

인체 공동 내부 수술용 로봇을 위한 이미지기반 레지스트레이션 알고리즘

이상윤[†] · 신승하^{*} · 안재범^{*} · 주진만^{*}

Numerical Algorithms of Image Registration for Intra-Cavity Surgical Robots

Sangyoon Lee, Seung Ha Shin, Jae Bum An, and Jin Man Joo

Key Words : image registration (이미지 레지스트레이션), surgical robots (수술용 로봇), numerical algorithm (수치 알고리즘), curve fiducials (곡선 피두설)

Abstract

This paper presents two numerical algorithms for registration of cross-sectional medical images such as CT (Computerized Tomography) or MRI (Magnetic Resonance Imaging) by using geometrical information from helix or line fiducials. The registration algorithms are designed to be used for a surgical robot working inside cavities of human body. A cylindrical device with a combination of line and helix fiducials were also devised and is supposed to be attached to the end-effector of surgical robot. The algorithms and the fiducial pattern were tested in various computer-simulated situations, and the results indicate excellent overall registration accuracy.

기호설명

- R : 삼차원 회전 행렬
 \mathbf{b} : 삼차원 평행 이동 벡터
 n : 직선 또는 나선형 피두설의 총 개수
 \mathbf{x}_i : 삼차원 공간에 존재하는 한 점의 위치 벡터
 \mathbf{y}_i : 이미지 평면 위의 한 점의 위치 벡터. 위의 \mathbf{x}_i 에 대응.
 s_i : 직선 또는 나선의 매개 변수
 d_{ij} : 두 점 $\mathbf{x}_i(s_i)$ 와 $\mathbf{x}_j(s_j)$ 사이의 거리, 또는 \mathbf{y}_i 와 \mathbf{y}_j 사이의 거리
 ω : 나선의 피치 (pitch)
 β : 나선의 초기 위상각

1. 서론

최근 로봇을 활용한 수술이 활발하게 도입이 되면서 기존의 수술 도구와 수술 대상 간의 레지스트레이션 (registration) 방법에 있어서 새로운 시도가 요구되고 있는데, 예를 들어 옵티칼 트래킹 (optical tracking) [1]이나 레이저를 이용하여 수술 도구를 안내하는 방법 [2] 등이 있다. 이러한 방법들은 부가적인 측정 장치를 이용해서 간접적으로 레지스트레이션을 수행한다는 공통점을 가지고 있다.

CT 나 MRI 스캐너를 이용하여 얻은 단면 이미지에 기반하여 레지스트레이션 (registration)을 하는 경우, 전통적으로 직선형 피두설 (fiducial)로 구성된 프레임이 널리 사용된다. Fig. 1의 CRW 프레임의 경우, 9개의 직선 피두설로 구성되고, 3개의 피두설이 하나의 N자 형태를 이룬다. 하지만 직선형 피두설로만 구성되어 있는 패턴에 적용할 수 있는 수치 알고리즘은 개발되어 있으나 [3, 4] 직선이외의 곡선이 포함된 패턴에도 적용 가능한 방법은 아직 개발되지 않은 실정이다. 본 연구에선 특히 수술용 로봇의 말단장치가 직장 같은 인체의 공동 (cavity)에 삽입되어 작업을 수행해야 하는 경우에 [5] 적용할 수 있는 레지스

[†] 건국대학교 공과대학 기계항공공학부

E-mail : slee@konkuk.ac.kr

TEL : (02)450-3731 FAX : (02)447-5886

^{*} 건국대학교 공과대학 기계항공공학부

트레이션 방법의 개발을 목적으로 하고 있다. 즉, 인체와 말단장치를 CT 나 MRI 촬영하여 얻은 이미지를 바탕으로 이미 알고 있는 기준 좌표계에 대하여 말단장치의 위치와 방향을 결정할 수 있는 것이다.

