

다수준 실험계획법을 이용한 비정규 분포의 신뢰도 계산 방법

최현석[†] · 이상훈* · 곽병만**

Reliability Analysis for Nonnormal Distributions Using Multi-Level DOE

Hyun Seok Choi, Sang Hoon Lee and Byung Man Kwak

Key Words : Reliability analysis(신뢰도 해석), Nonnormal Distribution(비정규 분포), Design of Experiments(실험계획법), Level and Weight(수준과 가중치), Pearson System(피어슨 시스템)

Abstract

The reliability analysis for nonnormal distributions using the three level DOE(design of experiments) method was developed by Seo and Kwak in 2002. Although this method estimates only up to the first four moments(mean, standard deviation, skewness, and kurtosis) of the system response function, the result and the type of probability distribution determined by using the Pearson system are shown very good. However the accuracy is low in case of nonlinear performance function and sometimes, the level calculated is outside of the region in which the random variable is defined. In this article we suggest a modified three level DOE method to overcome these weaknesses and to obtain optimum choice for 3 levels and weights to handle nonnormal distributions. Furthermore we extend it to finding the optimum choice for 5 levels and weights to increase the accuracy in case of nonlinear performance function. A systematic procedure for reliability analysis is then proposed by using the Pearson system.

기호설명

l, w : $3^n, 5^n$ 형 요인배치법의 가중치 및 수준

x_1, x_2, \dots, x_n

: 부품의 치수등의 확률 변수

y : 시스템의 품질 특성

μ : 평균값

σ : 표준편차

$\sqrt{\beta_1}$: 왜도(skewness)

β_2 : 첨도(kurtosis)

μ_k : 평균에 대한 k 차 모멘트

1. 서론

공학 시스템에서 필연적으로 존재하는 불확실성에 대처하기 위하여 강건설계, 공차설계, 신뢰도를 고려한 구조설계 등의 분야에서 많은 연구가 진행되고 있다. 부품의 확률 변수들과 조립체의 품질 특성간의 관계는 $y = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 와 같이 표현되는데, 이와 같은 통계적 시스템을 해석하기 위하여 RSS(root sum square), WC(worst case) 해석 등의 간략한 방법에서부터 몬테카를로 (Monte-Carlo) 시뮬레이션, 신뢰도 지수, 실험계획법 등을 이용한 해석 등이 제안되었다. 실험계획법에 관해서 Taguchi(1)는 실험계획법을 이용하여 품질 특성의 통계적 모멘트를 구하는 방법을 제안하였고, D'Errico 와 Zaino(2)는 가중치와 수준을 개선하여 3 차 및 4 차 모멘트 계산의 정확도를 향상시켰다. 4 차 모멘트까지 계산하면 이를 피어슨 시스템

[†] 한국과학기술원 기계공학과 석사과정

E-mail : hschoi@khp.kaist.ac.kr

TEL : (042)869-8264 FAX : (042)869-8270

* 한국과학기술원 기계공학과 박사과정

** 한국과학기술원 기계공학과 석좌교수

에 대입해서 신뢰도 해석을 할 수 있다. 이 방법은 시스템의 미분값을 계산할 필요가 없고 계산과정이 비교적 간단하며 1 차에서 4 차까지의 통계적 모멘트를 매우 정확하게 구할 수 있다는 장점이 있는 반면에 부품의 확률 변수가 정규 분포를 따르는 경우에만 이용될 수 있다. 서현석(3)은 비정규분포에서 실험계획법의 수준과 가중치를 적절히 선택하여 신뢰도 계산 방법을 개선하였다. 이 방법은 기존의 근사 방법들보다 분포의 비정규성이 강한 경우에도 좋은 결과를 보여주고 있다. 그러나 성능함수가 비선형성이 클 경우에 정확도가 떨어지고, 또한 일부 비정규 분포의 경우 수준이 확률 변수가 정의된 구간 밖에 위치하게 되어 계산이 불가능해지는 단점이 있다. 본 연구에서는 기존의 3 수준 실험계획법의 이와 같은 단점을 개선하여 3 수준에서의 최적의 수준과 가중치를 선정하겠다. 또한 비선형 성능함수의 경우에 정확도를 향상하기 위해서 3 수준 방법을 이용하여 5 수준 실험계획법으로 확장하겠다.

