

디스크 런아웃에 기인한 브레이크 스켈소음

임재훈[†] · 조성진* · 최연선**

Brake Squeal Noise Due to Disk Run-out

Jae-Hoon Lim[†], Sung-Jin Cho*, Yeon-Sun Choi**

Key Words: Run-out(디스크 런아웃), Hopf bifurcation(호프분기), Phase diagram(위상선도), Poincare map(포앙카레 도표), Bifurcation diagram(분기선도)

Abstract

This paper deals with a cause analysis of a squeal noise in a brake system. It has been proved that the squeal noise is influenced by the angular misalignment of a disk, disk run-out, with the previously experimental study. In this study, a cause of the noise is examined by using FE analysis program(SAMCEF) and numerical analyses with a derived analytical equation of the disk based on the experimental results. The FE analyses and numerical results show that the squeal noise is due to the disk run-out as the experimental results and the frequency component of the noise equals to that of a disk's bending mode arising from the Hopf bifurcation.

1. 서론

브레이크 소음은 주파수에 따라 저더(judder), 그론(groan), 스켈(squeal) 소음 등으로 구분한다. 스켈소음은 1 kHz~10 kHz의 주파수 범위를 가지고 있는 소음으로써 승객의 불쾌감을 유발한다. 따라서 많은 연구자들이 스켈소음 발생 메카니즘을 규명하기 위해 이론해석, 유한요소법에 의한 수치해석, 실험 등을 하여왔으나 아직 스켈소음에 관한 정확한 발생 메카니즘이나 해결대책은 명확하지 않은 상태이다.

스켈소음 관련 연구 중, Wauer[1]는 브레이크 스켈소음을 동적 불안정성에서 기인하는 것으로 간주하여 디스크 브레이크 모델에 대한 안정성 해석을 하여 임계속도보다 10% 정도 작은 제 2 임계속도에서 불안정성이 발생함을 확인하였다.

Kido[2]는 브레이크 스켈소음을 해석하기 위해 디스크, 패드, 캘리퍼를 고려한 3 자유도 모델에 대한 복소 고유치 해석으로 불안정성을 해석하여 브레이크 스켈소음은 마찰계수를 가지고 있는 패드와 디스크 사이의 마찰력의 변동에 의한 자력진동(self-excited vibration) 특성을 가지고 있는 것으로 이해하였다. Chung[3]은 스켈소음은 모드간의 연성에 의해 연성된 모드 중 하나가 불안정하게 되어 발생하는 현상이며, 스켈소음 저감 방법으로 불안정 모드의 분리, 불안정 모드의 연성강도(modal coupling strength)를 저감시킬 것을 제안하였다. Chowdhary[4]는 브레이크 시스템의 복소 고유치 해석을 통하여 스켈소음은 근접한 고유진동수를 갖는 구성 부품간의 모드연성에 의해 발생하는 플러터(flutter) 불안정성 문제이고, 패드의 강성이 불안정성에 영향을 미치는 큰 요인임을 확인하였다. Shin[5]은 디스크와 패드를 각각 하나의 모드를 가지는 모델로 하여 브레이크 시스템을 2 자유도 모델로 표현하고, 모델의 운동방정식으로부터 시스템의 특성방정식을 유도하여 루쓰 판별법(Routh criterion)으로 안정성 해석을 하였다. 해석결과 스켈소음 발생을 감소시키기 위해서는 디스크와 패드의 고유진동수를 가능한 한 멀리 분리하고, 패드에 댐핑을 추가해

[†] 성균관대학교 기계공학부

E-mail : meanimal@skku.edu

TEL : (031)290-7501 FAX : (031)290-5849

* 성균관대학교 기계공학부

** 성균관대학교 기계공학부

야 한다고 하였다. 또한, 박주표[6]는 정렬불량에 의한 디스크의 런아웃이 브레이크 스킨소음의 원인을 실험을 통해 보였다.