실제로 최근 성인 남성에게 급격히 증가하고 있는 전립선암의 치료를 위해 로봇의 말단장치에 치료기기를 부착하여 직장에 삽입하는 경우가 많이 있다. 이러한 경우, 전통적인 형태의 직선형 피두설로 구성된 프레임 (Fig. 1)이 적합하지 않으므로 삽입이 용이한 원통형 같은 새로운 형태의 프레임이 사용되어야 한다.

Fig. 1 과 같은 전통적인 피두설 패턴을 구성하는 N 자 형태를 이루는 대각선의 경우, 원통의 표면에 놓이게 되면 나선으로 변하게 된다. 따라서 새로운 프레임에선 수직선과 나선의 조합으로 이루어지는 피두설 패턴이 제안되고, 새로운 레지스트레이션 방법의 개발이 요구된다. 다음의 2 절과 3 절에서 레지스트레이션 알고리즘과 직선과 나선의 조합으로 만들어진 피두설 패턴이 소개된다.

2. 레지스트레이션 알고리즘

이 연구에서 해결 되어야 할 문제의 본질은, 삼차원 공간에 존재하는 n 개의 직선 또는 나선형 피두설 위의 점들로 구성되는 하나의 집합 $\{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n\}$ 과 피두설을 절단하는 이미지 평면 위에 형성되는 n 개의 점들로 구성되는 또 하나의 집합 $\{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n\}$ 사이의 기하학적인 관계를 수학적으로 기술하는 것이다. 이것은 기준 좌표계와 이미지 평면에 위치한 좌표계 사이의 상대적인 위치와 방향을 결정하는 문제로서, 삼차원 회전 행렬 R 과 평행이동 벡터 \mathbf{b} 로 나타낼 수 있다.



Fig. 1 CRW fiducial frame

이 논문에서 이 문제를 풀기 위한 두 가지 수치 알고리즘을 소개한다. 이때 두 집합의 원소들간의 상호 대응 관계 (correspondence)는 미리 알고 있는 것으로 간주한다.

2.1 알고리즘 1

첫번째 알고리즘은 두 단계로 구성된다. 첫번째 단계에서 이미지 평면의 위치를 삼차원 공간에서 결정한다. 즉, 이미지 평면과 각 피두설이 만나는 교점을 삼차원 공간에서 결정한다. 그리고 두번째 단계에서 두 개의 점들의 집합간의 레지스트레이션을 시도한다. 즉, 회전 행렬 R 과 평행이동 벡터 \mathbf{b} 을 결정한다. 알고리즘 1의 구체적인 내용은 다음과 같다.

주어진 피두설 패턴이 n 개의 나선 또는 직선으로 구성되어 있을 경우, 먼저 아래의 식 (1)이 $n(n-1)/2$ 개로 구성된 연립방정식을 푼다.

$$\|\mathbf{x}_i(s_i) - \mathbf{x}_j(s_j)\|^2 = d_{ij}^2 \quad (1)$$

식 (1)에서 \mathbf{x}_i 는 삼차원 공간에서 i 번째 피두설에 있는 점 위치를 표시하는 위치 벡터이고 s_i 는 매개변수이다. 또한 d_{ij} 는 두 점 $\mathbf{x}_i(s_i)$ 와 $\mathbf{x}_j(s_j)$ 사이의 거리를 의미하고, 이 값은 이미지 평면에서 \mathbf{x}_i 에 대응하는 점 (\mathbf{y}_i)과 \mathbf{x}_j 에 대응하는 점 (\mathbf{y}_j) 사이의 거리를 계산함으로써 구할 수 있다. 즉, 이미지 평면에서 점들의 위치는 이미 알고 있는 것으로 간주하는 것이다. 따라서 식 (1)이 의미하는 것은 삼차원 공간에서 i 번째 피두설과 j 번째 피두설이 이미지 평면과 만날 때 생기는 두 점 ($\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j$) 사이의 거리가 이미지 평면 위의 대응되는 두 점 ($\mathbf{y}_i, \mathbf{y}_j$) 사이의 거리와 일치한다는 것이다.