2. 실험계획법을 이용한 확률분포 계산

2.1 기존의 3 수준 실험계획법

4 차까지의 통계적 모멘트를 정확하게 구하기 위해서는 최소한 3 점법 구적법이 필요하며 임의의 확률 분포에 대하여 $\{w_1, w_2, w_3, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$ 는 식 (1)의 연립방정식으로부터 구할 수 있다.

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^k f(x) dx \quad (1)$$

$$= w_1(\alpha_1\sigma)^k + w_2(\alpha_2\sigma)^k + w_3(\alpha_3\sigma)^k, \quad (k=0,1,\dots,5)$$

여기서 $\alpha_i\sigma$ 를 l'_i 로 치환하여 정리하면 다음과 같다.

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1 \quad (2a)$$

$$w_1 l'_1 + w_2 l'_2 + w_3 l'_3 = 0 \quad (2b)$$

$$w_1 l'^2_1 + w_2 l'^2_2 + w_3 l'^2_3 = \sigma^2 \quad (2c)$$

$$\frac{w_1 l'^3_1 + w_2 l'^3_2 + w_3 l'^3_3}{\sigma^3} = \sqrt{\beta_1} \quad (2d)$$

$$\frac{w_1 l'^4_1 + w_2 l'^4_2 + w_3 l'^4_3}{\sigma^4} = \beta_2 \quad (2e)$$

$$w_1 l'^5_1 + w_2 l'^5_2 + w_3 l'^5_3 = \mu_5 \quad (2f)$$

서현석(3)은 계산의 편의성을 위해서 식 (2f)를 제외하고 $l'_2 = 0$ 으로 정하고 뿐 다음 이를 실험계획법의 관점에서 $l_i = l'_i + \mu (i=1,2,3)$ 와 같이 놓아 식 (3)과 같이 수준과 가중치를 간단하게 표현하였다.

$$l_1 = \mu + \frac{\sqrt{\beta_1}\sigma}{2} - \frac{\sigma}{2}\sqrt{4\beta_2 - 3\beta_1}$$

$$l_2 = \mu \quad (3)$$

$$l_3 = \mu + \frac{\sqrt{\beta_1}\sigma}{2} + \frac{\sigma}{2}\sqrt{4\beta_2 - 3\beta_1}$$

그러나 이와 같은 방법으로 계산된 수준값은 확률변수가 정의된 영역 밖에 위치하는 경우가 발생할 수 있다. 예를 들어 지수 분포의 경우에 평균, 표준편차, 왜도, 첨도는 각각 식(4)와 같다.

$$\mu = \frac{1}{\lambda}, \quad \sigma = \frac{1}{\lambda}, \quad \sqrt{\beta_1} = 2, \quad \beta_2 = 9 \quad (4)$$

이를 앞의 식에 대입한 결과는 식 (5)와 같다.

$$l_1 = \frac{1}{\lambda}(2 - \sqrt{6})$$

$$l_2 = \frac{1}{\lambda} \quad (5)$$

$$l_3 = \frac{1}{\lambda}(2 + \sqrt{6})$$

즉 l_1 의 값이 지수 분포의 모수 λ 와 상관없이 항상 음의 값을 가지게 된다. 지수분포의 확률변수는 양의 값을 가지므로 l_1 은 실제로 실험 불가능한 값이다. 그림 1 에서는 $\lambda = 1$ 인 경우 지수분포의 확률밀도함수와 기존의 3 수준 실험계획법의 수준 및 가중치를 도시하였다. 이와 같이 실험이 불가능한 영역의 수준값이 계산되는 것은 기존의 3 수준 실험계획법의 큰 단점이다.

2.2 개선된 3 수준 실험계획법

기존의 3 수준 실험계획법에서 특정 수준값이 확률변수의 정의역 밖에 위치하는 이유는 식 (2f)를 제외하고 l'_2 를 일정값으로 고정시켰던 것에서 기인한다. 식 (2)에서는 3 점법 구적법으로 최대 5 차 모멘트까지 정확하게 구할 수 있다. 또한 l'_2 가 고정되지 않으므로 수준은 확률변수의 정의역 내부에 위치하게 된다. 따라서 미지수를