브레이크 스킨소음 관련 유한요소해석으로 Herting[7]은 스킨소음의 원인을 비선형 마찰력 (nonlinear friction force)을 고려하고 고유 복소치 해석을 수행하여 복소수 형태로 나타나는 강성행렬의 고유값 중 실수부가 양수가 되어 디스크의 불안정성이 나타난다고 주장하였다. 이장무[8]는 MSC/NASTRAN을 이용하여 디스크 브레이크의 기본 모델의 복소 고유치 해석을 하였다.

이와 같이 많은 연구자들이 스킨소음 발생 메카니즘에 대해 이론해석, 유한요소해석, 실험 등을 통한 다양한 연구가 있어 왔다. 그러나 스킨소음에 관한 정확한 발생 메카니즘이나 해결대책은 밝혀지지 않은 상태이고, 연구자와 연구방법에 따라 서로 다른 해결방안이 제시되고 있다. 본 연구에서는 실험[6]으로 밝혀진 브레이크 스킨소음과 디스크 런아웃의 관계를 상용 SAMCEF프로그램[9]을 이용한 전산시뮬레이션을 수행하고, 해석모델을 통한 이론해석을 통하여 브레이크 스킨소음이 디스크의 런아웃에 기인함을 증명하고자 한다.

2. 전산시뮬레이션

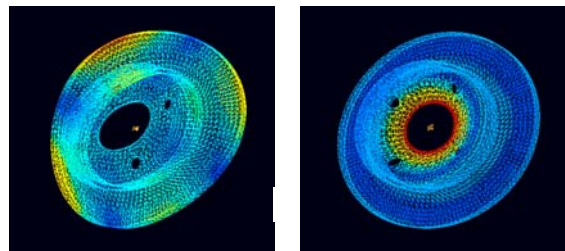
실험을 통하여 브레이크의 스킨 소음을 분석한 결과, 디스크의 런아웃이 스킨소음이 발생하는 주원인으로 나타나므로[6] 본 연구에서는 기구학 해석과 유한요소 해석이 동시에 이루어지는 상용 프로그램인 SAMCEF를 사용하여 스킨소음이 발생하는 상황을 전산시뮬레이션 하였다. Table 1은 SAMCEF를 이용하여 해석한 캘리퍼, 패드, 디스크 각각에 대한 고유진동수를 나타낸 것이고, Fig. 1에는 3 kHz~4 kHz 범위에 있는 디스크의 모드형상을 나타낸 것이다. 실험결과와 마찬가지로 3 kHz 성분의 고유진동수가 발생되었고, 이 때 굽힘모드(bending mode)가 발생하는 것을 볼 수 있다. 즉, 스킨소음은 디스크의 고유진동수 중 굽힘모드에 기인함을 확인할 수 있다. 본 연구에서는 디스크와 패드를 유연체(flexible body)로 모델링 하여 런아웃이 허용한도 이상일 때와 이하일 때 각각에 대해 발생하는 주파수 성분을 SAMCEF를 통해 분석하였다. Fig. 2는 디스크와 패드만으로 브레이크 시스템을 단순 모델링 한 것이고 Table 2는 각 부품의 재질과 물성치를 나타낸 것이다.

Table 1 Natural frequencies of the parts by FE analysis

unit : Hz

order	the caliper	the disk	the pad
1	888	2343	723
2	912	3059	988
3	1866	3491	1810
4	2099	6292	2054

디스크의 회전속도는 차량이 정차하기 전의 속도인 5 km/h로 계산하여 40 RPM으로 회전하고 있는 경우이다. Fig. 3은 런아웃이 0.03 mm일 때와 0.3mm일 때 각각에 대해서 마찰패드의 가속도와 주파수성분을 나타낸 것이다.