이 연립방정식을 풀기 위하여, 각 매개변수 (s)가 다른 인위적인 변수 (예를 들어 t)의 함수인 것으로 가정한다, 즉 $s(t)$. 식 (1)을 t 에 대해 미분한 뒤, $n(n-1)/2$ 개의 식을 모두 연합하면 다음과 같이 행렬과 벡터로 구성된 식을 얻을 수 있다.

$$J(\mathbf{s})\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{w} \quad (2)$$

식 (2)에서 벡터 $\mathbf{s} = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_n]^T$ 이고, 벡터 $\dot{\mathbf{s}} = [\dot{s}_1 \ \dot{s}_2 \ \dots \ \dot{s}_n]^T$ 이다. 행렬 J 와 벡터 \mathbf{w} 는 주어진 피두설 패턴에 따라 다르게 구성되고, 행렬 J 의 크기는 $n(n-1)/2 \times n$ 이가 된다.

미리 정해진 범위 내에 수렴하는 해 (\mathbf{s})를 얻을 때까지 식 (2)를 반복적인 방법으로 풀게 되는데, 벡터 \mathbf{s} 는 다음과 같은 방법으로 매회 갱신된다.

$$\mathbf{s}(t + \Delta t) = \mathbf{s}(t) + \Delta t(J^T J)^{-1} J^T \mathbf{w}(t) \quad (3)$$

위와 같은 과정이 끝나면 알고리즘 1의 단계 1을 마치게 된다. 이때, n 개의 점들로 이루어진 두 개의 집합, $\{\mathbf{x}_1(s_1), \mathbf{x}_2(s_2), \dots, \mathbf{x}_n(s_n)\}$ 과 $\{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_n\}$ 을 얻을 수 있다.

두번째 단계는 두 집합을 이용하여, 기준 좌표계 (Fig. 2의 x - y - z 좌표계)와 이미지 평면에 위치한 좌표계 사이의 관계를 삼차원 회전 행렬 R 과 평행이동 벡터 \mathbf{b} 로 구하는 것이다. 이를 위하여 Horn의 방법 [6]을 이용할 수 있다. 같은 상황에서, Haralick의 방법 [7]을 사용할 수도 있지만, 일반적으로 Horn의 방법이 더 안정적인 것으로 알려져 있다. 여기서 Horn의 방법을 간략히 소개하면, 최소 자승 방법에 의해 R 과 \mathbf{b} 를 결정하는데, 특히 회전 행렬 R 은 단위 쿼터니온(quaternion)에 의해서 구하여진다. 쿼터니온과 관련된 자세한 내용을 [8, 9]에서 찾아볼 수 있다.

2.2 알고리즘 2

두번째 알고리즘에선 $\mathbf{x}_i(t)$ 가 다음의 식(4)에서 벡터 $\delta_i(t)$ 를 0이 되도록 만들 수 있는 회전 행렬 $R(t)$ 과 평행이동 벡터 $\mathbf{b}(t)$ 를 구하고자 한다.

$$\delta_i(t) = \mathbf{x}_i(t) - (R(t)\mathbf{y}_i + \mathbf{b}(t)) \quad (4)$$

결국, 이 방법은 이미지 평면 위의 i 번째 점 \mathbf{y}_i 를 적절한 강제 운동(회전과 평행 이동)으로 이동 시켜서 삼차원 공간에 있는 대응점 \mathbf{x}_i 와의 차이를 나타내는 $\delta_i(t)$ 가 0이 되도록 반복 계산에 의해 유도한다는 것이다.