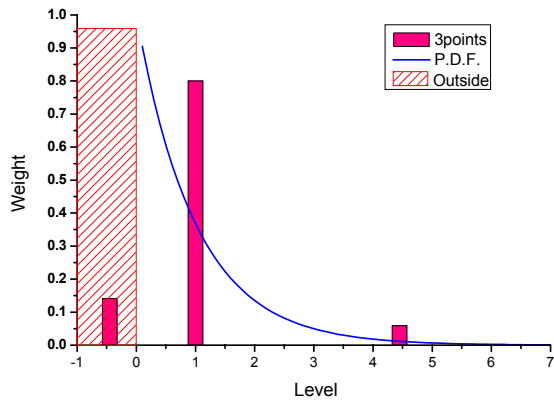


Fig. 1 P.d.f, 3 levels and weights for Exponential distribution ($\lambda = 1$)

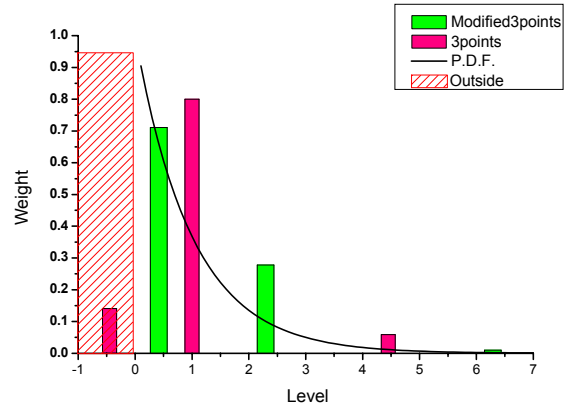


Fig. 2 Modified 3 levels and weights for Exponential distribution ($\lambda = 1$)

$l'_1, l'_2, l'_3, w_1, w_2, w_3$ 의 6 개로 놓고 식 (2)의 6 개의 비선형 연립방정식을 풀면 5 차 모멘트까지 만족하는 수준과 가중치를 구할 수 있다. 그러나 5 차 이상의 방정식의 대수적인 해는 구할 수 없다고 알려져 있으므로 식 (2)를 대수적으로는 계산할 수가 없고 수치적으로 계산해야 한다. 식 (2)를 그대로 계산하려면 6 개의 연립 비선형 방정식을 풀어야 하지만 이 식에서 w_1, w_2, w_3 을 소거하면 다음 식 (6a), (6b), (6c)와 같이 미지수 l'_1, l'_2, l'_3 에 대해 3 개의 연립방정식만 풀면 되므로 다루기가 수월하다.

$$\frac{(l'_2 + l'_3)\sigma^2 + l'_1(l'_2 l'_3 + \sigma^2)}{\sigma^3} = \sqrt{\beta_1} \tag{6a}$$

$$\frac{1}{\sigma^4} \left((l'^2_2 + l'_2 l'_3 + l'^2_3)\sigma^2 + l'^2_1(l'_2 l'_3 + \sigma^2) + l'_1(l'^2_2 l'_3 + l'_3 \sigma^2 + l'_2(l'_3 + \sigma^2)) \right) = \beta_2 \tag{6b}$$

$$\left((l'^3_2 + l'^2_2 l'_3 + l'_2 l'^2_3 + l'^3_3)\sigma^2 + l'^3_1(l'_2 l'_3 + \sigma^2) + l'_1(l'^2_2(l'_2 + l'_3) + l'_2 l'_3 \sigma^2 + l'_3(l'^2_2 + \sigma^2)) \right) = \mu_5 \tag{6c}$$

$$w_3 = \frac{l'_1 l'_2 + \sigma^2}{(l'_1 - l'_3)(l'_2 - l'_3)} \tag{6d}$$

$$w_2 = \frac{l'_1 - l'_1 w_3 + l'_3 w_3}{l'_1 - l'_2}$$

$$w_1 = 1 - w_2 - w_3$$

최적화 알고리즘을 이용하여 l'_1, l'_2, l'_3 를 계산하고 이를 식 (6d)의 w_3, w_2, w_1 에 연속적으로 대입한 후 $l_i = l'_i + \mu (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 로 놓고 계산하면

원하는 수준과 가중치를 구할 수 있다. 그림 2 에서는 지수분포에서 기존의 3 수준 실험계획법과 개선된 3 수준 방법을 이용하여 계산한 수준과 가중치를 비교하여 도시하였다. 개선된 방법으로는 수준값이 확률변수의 정의역 내에 위치하게 됨을 확인할 수 있다.