(a) 2nd mode(3059 Hz) (b) 3rd mode(3491 Hz)

Fig. 1 Mode shapes of the disk

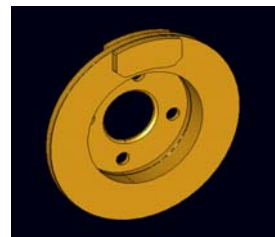


Fig. 2 FE model

Table 2 Material properties of the disk and pad

	Disk	Pad
Material	FC170Hd	-
E (GPa)	100	0.35
v	0.29	0.2
p (kg/m ³)	7200	1450

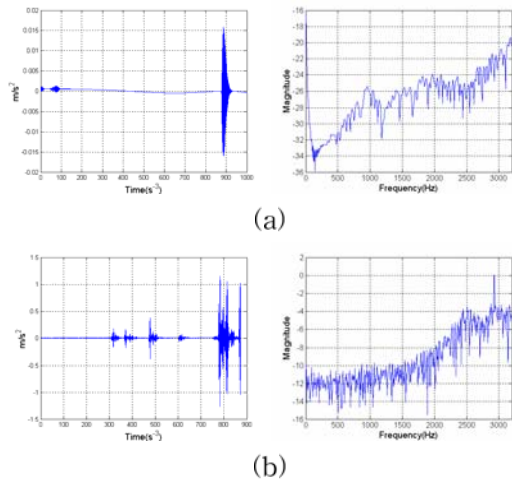


Fig. 3 Acceleration and power spectrum of the pad; (a) 0.03mm run-out and (b) 0.3mm run-out

그림에서 나타난 바와 같이 런아웃이 0.03mm일 때는 스킵소음 성분인 3 kHz가 발생하지 않고, 0.3mm일 때 3 kHz가 발생함을 알 수 있다.

3. 이론해석

런아웃이 있는 디스크의 회전과 패드에 의해 디스크에 작용되는 힘을 해석하기 위해 Fig. 4와 같이 경사된 원판 모델을 가정하였다. Fig. 4에서는 고정좌표계 XYZ 와 원판에 고정되어 있지만 회전하지 않는 좌표계 xyz , 원판에 고정되어 원판과 같이 회전하는 좌표계 $x'y'z'$ 를 각각 나타내었다. 원판은 회전축을 따라 각속도 Ω 로 회전하고 있다.

디스크의 런아웃을 고려하기 위해 Fig. 4(a)와 같이 불균형 각 ϕ 를 고려한다. 즉, Z 축은 회전축과 평행하고, z 축은 원판에 직교하므로 원판의 불균형 각, ϕ 를 축 Z 와 z 사이의 각으로 표현할 수 있다. 회전 각속도 Ω 에 의해 원판이 회전할 때, 원판 위의 한 점 P 의 각변화량은 Fig. 4(c)로부터 원판위의 x 좌표축의 한 점 R 이 일정 시간 후, x 위의 한 점 R_1 으로 이동할 때, 각각의 $X-Y$ 평면에서 투영된 위치는 R_0', R_1' 이다. 따라서 식 (1)의 관계식을 얻을 수 있다.

$$d \cos \Omega t = b \cos \gamma \cos \phi, \quad d \sin \Omega t = b \sin \gamma \quad (1)$$

$\psi = \gamma + \Theta$ 라고 하면, 식 (1)으로부터 다음의 ψ 와

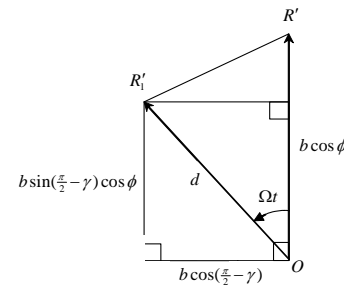
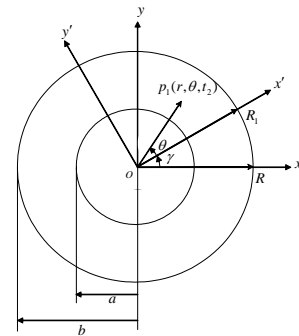
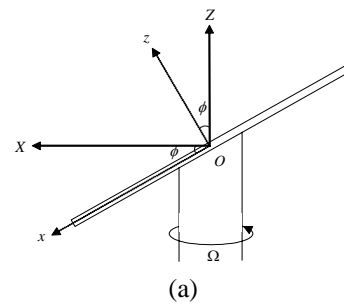


