2u,v}cos\phi_{u,v}) \ , \\ F_z(t) &= \sum_{v=1}^{r}\sum_{u=1}^{Nt}P_{3u,v} \end{aligned} \tag{8}$$

## 4. 실험 및 계산치와의 비교

### 4.1 가공조건

본 연구에서 제시한 절삭력 모델을 이용하여 재료의 물성치와 공구형상 그리고 절삭조건만을 입력함으로 엔드 밀링 가공에서의 절삭력을 계산하였다.

이론적 내용의 유용성을 확인하기 위해 밀링 절삭력 측정 실험을 수행하였다. 사용된 실험장치는 Table 1과 같다. 그리고 Table 2는 실험에서의 절삭조건을 나타낸다.

고려된 피삭재는 0.2% C 탄소강 이며, 스핀들 속도 990 rpm, 이송율 41 mm/min과 127mm/min, 축방향 절삭 깊이 2 mm 의 가공조건을 사용하였다. 커터의 지름은 6 mm, 비틀림 각은 30° 이다. 실험에서의 설치는 Fig. 5 와 같이 하여 실험 하였다. 절삭 형태는 상향(up-milling)절삭하여 실험 하였다.

**Table 1** Experiment apparatuses

| | |
|---|---|
| Milling machine | Hwacheon HMV-F |
| Dynamometer | KISTLER Type 9275B |
| Charge Amplifier | KISTLER Type 5019 |
| A/D converter | NI 6035E |
| datacorder | LabVIEW(freq. 2kHz) |

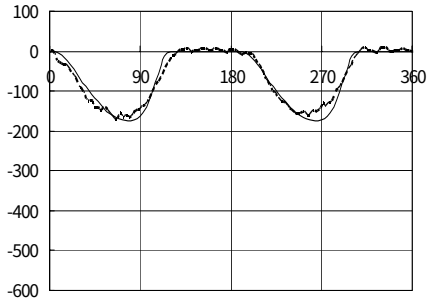
**Table 2.** Cutting conditions

| Cutter body | Spindle speed [rpm] | Feedrate [mm/min] | CASE | Axial depth of cut [mm] |
|---|---|---|---|---|
| Diameter: 6mm Helix angle: 30° | 990 | 41<br>127 | 1<br>2 | 2 |

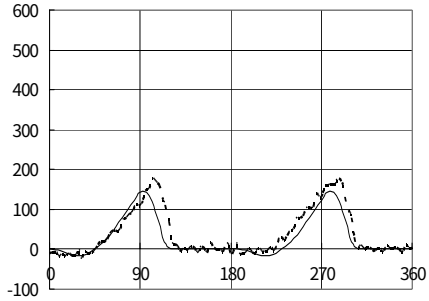
**Fig. 5** Experiment set-up

4.2 결과비교

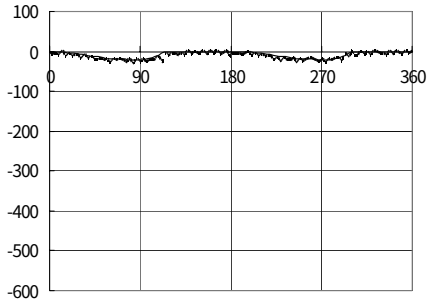
Fig. 7~ Fig. 8 은 2개의 절삭날을 가지는 엔드밀 커터에 대해 예측에서와 실험에서의 절삭력 성분 파형을 보이고 있다. 엔드밀의 구조상 축방향으로 비틀림 각을 가지는 절삭날이 존재하며 따라서 90°회전 후에도 절삭력 성분이 존재하게 되는 특성을 나타내고 있다. Fig. 7과 Fig. 8은 엔드밀이 1 회전 하였을 때이다.