2.3 5 수준 실험계획법

3 수준 실험계획법은 선형의 성능함수에 대해 최대 5 차 모멘트까지 정확하게 산출할 수 있으므로 성능함수가 2 차의 비선형성을 가지는 경우에도 2 차 모멘트까지 밖에 만족시킬 수 없을 정도로 정확도가 상당히 낮아지게 된다. 그러나 시스템 모멘트를 피어슨 시스템에 적용하기 위해서는 정확한 값의 4 차 모멘트가 계산 되어야 한다. 수준을 5 개로 늘리면 선형 성능함수에 대해서 9 차 모멘트까지 정확하게 계산할 수 있고 2 차 비선형 함수에 대해서는 4 차 모멘트까지 정확하게 계산할 정도로 정확도가 높아지게 된다.

3 수준방법과 마찬가지로 9 차까지의 통계적 모멘트를 정확하게 구하기 위해서는 최소한 5 수준 구적법이 필요하며 임의의 확률 분포에 대하여 $\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5\}$ 는 식 (7)의 연립 방정식으로부터 구할 수 있다.

$$\mu_k = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^k f(x) dx = w_1(\alpha_1 \sigma)^k + w_2(\alpha_2 \sigma)^k + w_3(\alpha_3 \sigma)^k + w_4(\alpha_4 \sigma)^k + w_5(\alpha_5 \sigma)^k \tag{7}$$

$$(k = 0, 1, 2, \dots, 9)$$

이 식에서 $\alpha_i \sigma$ 를 l'_i 로 치환하여 정리하면 식 (8)과 같다.

$$\begin{aligned}
 w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 &= 1 \\
 w_1 l_1' + w_2 l_2' + w_3 l_3' + w_4 l_4' + w_5 l_5' &= 0 \\
 w_1 l_1'^2 + w_2 l_2'^2 + w_3 l_3'^2 + w_4 l_4'^2 + w_5 l_5'^2 &= \sigma^2 \\
 \frac{w_1 l_1'^3 + w_2 l_2'^3 + w_3 l_3'^3 + w_4 l_4'^3 + w_5 l_5'^3}{\sigma^3} &= \sqrt{\beta_1} \\
 \frac{w_1 l_1'^4 + w_2 l_2'^4 + w_3 l_3'^4 + w_4 l_4'^4 + w_5 l_5'^4}{\sigma^4} &= \beta_2 \tag{8} \\
 w_1 l_1'^5 + w_2 l_2'^5 + w_3 l_3'^5 + w_4 l_4'^5 + w_5 l_5'^5 &= \mu_5 \\
 w_1 l_1'^6 + w_2 l_2'^6 + w_3 l_3'^6 + w_4 l_4'^6 + w_5 l_5'^6 &= \mu_6 \\
 w_1 l_1'^7 + w_2 l_2'^7 + w_3 l_3'^7 + w_4 l_4'^7 + w_5 l_5'^7 &= \mu_7 \\
 w_1 l_1'^8 + w_2 l_2'^8 + w_3 l_3'^8 + w_4 l_4'^8 + w_5 l_5'^8 &= \mu_8 \\
 w_1 l_1'^9 + w_2 l_2'^9 + w_3 l_3'^9 + w_4 l_4'^9 + w_5 l_5'^9 &= \mu_9
 \end{aligned}$$

식 (8)을 그대로 계산하려면 10 개의 연립 비선형 방정식을 수치적으로 풀어야 하지만 각각의 식이 w_i 에 대하여 일차식이므로 w_1, w_2, w_3, w_4, w_5 를 소거하면 식 (9a), (9b), (9c), (9d), (9e)와 같이 5 개의 미지수 $l_1', l_2', l_3', l_4', l_5'$ 에 대해 5 개의 연립방정식만 풀면 되므로 다루기가 수월하다.