Fig. 4 Schematics of a rotating disk with angular misalignment:

(a) in the y direction; (b) in the z direction; and (c) projecting on the $X-Y$ plane

Θ 의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\psi = \tan^{-1} [\tan \Omega t \cos \phi] + \theta \quad (2)$$

원판의 횡방향 변위에 대한 운동방정식은 식 (3)과 같으며,

$$\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \nabla^4 w = 0, \quad (3)$$

식 (3)의 좌표계, (r, Θ, t) 를 (r, ψ, t) 로 변환하면 다음과 같다.

$$\rho h \left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2A \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial \psi} + B \frac{\partial u}{\partial \psi} + A^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \psi^2} \right] + D \nabla^4 u = 0, \quad (4)$$

$$A = \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\Omega \cos \phi \sec^2(\Omega t)}{1 + \tan^2(\Omega t) \cos^2 \phi},$$

$$B = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right) = \frac{\Omega^2 \cos \phi \sin^2 \phi \sin(2\Omega t)}{(\cos^2(\Omega t) + (\sin^2(\Omega t) \sin^2 \phi))^2}, \quad (5)$$

$$\nabla^4 = \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} \right]^2$$

원판의 경계조건은 다음과 같다.

$$u(a, \psi, t) = \frac{\partial u}{\partial r}(a, \psi, t) = 0 \quad (6)$$

$$M_r(b, \psi, t) = Q_r(b, \psi, t) - \frac{1}{b} \frac{\partial M_{r\psi}}{\partial \psi}(b, \psi, t) = 0 \quad (7)$$

$$M_r(r, \psi, t) = -D \left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \nu \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \psi^2} \right\} \right],$$

$$Q_r(r, \psi, t) = D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \psi^2} \right], \quad (8)$$

$$M_{r\psi}(r, \psi, t) = -D(1 - \nu) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right)$$

패드를 점질량(point mass)으로 원판 위의 한 점 $u(r_p, \psi_p)$ 에 놓여있다고 가정하여 운동방정식을 다시 정리하면 다음과 같다.[10]

$$\rho h \left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2A \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial \psi} + B \frac{\partial u}{\partial \psi} + A^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \psi^2} \right] + D \nabla^4 u$$

$$+ \frac{1}{r} \left[M \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2A \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial \psi} + B \frac{\partial u}{\partial \psi} + A^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \psi^2} \right) \right. \quad (9)$$

$$+ C_z \left(\frac{\partial u}{\partial t} + A \frac{\partial u}{\partial \psi} \right) + K_z u \left. \right] \delta(r - r_p) \delta(\psi - \psi_p)$$

$$= -\frac{1}{r} \delta(r - r_p) \delta(\psi - \psi_p) N(1 + \sin(\Omega t)) \cos \phi$$

본 연구에서는 갤러킨법(Galerkin method)을 식 (9)에 적용하여 고유진동수를 구하였다. 이를 위해 운동방정식의 해를 다음과 같이 가정한다.

$$u(r, \psi, t) = \sum_{n=0}^N [C_n(t) \cos n\psi + S_n(t) \sin n\psi] R_n(r) \quad (10)$$

여기서, $C_n(t)$ 와 $S_n(t)$ 는 각각 시간함수이며,

$R_n(r)$ 은 반경방향 좌표 r 의 함수이다. 브레이크의 스켈소음이 디스크의 세 번째 고유진동수, 즉 여러 고유진동수 중 낮은 주파수와 일치하기 때문에 절점원이 없는 절점직경만 갖는 모드의 고유진동수를 고려한다. 식 (6)과 (7)의 경계조건을 만족하는 비교함수(comparison function)을 구하기 위해 $R_n(r)$ 을 다음과 같이 가정한다.