알고리즘 1에서와 마찬가지로 식 (4)를 t 에 대해 미분한 뒤, n 개의 식을 모두 연합하면 다음과 같이 행렬과 벡터로 구성된 식을 얻을 수 있다.

$$M\mathbf{r} = \dot{\delta}$$

이때 $\mathbf{r} = [\dot{s}_1, \dot{s}_2, \dots, \dot{s}_n, \boldsymbol{\omega}^T, \mathbf{b}^T]^T$, $\dot{\delta} = [\dot{\delta}_1^T, \dot{\delta}_2^T, \dots, \dot{\delta}_n^T]^T$ 이다. 행렬 M 은 주어진 피두셀 패턴에 따라 다르게 구성된다. 또한 벡터 \mathbf{r} 을 구성하는 벡터 $\boldsymbol{\omega}$ 는 $\boldsymbol{\omega} = \text{vect}(\dot{R}R^T)$ 이라는 관계식에 의해서 회전 행렬 R 과 관련된다. 여기서 두 가지 연산자

$\text{vect}(\cdot)$ 와 $\text{matr}(\cdot)$ 는, N 이 반대칭(skew-symmetric)행렬이어서 임의의 벡터 \mathbf{x} 에 대하여 $N\mathbf{x} = \mathbf{n} \times \mathbf{x}$ 를 만족할 때, $\mathbf{n} = \text{vect}(N)$ 와 $N = \text{matr}(\mathbf{n})$ 로 정의된다.

벡터 $\dot{\delta}_i$ 를 $\dot{\delta}_i = -\alpha \dot{\delta}_i$ 에 의해 0으로 이끌 때, 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$M\mathbf{r} = -\alpha \dot{\delta} \quad (5)$$

여기서 α 는 양의 상수이고, 행렬 M 과 벡터 $\dot{\delta}$ 는 주어진 피두셀 패턴에 따라 다르게 구성된다. 식 (5)를 반복적으로 계산할 때, 다음과 같은 식을 이용해서 매개변수 s_i , 회전 행렬 R , 평행이동 벡터 \mathbf{b} 를 매회 갱신한다.

$$\begin{aligned} s_i(t + \Delta t) &= s_i(t) + \Delta t \dot{s}_i(t) \\ R(t + \Delta t) &= [I + \Delta t \text{matr}(\boldsymbol{\omega}(t))]R(t) \\ \mathbf{b}(t + \Delta t) &= \mathbf{b}(t) + \Delta t \dot{\mathbf{b}}(t) \end{aligned}$$

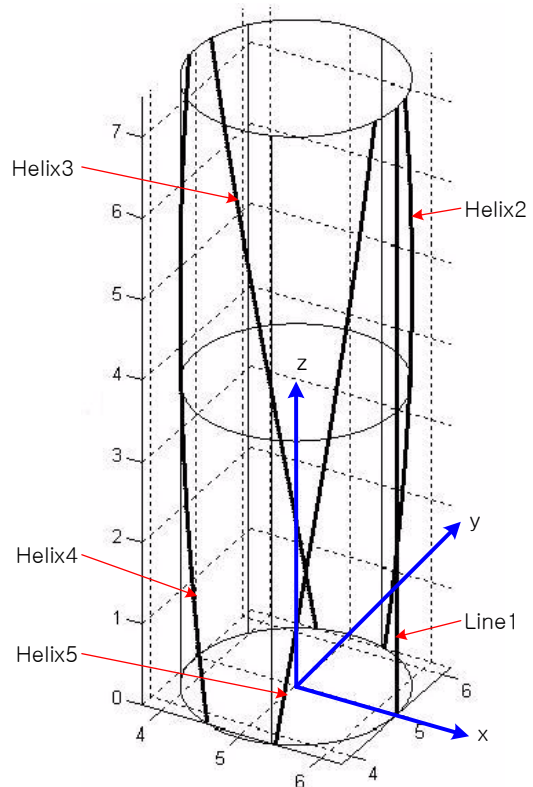


Fig. 2 A fiducial frame composed of one line (Line 1) and four helices (Helix 2-5)

3. 피두셜(Fiducial) 패턴

인체내의 공동에 원통형의 말단장치를 삽입하게 되는 경우에, 원통의 표면에 피두셜을 설치하는 것이 유리한 것으로 판단 된다. 이렇게 함으로써 원통의 내부에 작동 장치 등을 설치할 수 있기 때문이다. 전통적인 피두셜 패턴은 여러 개의 직선으로 구성된 N자 형태 (Fig. 1)인데, N의 대각선을 원통의 표면에 놓게 되면 나선으로 변하게 된다. 따라서 원통형 말단장치의 경우, 수직선과 나선의 조합으로 이루어지는 피두셜 패턴이 제안된다.