$$\begin{aligned}
 f_1(\sigma, \sqrt{\beta_1}, \beta_2, l_1', l_2', l_3', l_4', l_5') &= \mu_5 \tag{9a} \\
 f_2(\sigma, \sqrt{\beta_1}, \beta_2, l_1', l_2', l_3', l_4', l_5') &= \mu_6 \tag{9b} \\
 f_3(\sigma, \sqrt{\beta_1}, \beta_2, l_1', l_2', l_3', l_4', l_5') &= \mu_7 \tag{9c} \\
 f_4(\sigma, \sqrt{\beta_1}, \beta_2, l_1', l_2', l_3', l_4', l_5') &= \mu_8 \tag{9d} \\
 f_5(\sigma, \sqrt{\beta_1}, \beta_2, l_1', l_2', l_3', l_4', l_5') &= \mu_9 \tag{9e} \\
 w_5 &= g_1(\sigma, \sqrt{\beta_1}, \beta_2, l_1', l_2', l_3', l_4', l_5') \\
 w_4 &= g_2(\sigma, \sqrt{\beta_1}, l_1', l_2', l_3', l_4', l_5', w_5) \\
 w_3 &= g_3(\sigma, l_1', l_2', l_3', l_4', l_5', w_4, w_5) \tag{9f} \\
 w_2 &= g_4(l_1', l_2', l_3', l_4', l_5', w_3, w_4, w_5) \\
 w_1 &= g_5(w_2, w_3, w_4, w_5)
 \end{aligned}$$

위 식을 풀기 위해서는 각각의 확률분포에 대하여 9 차 모멘트까지 구하여야 한다. 최적화 알고리즘을 이용하여 $l_1', l_2', l_3', l_4', l_5'$ 를 계산하고 이를 식 (9f)의 w_5, w_4, w_3, w_2, w_1 에 연속적으로 대입한 후 $l_i = l_i' + \mu(i=1,2,\dots,9)$ 로 놓고 풀면 원하는 수준과 가중치를 구할 수 있다.

2.4 Gauss 적분점과의 관계

정규, 지수, 균일 분포의 경우 수치적인 방법을 사용하지 않고 수준과 가중치를 구할 수 있다. D'Errico 와 Zaino(2)는 정규 분포의 경우 Hermite 적분의 수준에 $\sqrt{2}$ 를 곱하고 가중치에 $\sqrt{\pi}$ 를 나누어서 정규 분포의 수준과 가중치를 구할 수 있음을 보였다.

지수분포의 i 차 모멘트 계산식은 식 (10a)와 같다.

$$\mu_i = \int_0^{\infty} P_i(x) \lambda e^{-\lambda x} dx \quad (i=1, \dots, n) \tag{10a}$$

이 식에서 λx 를 t 로 치환하면 식 (10b)와 같다.

$$\mu_i = \int_0^{\infty} P_i'(t) e^{-t} dt \tag{10b}$$

이 식은 Laguerre 적분식으로서 Abramowitz 와 Stegun(4)의 table 25.9 에서 그 수준과 가중치를 찾을 수 있다. 표 1 은 5 수준에 대해서 이러한 방법으로 구한 수준과 가중치를 나타내고 있다.

균일분포의 i 차 모멘트 계산식은 식 (11a)와 같다.

$$\mu_i = \int_a^b P_i(x) \frac{1}{b-a} dx \quad (i=1, \dots, n) \tag{11a}$$

이 식에서 $\frac{x-a}{b-a}$ 를 t 로 치환하면 식 (11b)와 같다.

$$\mu_i = \int_0^1 P_i'(t) dt \tag{11b}$$

이 식은 Gauss 의 모멘트 적분식으로서 Abramowitz 와 Stegun(4)의 table 25.8 에서 그 수준과 가중치를 찾을 수 있다. 표 2 는 5 수준에 대해서 이러한 방법으로 구한 수준과 가중치를 나타내고 있다. 이는 2.3.절의 수치적인 방법으로 계산한 수준 및 가중치와 일치한다. 따라서 수치적인 계산을 피하기 위해서 이들 분포에 대해서는 이 값으로 대체할 수 있다.

Table 1 5 levels and weights for exponential distribution

Level	Weight
$0.263560319718 \times \lambda^{-1}$	$5.21755610583e-1$
$1.413403059107 \times \lambda^{-1}$	$3.98666811083e-1$
$3.596425771041 \times \lambda^{-1}$	$7.59424496817e-2$
$7.085810005859 \times \lambda^{-1}$	$3.611175867992e-3$
$12.640800844276 \times \lambda^{-1}$	$2.33699723858e-5$

Table 2 5 levels and weights for uniform distribution

Level	Weight
$0.0469100770 \times (\mu_1 - \mu_0) + \mu_0$	0.1184634425
$0.2307653449 \times (\mu_1 - \mu_0) + \mu_0$	0.2393143352
$0.5000000000 \times (\mu_1 - \mu_0) + \mu_0$	0.2844444444
$0.7692346551 \times (\mu_1 - \mu_0) + \mu_0$	0.2393143352
$0.9530899230 \times (\mu_1 - \mu_0) + \mu_0$	0.1184634425