$$R_n(r) = c_1(r - a)^2 + c_2(r - a)^3 + c_3(r - a)^4 \quad (11)$$

식 (11)은 경계조건 식 (6)을 만족한다. 따라서 상수 c_1, c_2, c_3 는 경계조건 식 (6)과 정규화 조건에 의해서 결정된다. 정규화 조건은 다음과 같다.

$$\rho h \int_a^b \int_0^{2\pi} R_n^2 \sin^2 \psi \, r d\psi dr$$

$$= \rho h \int_a^b \int_0^{2\pi} R_n^2 \cos^2 \psi \, r d\psi dr = 1 \quad (12)$$

식 (11)을 식 (7)과 (12)에 대입하여 상수 c_1, c_2, c_3 을 결정한 후, 갤러킨법을 적용한다.

$$\int_a^b \int_0^{2\pi} f(u) \cos n\psi R_n r d\psi dr = 0, \quad (13)$$

$$n = 0, 1, \dots, N$$

$$\int_a^b \int_0^{2\pi} f(u) \sin n\psi R_n r d\psi dr = 0, \quad (14)$$

$$n = 1, 2, \dots, N$$

$$f(u) = \rho h \left[\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2A \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial \psi} + B \frac{\partial u}{\partial \psi} + A^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \psi^2} \right] + D \nabla^4 u$$

$$+ \frac{1}{r} \left[M \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2A \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial \psi} + B \frac{\partial u}{\partial \psi} + A^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \psi^2} \right) \right. \quad (15)$$

$$+ C_z \left(\frac{\partial u}{\partial t} + A \frac{\partial u}{\partial \psi} \right) + K_z u \left. \right] \delta(r - r_p) \delta(\psi - \psi_p)$$

$$+ \frac{1}{r} \delta(r - r_p) \delta(\psi - \psi_p) N(1 + \sin(\Omega t)) \cos \phi$$

$\psi_0 = 0$ 이라 하고, 코사인(cosine)과 사인(sine) 함수의 직교성(orthogonality)을 이용하면, 식 (13)과 (14)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} & \ddot{C}_k + 2kA\dot{S}_k + (-k^2A^2 + \mu_k^2)C_k + kBS_k \\ & + \sum_{n=0}^N [M\{\ddot{C}_n R_{np} + 2nA(S_n \dot{R}_{np}) \\ & + nB(S_n R_{np}) - n^2A^2(C_n R_{np})\} \\ & + C_z\{C_n R_{np} + n\dot{A}(S_n R_{np})\} \\ & + K_z C_n R_{np} + N(1 + \sin \Omega t) \cos \phi] R_{kp} = 0, \\ & k = 0, 1, \dots, N \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \ddot{S}_k - 2kA\dot{C}_k + (-k^2A^2 + \mu_k^2)S_k + kBC_k = 0, \\ & k = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \mu_n^2 &= \pi \int_a^b [D \nabla_r^4 R_n] R_n r dr, \\ \nabla_r^4 R_n &= \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{d}{r dr} - \frac{n^2}{r^2} \right)^2 R_n, \\ R_{np} &= R_n(r=r_p) \end{aligned} \quad (18)$$

앞에서 언급한 스켈소음이 발생하는 3번째까지의 고유모드만을 고려하기로 한다. 원판이 회전하지 않는 경우($\Omega=0$) 고유진동수를 계산한 결과는 Table 3에 나타내었다. Table 3에서 괄호의 왼쪽 숫자는 절원의 개수, 오른쪽 숫자는 절직경의 개수를 나타낸다.