다양한 종류의 패턴이 시험된 결과, Fig. 2와 같이 한 개의 직선과 네 개의 나선으로 구성된 패턴이 가장 뛰어난 레지스트레이션 결과를 보였다. 네 개의 나선 중 두 개 (나선 3, 5)는 오른손 방향이고 다른 두 개 (나선 2, 4)는 왼손 방향이다. 직선과 나선들을 식으로 나타내면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_1 &= \mathbf{p}_1 + s_1 \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{x}_2 &= [r \cos(\omega_2 s_2 - \beta_2), -r \sin(\omega_2 s_2 - \beta_2), a s_2]^T \\ \mathbf{x}_3 &= [r \cos(\omega_3 s_3 - \beta_3), r \sin(\omega_3 s_3 - \beta_3), a s_3]^T \\ \mathbf{x}_4 &= [r \cos(\omega_4 s_4 - \beta_4), -r \sin(\omega_4 s_4 - \beta_4), a s_4]^T \\ \mathbf{x}_5 &= [r \cos(\omega_5 s_5 - \beta_5), r \sin(\omega_5 s_5 - \beta_5), a s_5]^T \end{aligned}$$

이 때 s_i 는 i 번째 직선 또는 나선의 매개변수이고 r 은 원통의 반지름, L 은 원통의 길이, $a = L/(2\pi)$ 이다. 또한 $\mathbf{p}_1 = [r, 0, 0]^T$ 이고 $\mathbf{v}_1 = [0, 0, 1]^T$. 나선들의 경우, ω_i 와 β_i 는 Table 1 과 같다.

Table 1 Helix parameters ω_i, β_i

	2	3	4	5
ω_i	60/360	57/360	63/360	53/360
β_i	70 π /180	110 π /180	250 π /180	290 π /180

이러한 피두셜 패턴에 알고리즘 1 이 사용되었을 때, 식 (2)에서 행렬 J 의 크기는 n 이 5 이므로 10×5 가 되고, 형태는 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} J(1,1) & J(1,2) & 0 & 0 & 0 \\ J(2,1) & 0 & J(2,3) & 0 & 0 \\ J(3,1) & 0 & 0 & J(3,4) & 0 \\ J(4,1) & 0 & 0 & 0 & J(4,5) \\ 0 & J(5,2) & J(5,3) & 0 & 0 \\ 0 & J(6,2) & 0 & J(6,4) & 0 \\ 0 & J(7,2) & 0 & 0 & J(7,5) \\ 0 & 0 & J(8,3) & J(8,4) & 0 \\ 0 & 0 & J(9,3) & 0 & J(9,4) \\ 0 & 0 & 0 & J(10,4) & J(10,5) \end{pmatrix}$$

또한 벡터 $\dot{\mathbf{s}} = [\dot{s}_1, \dot{s}_2, \dots, \dot{s}_5]^T$ 이고, 벡터 \mathbf{w} 는 $[d_{12}\dot{d}_{12}, d_{13}\dot{d}_{13}, \dots, d_{45}\dot{d}_{45}]^T$ 이다.

한편 알고리즘 2 가 사용되는 경우, 식 (5) 에서 행렬 M 의 크기는 $(3n) \times (n+6)$ 이다. 주어진 피두셜 패턴의 경우, n 이 5 이므로 M 의 크기는 15×11 이고 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{v}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \text{matr}(\mathbf{Ry}_1) & -I \\ \mathbf{0} & \mathbf{h}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \text{matr}(\mathbf{Ry}_2) & -I \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{h}_3 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \text{matr}(\mathbf{Ry}_3) & -I \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{h}_4 & \mathbf{0} & \text{matr}(\mathbf{Ry}_4) & -I \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{h}_5 & \text{matr}(\mathbf{Ry}_5) & -I \end{pmatrix}$$