(a) Fx

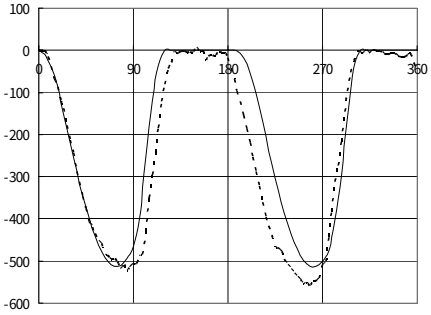



(b) Fy

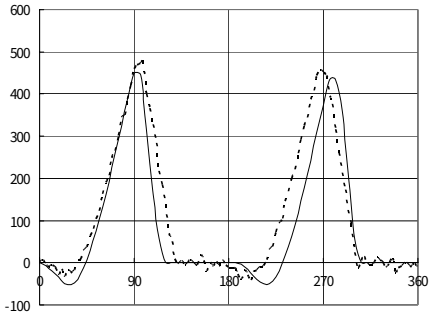



(c) Fz

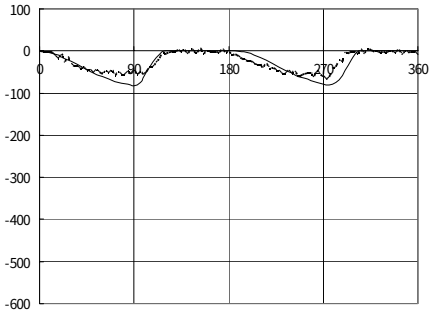
**Fig. 7** Predicted(solid line) and experimental(dot line) cutting forces for CASE 1




(a) Fx




(b) Fy




(c) Fz

**Fig. 8** Predicted(solid line) and experimental(dot line) cutting forces for CASE 2

Fig. 7 은 CASE 1의 조건으로써 세 분력 모두 실험치와 계산치가 잘 맞는 것을 볼 수 있다.

Fig. 8 은 CASE 2의 조건으로써 CASE 1에 비해서 feedrate가 3배 정도 큰 경우이다. 결과 파형으로부터 실험치와 계산치는 잘 맞는 것을 볼 수 있으며 또한 실험치와 계산치의 세 분력 모두가 CASE 1에 비해 대략 3배 정도 차이가 난다는 것을 알 수 있다.

이로써 본 연구에서 제시한 절삭모델을 이용한 엔드 밀링 가공시 절삭력 예측의 타당성을 검증할 수 있으며 결과적으로 엔드밀에서의 절삭력이 예측 가능하다는 것을 볼 수 있다.

## 5. 결론

1. 본 연구는 엔드밀 가공에서 절삭력에 관한 예측 모델을 개발하였다. 이는 가공에서의 특성 요소들인 재료의 물성치와 공구의 형상과 절삭 조건들을 입력함으로써 예측하는 Oxley의 예측 절삭이론을 기초로 하여 엔드 밀링 가공에서 절삭력 모델을 제시하였다.

2. 제시한 절삭력 모델에서는 엔드밀 커터를 축방향으로 여러 개의 slice로 나누어서 모델링 하였다. 각 날의 첫 번째 slice는 end effect를 고려하였으며, 나머지 slice들에는 이를 고려하지 않았다. 커터에서 받는 총 절삭력은 날의 모든 slice에서 받는 힘들을 합하여서 구하였다. 각 slice를 포함하는 날에서의 절삭 형태는 공구 절삭날의 기울림 각이 커터의 비틀림 각과 같은 3차원 절삭으로 모델링 하였다.

3. 절삭력 해석을 검증하기 위해서 공구동력계를 이용하여 밀링에서의 절삭력 측정 실험을 하였다. 실험적으로 구한 값들은 이론적으로 구한 값과 유사하였으며 이로써 본 연구에서 제시한 절삭모델의 타당성을 검증할 수 있다.

## 참고문헌

(1) Oxley, P.L.B., 1989, *Mechanics of Machining: An Analytical Approach to Assessing Machinability*, Ellis Horwood, Chichester.

(2) Hong-Tsu Young., P. Mathew and P.L.B Oxley, 1994, "Predicting cutting forces in face milling," *International Jounal of machine tool and manufacture*, Vol. 34, pp. 771-783.

(3) X.P. Li, A.Y.C. Nee, Y.S. Wong, H.Q. Zheng, 1999, "Theoretical modelling and simulation of milling forces," *Journal of Materals Technology*, Vol. 89-90, pp. 266-272.

(4) H.Q Zheng, X.P. Li, Y.S. Wong, A.Y.C. Nee, 1999, "Theoretical modelling and simulation of cutting forces in face milling with cutter runout," *International Jounal of machine tool and manufacture*, Vol. 39, pp. 2003-2018.

(5) K.W. Kim, 2002, "Predicting cutting forces in face milling with the orthogonal machining theory," *KSPE*, Vol. 19, No. 12 pp. 150-157.

(6) H.Z. Li., W.B. Zhang., X.P. Li., 2001, "Modelling of cuting forces in helical end milling using a predictive machining theory," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 43, pp. 1711-1730.