시간영역에서의 원판의 응답을 구하기 위해 식 (16), (17)을 식 (19)와 같이 상태공간(state space) 방정식으로 나타낸다.

$$\{\dot{y}\} = A\{y\} + F \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \{y\} &= \{C_0, S_0, \dot{C}_0, \dot{S}_0, \dots, \dot{C}_2, \dot{S}_2\}^T \\ F &= N(1 + \sin \Omega t) \cos \phi \{R_{0p}, R_{1p}, \dots, 0\}^T \end{aligned} \quad (20)$$

Fig. 5는 식 (19)를 수치해석 하여 런아웃의 변화에 따른 디스크의 정상상태 변위에 대한 주파수 성분의 워터폴 선도(waterfal diagram)를 나타낸 것이다. Fig. 10에서 보는 바와 같이 런아웃이 0.04 mm 이상에서부터 응답의 주파수 성분 중 디스크의 세 번째 고유진동수와 일치하는 성분이 증폭됨을 알 수

Table 3 Natural frequencies of the disk for $\Omega = 0$ RPM

	(0, 0)	(0, 1)	(0, 2)
Natural frequency (Hz)	2652.6	2720.4	3069.7

있다. 이 결과는 앞서의 실험결과와 일치하는 것으로 실제 실험에서 측정된 스켈의 주원인이 런아웃이며, 그 결과로써 디스크의 굽힘모드에 해당하는 고유진동수가 가진이 됨을 의미한다.

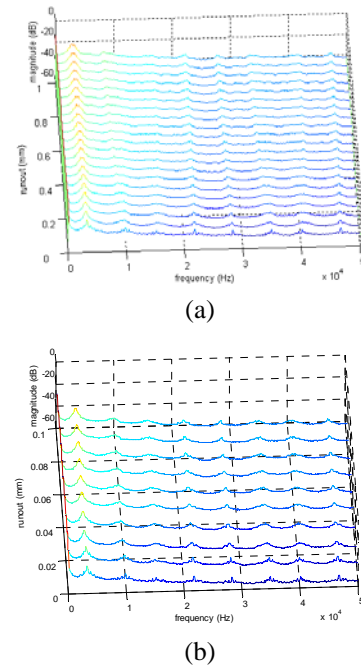


Fig. 5 Waterfall diagram of the disk

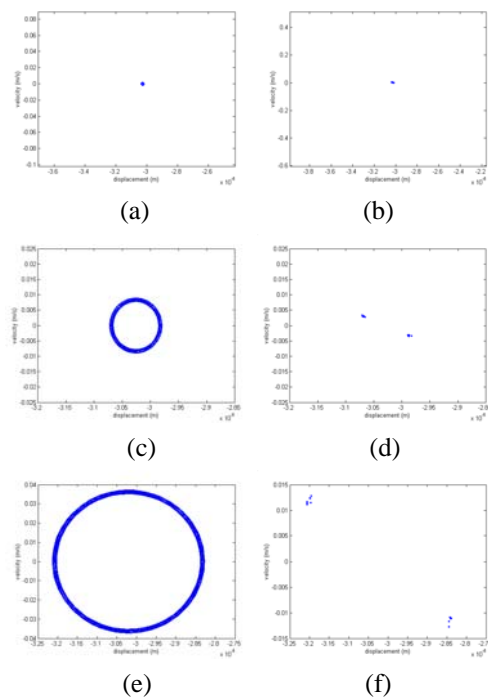


Fig. 6 Phase diagram and Poincare map for 0.03 mm run-out; (a), (b): 0.05 mm run-out, (c), (d): 0.9 mm run-out and (e), (f)

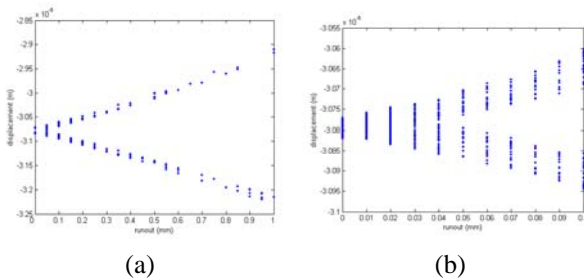


Fig. 7 Bifurcation diagram of the disk; (a): from 0 to 1mm run-out, (b): from 0 to 0.1mm run-out