연산자 $\text{matr}(\cdot)$ 는 앞 절에서 설명이 되었고, I 는 3 차원 단위행렬이며, 벡터 \mathbf{h}_i 는 \mathbf{x}_i 를 s_i 에 대하여 미분할 때 얻을 수 있으며, 예를 들어 $i=2$ 일 때, $\mathbf{h}_2 = [-r\omega_2 \sin(\omega_2 s_2 - \beta_2), -r\omega_2 \cos(\omega_2 s_2 - \beta_2), a]^T$

또한 벡터 $\mathbf{r} = [\dot{s}_1, \dot{s}_2, \dots, \dot{s}_5, \boldsymbol{\omega}^T, \mathbf{b}^T]^T$ 이고 벡터 $\boldsymbol{\delta} = [\boldsymbol{\delta}_1^T, \boldsymbol{\delta}_2^T, \dots, \boldsymbol{\delta}_5^T]^T$ 이다.

4. 실험 및 결과

앞에서 기술한 두 가지 수치 알고리즘과 나선 네 개와 직선 한 개로 구성된 피두셜 패턴의 레지스트레이션 성능을 시험하기 위하여 다양한 컴퓨터 시뮬레이션을 사용하였다. 이 때 사용된 원통의 크기는 반지름 $r = 2.5\text{cm}$, 길이 $L = 7.5\text{cm}$ 이다. 이는 원통이 인체의 직장에 삽입되는 상황을 가상하여 고안된 크기이다.

크게 두 가지 다른 상황을 모사하였는데, 하나

는 이미지 평면이 z 축을 따라서 평행이동하는 경우이고, 다른 하나는 이미지 평면이 z 축에 대해서 회전하는 경우이다. 이 두 가지는 CT 나 MRI 스캐너가 원통을 따라서 평행이동 또는 원통 주위를 회전하는 경우를 가상한 것이지만, 반대로 이미지 스캐너가 고정된 상태에서 원통이 직선 운동을 하거나 회전하는 경우도 마찬가지로 포함되는 것이다.

직선 평행 이동의 경우, $z = 1\text{cm}$ 부터 7cm 까지 1cm 씩 변화 시키면서 시험하였는고, 회전 이동의 경우, 회전각이 $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 인 경우에 대해 시험하였다.

각각의 경우에 대하여, 두 가지 측정치, $\varepsilon_1 = \|R_{the} - R_{sim}\|$ 와 $\varepsilon_2 = \|\mathbf{b}_{the} - \mathbf{b}_{sim}\|$ 를 이용하여 결과를 비교하였다. 각 측정치에서 아래 첨자 *the* 는 시뮬레이션 이전에 이미 알고 있는 이론적인 값을 나타내고, *sim* 은 알고리즘을 적용하여 나온 결과 값을 의미한다.

시뮬레이션의 결과, 각각의 경우에 대하여 알고리즘 1 과 2 가 공히, 소숫점 다섯째 자리까지 ε_1 과 ε_2 가 0 이 되는 정확성을 보여 주었다. 알고리즘 2 의 평행 이동시 결과를 Table 2 에서 볼 수 있다. 따라서 제안된 알고리즘 1, 2 와 나선과 직선이 조합된 피두설 패턴이, 원통형 말단장치기 z 축 평행이동과 회전 이동을 하더라도 뛰어난 레지스트레이션 성능을 보여준다는 것을 알 수 있다.

Table 2 Simulation results of algorithm 2 when applied for translations along z -axis

	$z=1\text{cm}$	2cm	4cm	6cm	7cm
ε_1	0.18×10^{-6}	0.14×10^{-6}	0.14×10^{-6}	0.14×10^{-6}	0.12×10^{-6}
ε_2	0.18×10^{-6}	0.80×10^{-6}	0.80×10^{-6}	0.17×10^{-6}	0.91×10^{-6}

5. 결론

이 논문에선 두 가지 다른 수치 알고리즘과 네개의 나선과 한 개의 직선으로 구성된 피두설 패턴이 개발되어 다양한 상황에서 성공적으로 레지스트레이션을 수행함을 보였다. 두 가지 알고리즘은 거의 같은 수준의 성능을 보였기 때문에 하나를 선택할 경우, 작동 시간 등의 다른 요인에 의

하여 선택을 해야 할 것으로 보인다.