3. 적용예제

3.1 Fortini 클러치 예제 - 모멘트 해석

그림 3 은 Fortini 클러치라고 알려진 예제이다. 접촉각도 y 는 독립적인 설계변수 x_1, x_2, x_3, x_4 에 의하여 식 (12)와 같이 표현된다.

$$y = \arccos \left[\frac{x_1 + \frac{1}{2}(x_2 + x_3)}{x_4 - \frac{1}{2}(x_2 + x_3)} \right] \quad (12)$$

이 예제의 설계 사양은 y 가 $5^\circ \sim 9^\circ$ 에 놓이도록 하는 것인데, 이번 예제에서는 y 의 1 차에서 4 차까지의 통계적 모멘트에 대하여 실험계획법과 몬테카를로 시뮬레이션에 의한 결과들을 비교하고자

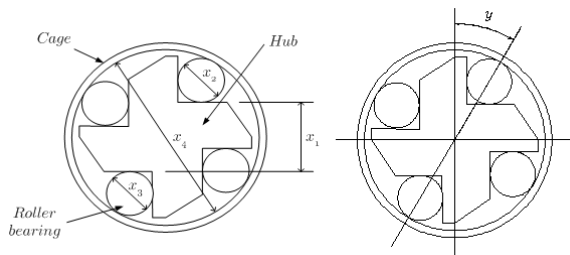


Fig. 3 Overrunning clutch assembly

Table 3 Component variables of overrunning clutch assembly

Component	Distribution type	Mean (mm)	STD (mm)	Parameter for Nonnormal distribution
x_1	Beta	55.29	0.0793	$\gamma_1 = \eta_2 = 5.0$ $(55.0269 \leq x_i \leq 55.5531)$ $\hat{\sigma}_4 = 0.1211$ $(x_i \geq 101.45)$
x_2	Normal	22.86	0.0043	
x_3	Normal	22.86	0.0043	
x_4	Rayleigh	101.60	0.0793	

Table 4 Estimated moments and probability of the contact angle

	3 levels	Modified 3 levels	5 levels	MCS (3,000k)
μ_y	0.12193	0.12193	0.12193	0.12192
σ_y	0.01169	0.01168	0.01169	0.01169
$\sqrt{\beta_{1y}}$	-0.05766	-0.04973	-0.05297	-0.05230
β_{2y}	2.9215	2.8488	2.8827	2.8824
$p(y < \mathcal{S})$	0.00158	0.00124	0.00140	0.00140
$p(y < \mathcal{Q})$	0.99925	0.99943	0.99934	0.99935
$p(\mathcal{S} < y < \mathcal{Q})$	0.99767	0.99819	0.99794	0.99795

한다. 변수들의 확률 분포에 대한 정보는 표 3 에 정리하였다. x_1 은 베타 분포를 따르고, x_4 는 Rayleigh 분포를 따르며, x_2, x_3 는 정규 분포를 따른다고 가정하였다. 표 4 에서 실험계획법에 의한 결과와 몬테카를로 시뮬레이션에 의한 결과를 보여주고 있다. 몬테카를로 시뮬레이션은 3 백만번 실험을 수행하였다. 3 수준 실험계획법과 개선된 3 수준 실험계획법의 결과는 몬테카를로 시뮬레이션 결과를 기준으로 좌우측에 위치하고 있고 5 수준 실험계획법의 왜도와 첨도가 상당히 개선되었음을 확인할 수 있다.

3.2 Rosenblatt 변환법과의 비교

Zhao 와 Ono(5)는 비정규분포의 경우에 대해서 Rosenblatt 변환법을 이용하여 상당 정규분포로 변환하고 또한 성능함수를 근사하여 5 수준 및 7 수준의 정규분포의 수준과 가중치에 대해서 각각 $5n, 7n$ 번의 실험으로 시스템 모멘트를 계산하였다. 이번 예제에서는 제안한 방법과 Zhao 와 Ono 의 방법을 비교해 보았다.