Fig. 6은 런아웃의 변화에 따른 디스크 응답의 위상선도(phase diagram)와 포앙카레 도표(Poincare map)를 도시한 것이다. Fig. 6에서 보는 바와 같이 런아웃이 0.04 mm 미만일 때는 시스템이 안정하여 위상선도와 포앙카레 사상에서는 한 점으로 나타나지만 0.04 mm 이상에서는 호프분기(Hopf bifurcation)가 발생하여 시스템이 불안정해지며 위상선도에서는 한계사이클(limit cycle)이 나타난다. Fig. 7의 분기선도(bifurcation diagram)에서 볼 수 있듯이 런아웃이 0.04 mm 이상으로 증가함에 따라 호프분기가 발생하며 런아웃이 증가할 수록 2주기 이상의 응답이 나타나는 것을 알 수 있다.

4. 결론

디스크 런아웃이 브레이크 스킨소음의 원인이라는 실험결과[6]를 증명하기 위해 상용 SAMCEF 프로그램을 이용하여 전산 시뮬레이션을 수행하고, 해석모델을 통한 이론해석을 수행하였다. 실험결과는 전산 시뮬레이션으로 확인하였고, 런아웃이 있는 즉, 정렬불량을 포함하는 디스크에 대하여 운동방정식을 유도하고, 이를 수치해석한 결과, 실험결과와 일치하는 결론을 얻을 수 있었다. 즉, 스킨소음의 원인은 디스크의 정렬불량에 의한 런아웃에 기인하는 것이며 런아웃의 증가에 따라 호프분기가 발생하여 디스크의 굽힘모드가 가진됨에 따라 스킨소음이 발생함을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 산업자원부가 지원하는 중기거점기술개발사업(샤시코너모듈 공통기반기술개발)으로 지원되어 수행하였습니다.

참고문헌

- (1) Jorg Wauer and Jurgen Heilig, 2001, "Dynamics and Stability of a Nonlinear Brake Model", *Proceedings of DETC'01 ASME 2001 Design Engineering Technical Conference*.
- (2) Ichiro Kido, Tuyoshi Kurahachi and Makoto Asai, 1996, "A Study on Low-Frequency Brake Squeal Noise," *SAE #960993*.
- (3) Chih-Hung Chung, William Steed, Kiyoshi Kobayashi and Hiroyuki Nakata, 2001, "A New Analysis Method For Brake Squeal Part 1: Theory For Modal Domain Formulation And Stability Analysis," *SAE 2001-01-1600*.
- (4) Harsh V. Chowdhary, Anil K. Bajaj, Charles M. Krousgrill, 2001, "An Analytical Approach to Model Disc Brake System for Squeal Prediction," *Proceedings of DETC'01 ASME 2001 Design Engineering Technical Conference*.
- (5) K. Shin, M. J. Brennan, J. E. Oh, C. J. Harris, 2002, "Analysis of Disc Brake Noise Using a Two Degree of Freedom Model," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 254, No. 5, pp. 837-848.
- (6) J. P. Park and Y. S. Choi, 2003, "Brake Squeal Noise Due to Disk Misalignment", *Proceedings of the KSME 2003 fall annual conference*, pp. 1690-1695.
- (7) H. G. Choi, J. D. Jeong, H. W. Kang, J. M. Lee, I. S. Chung, C. K. Park, 2001, "A study of the Squeal Noise of Disk Brake System Using FEM," *Proceedings of the KSME 2001 spring annual conference*, pp. 630-634.
- (8) M. L. Chargin, L. W. Dunne and D. N. Herting, 1997, "Nonlinear dynamics of brake squeal," *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 28, pp. 69-82.
- (9) Samcef field. SAMTECH. 2002.
- (10) H. Ouyang, J.E. Mottershead, M.P. Cartmell and D.J. Brookfield, 1999, "Friction-induced Vibration of an Elastic Slider on a Vibrating Disk", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 41, pp. 325-336.