향후 보다 다양한 상황을 모사하여 시험할 필요가 있을 것으로 생각된다. 비록 z 축에 대해서 회전하는 경우 보다 훨씬 일어날 가능성이 적고 회전각도 작겠지만 x 축 또는 y 축에 대해서 회전하는 경우에 대한 성능 시험이 수행될 예정이다. 또한 컴퓨터 시뮬레이션을 바탕으로 원통형 말단 장치의 프로토타입을 제작하여 실제 CT 나 MRI 스캐너로 다양한 환경에서 이미지를 획득하여 레지스트레이션 성능을 시험할 계획이다.

본 연구의 결과로 얻은 원통형 프레임, 곡선을 포함하는 피두설 패턴, 그리고 레지스트레이션 알고리즘은 CT 나 MRI 기기를 이용해서 얻은 이미지를 기반으로 하는 레지스트레이션에 포괄적으로 사용될 수 있을 것으로 기대된다. 또한 치료 기기가 인체의 공동에 삽입되어야 하는 경우, 전통적인 형태의 프레임이 적합하지 않으므로 새로운 원통형 프레임이 사용되어야 하므로 본 연구를 통하여 개발된 피두설 패턴과 레지스트레이션 알고리즘이 대단히 유용할 것으로 기대된다.

최근 급격히 증가하고 있는 전립선암의 치료를 위해 로봇의 말단장치에 치료기기를 부착하여 직장에 삽입하는 경우가 있고, 이러한 경우 본 연구의 대상인 원통형 프레임과 곡선을 포함하는 표준물체 패턴이 레지스트레이션 문제를 해결할 수 있을 것으로 예측된다.

참고문헌

- (1) Xu, S., Cleary, K., Stoianovici, D., and Fichtinger, G., 2004, "Registration and Real-Time Tracking of a Needle Placement Robot in CT-Guided Procedures," *IEEE Transactions on Robotics and Automation* (accepted).
- (2) Patriciu, A., Solomon, S.B., Kavoussi, L.R., and Stoianovici, D., 2001, "Robotic Kidney and Spine Percutaneous Procedures Using a New Laser-Based CT Registration Method," *Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 2208, pp. 249-257.
- (3) Lee, S., Fichtinger, G., and Chirikjian, G.S., 2001, "Novel Algorithms for Robust Registration of Fiducials in CT and MRI," *Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 2208, pp. 717-724.
- (4) Lee, S., Fichtinger, G., and Chirikjian, G.S., 2002, "Numerical Algorithms for Spatial Registration of Line Fiducials from Cross-Sectional Images," *Medical Physics*, Vol. 29, pp.1881-1891.
- (5) Susil, R.C., Krieger, A., and Derbyshire, J.A., 2003, "System for MR Image-guided Prostate Interventions: Canine Study," *J. of Radiology*, Vol. 228, pp. 886-894.

- (6) Horn, B.K.P., 1987, "Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions," *J. Opt. Soc. Amer. A*, Vol. 4, No. 4, pp. 624-642.
- (7) Haralick, R.M., Joo, H., and Lee, C.-N., 1989, "Pose estimation from corresponding point data," *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 19, pp. 1426-1446.
- (8) Chirikjian, G.S. and Kyatkin, A.B., 2000, *Engineering Applications of Noncommutative Harmonic Analysis*, *CRC Press*, Boca Raton.
- (9) Murray, R.M., Li, Z., and Sastry, S.S., 1994, "A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation," *CRC Press*, Boca Raton.
- (10) Seppenwoolde, J.H., 2003, "Passive Tracking Exploiting Local Signal Conservation: The White Marker Phenomenon," *Magn. Reson. Med.*, Vol. 50, pp. 784-790.