성능함수는 Zhao 와 Ono 의 논문에 게재된 예제와 동일한 다음의 식 (13)을 이용하기로 하였다.

$$y = x_1^2 x_2^2 + 2x_3^4 \quad (13)$$

Table 5 Estimated moments
($\mu_{x_i} = 1.0$, $\sigma_{x_i} = 0.1$)

	Full factorial DOE			Zhao & Ono		Exact
	3 levels	Modified 3 levels	5 levels	5point	7point	
μ_y	3.1431	3.1431	3.1431	3.1430	3.1430	3.1431
σ_y	0.9275	0.9291	0.9296	0.9277	0.9277	0.9296
$\sqrt{\beta_{1y}}$	0.9861	1.0787	1.1537	1.1428	1.1453	1.1537
β_{2y}	3.5980	4.2951	5.6351	5.5440	5.6479	5.6397

Table 6 Estimated moments
($\mu_{x_i} = 1.0$, $\sigma_{x_i} = 0.3$)

	Full factorial DOE			Zhao & Ono		Exact
	3 levels	Modified 3 levels	5 levels	5point	7point	
μ_y	4.5423	4.5423	4.5423	4.5338	4.5342	4.5423
σ_y	5.1691	5.6852	5.9008	5.7113	5.8567	5.9008
$\sqrt{\beta_{1y}}$	2.3621	4.2124	9.5762	5.5551	8.6631	9.7069
β_{2y}	7.1248	21.728	272.98	43.157	161.12	385.28

확률변수 x_1, x_2, x_3 는 대수정규 분포를 따른다.

표 5 는 x_1, x_2, x_3 각각의 평균 1.0, 표준편차 0.1 인 경우의 시스템 모멘트의 계산 결과를 나타낸다.

같은 3 수준을 사용하였다더라도 기존의 3 수준 실험계획법은 선형 성능함수에 대하여 4 차 모멘트 까지밖에 만족시키지 못하지만 개선된 3 수준 방법은 5 차 모멘트까지 만족시키므로 좀 더 정확한 결과를 나타내고 이를 확인할 수 있다. 또한 5 수 준 실험계획법은 Zhao 와 Ono 의 7points 보다 좋은 결과를 나타냄을 확인할 수 있다. 표 6 은 x_1, x_2, x_3 각각의 평균은 그대로 유지하고 표준편차는 0.3 로 증가시킨 경우의 시스템 모멘트의 계산 결과이다. 첨도의 경우 모든 방법이 정확한 해와 많은 차이를 보이지만 5 수준 실험계획법이 기타 방법과 비교해서 가장 우수한 결과를 보인다는 것을 확인할 수 있다. 또한 Zhao 와 Ono 의 방법은 비정규 분포에서 상당 정규분포로 변환하는 과정에서 정보의 손실이 불가피하기 때문에 어떠한 시스템 모멘트를 계산하더라도 약간의 오차가 발생할 수 있으나 3 수준, 5 수준 실험계획법은 비정규 분포의 그대로의 수준과 가중치를 선정하므로 평균과 같은 낮은 차수의 모멘트에서는 정확하게 일치하게 된다.

4. 결론

본 연구에서는 기존의 3 수준 실험계획법을 개선하고 또한 이를 5 수준 실험계획법으로 확장함으로써 신뢰도 계산 방법을 개선하였다. 예제에서 보인 바와 같이 제안한 방법은 분포의 비정규성이 강한 경우에도 좋은 결과를 보여주고 있다. 단점으로는 $3^n, 5^n$ 형 요인배치법을 사용하기 때문에 확률 변수의 수가 증가함에 따라서 실험횟수가 기하급수적으로 증가한다는 것이다. 이를 해결하기 위해서 제안한 방법의 계산량을 줄이기 위한 연구가 이어서 진행되었다. 이에 대한 내용은 다른 논문에서 밝히고자 한다.

참고문헌

- (1) Taguchi, G., 1978, "Performance Analysis Design," *International Journal of Production Research*, Vol. 16, pp. 521~530.
- (2) John R. D'Errico, Nicholas A. Zaino, Jr., 1988, "Statistical tolerancing a modification of Taguchi's Method," *Technometrics*, 30, 4, pp. 397~405.
- (3) Hyun Seok Seo, 2001, *A study on development of improved tolerance analysis and synthesis system using design of experiment*, Ph.D thesis, KAIST, Korea.
- (4) Milton Abramowitz and Irene A Stegun, 1972, *Handbook of mathematical functions*, New York: Dover Publications.
- (5) Yang-Gang Zhao, Tetsuro Ono(2000), "New point estimates for probability moments", *Journal of Engineering mechanics*, Vol. 126, No. 4, pp.433~436.