

# 다항식 근사를 이용한 이족보행 로봇의 보행패턴 생성

강운석<sup>†</sup> · 박정훈\* · 임홍재\*\*

## Walking Pattern Generation for a Biped Robot Using Polynomial Approximation

Yun-Seok Kang, Jung-Hun Park and Hong-Jae Yim

**Key Words :** Polynomial Approximation(다항식 근사), ZMP(zero moment point), Biped Robot(이족보행 로봇), Stable Walking Pattern(안정적 보행패턴), Constrained Multibody System(구속 다물체계)

### Abstract

In this research, a stable walking pattern generation method for a biped robot is presented. A biped robot is considered as constrained multibody system by several kinematic joints. The proposed method is based on the optimized polynomial approximation of the trunk motion along the moving direction. Foot motions can be designed according to the ground condition and walking speed. To minimize the deviation from the desired ZMP, the trunk motion is generated by the fifth order polynomial approximation. Walking simulation for a virtual biped robot is performed to demonstrate the effectiveness and validity of the proposed method. The method can be applied to the biped robot for stable walking pattern generation.

### 1. 서 론

로봇산업은 21 세기에 가장 각광 받을 미래 기술 중 하나로 향후 그 수요 확대가 가장 클 것이다. 해양, 우주, 등 인간의 손이 닿지 않는 미지의 분야를 개척하는 등 로봇의 용도는 다양하다. 특히 이족보행 로봇은 인간과 유사한 구조를 가지고 있으며, 인간이 살아가는 환경에 적합하다. 이족보행 로봇의 이동성을 보장하기 위하여 보행패턴 생성 방법에 대한 많은 연구들이 진행중이다<sup>(1-4)</sup>. 이족보행 로봇은 쉽게 넘어지는 경향이 있기 때문에 보행시 동적 안정성을 고려하는 것이 중요하다<sup>(5)</sup>. 대표적으로 ZMP(zero moment point) 식은 이족보행 로봇의 동적 보행 안정성에 대한 지표로써 보행패턴 연구에 많이 사용되어왔다<sup>(6-9)</sup>. 이전 연구에서

는 이족보행 로봇을 구속 다물체 계로 구성한 후 기구학적 구속 조건식과 ZMP 식의 동시 적분을 통하여 원하는 ZMP 를 만족하는 허리의 궤적을 얻었다<sup>(10)</sup>. 그러나 이 방법은 원하는 ZMP 를 정확히 만족할 수 있는 장점은 있지만, 허리의 궤적이 주기성이 없었고, 속도가 증가할수록 허리 궤적의 범위가 커지기 때문에 보행동작이 부자연스럽고 불안정해지는 경우가 발생한다. 즉 기구학적 특이 상태로 인한 보행속도 제한의 문제가 있었다.

본 논문에서는 6 자유도의 구속 다물체계로 구성된 이족보행 로봇의 보행 안정성과 보행속도에 대한 유연성을 동시에 만족하기 위하여 ZMP 식을 이용한다. 원하는 ZMP 를 만족하기 위하여 다항식 근사를 이용한 보행패턴 생성 방법이 이용된다. 보행 파라미터(parameter)를 만족하는 두 발의 궤적과 5 차 다항식으로 근사화 된 허리궤적을 구동 조건으로 하는 이족보행 로봇의 기구동역학해석으로부터 얻어지는 실제 ZMP 와 보행 파라미터에 따라 정의 되는 원하는 ZMP 의 차가 최소화 될 수 있는 다항식의 계수를 최적화 기법으로 결정하여 안정적인 보행패턴을 생성하고자 한다.

<sup>†</sup> 국민대학교 자동차공학 전문대학원  
E-mail : yskang96@kookmin.ac.kr  
TEL : (02)914-8812 FAX : (02)910-4718

\* 고등기술연구원 제품기술연구센터

\*\* 국민대학교 자동차공학 전문대학원

## 2. ZMP 방정식

로봇은 보행할 때 중력가속도와 가감속도에 의해 발생하는 관성력의 영향을 받는다. ZMP 식을 이용하면 관성에 대한 영향을 고려할 수 있고, 보행 시 동적인 안정성에 대한 보장도 가능하다. ZMP 는 로봇에 작용하는 모든 힘들에 의한 모멘트의 합이 0(zero)가 되는 지면과 발사이의 점으로 정의 된다. 보행 중 한발지지 상태에서 로봇의 ZMP 가 흔히 안정영역 이라 불리는 발과 지면사이의 접촉면에 존재하면, 이족보행 로봇의 안정적인 보행을 구현할 수 있다. Fig. 1 은 제안된 방법에 사용된 ZMP 와 기준 좌표계를 보여준다. 여기서 XYZ 는 전체 기준 좌표계이고,  $x'_iy'_iz'_i$  는 i 번째 물체에 고정된 기준 좌표계(body fixed reference frame)를 나타낸다.  $\mathbf{r}_i$  와  $\mathbf{r}_{ZMP}$  는 각각  $x'_iy'_iz'_i$  의 원점까지 위치벡터와  $p_{ZMP}$  점까지의 위치벡터를 나타낸다. ZMP 를 나타내는 지면 위의  $p_{ZMP}$  점에서 관성력에 의한 반력만 작용한다고 가정하면, ZMP 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\sum_{i=1}^n m_i (\tilde{\mathbf{r}}_i - \tilde{\mathbf{r}}_{ZMP}) (\ddot{\mathbf{r}}_i + \mathbf{g}) = \mathbf{0} \quad (1)$$

여기서

$$\mathbf{r}_i = [x_i \quad y_i \quad z_i]^T \quad (2)$$

식(1)에서  $n$  은 물체의 번호이고, 틸테( $\sim$ )는 교대행렬(skew-symmetric matrix)을 의미한다. 식(1)에서 Z 방향으로 외부 모멘트(external moment)가 작용하지 않는다고 가정하면, 식(1)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

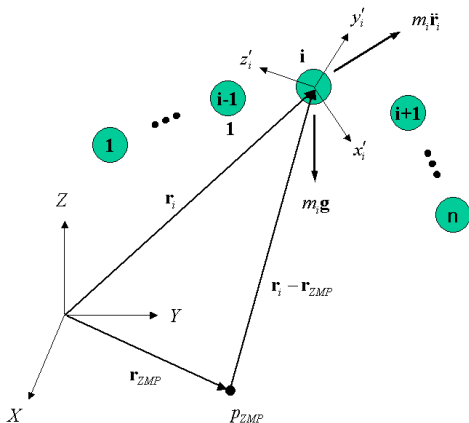


Fig. 1 The reference frame and the ZMP

$$X_{ZMP} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{y}_i + g_y) x_i - \sum_{i=1}^n m_i (\ddot{x}_i + g_x) y_i}{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{y}_i + g_y)} \quad (3)$$

## 3. 기구 해석

Fig. 2 는 본 논문에서 고려한 6 자유도를 갖는 2 차원상의 이족보행 로봇을 나타낸다. 그림에서 볼 수 있듯이 각 물체들은 여러 개의 회전조인트(revolute joint)로 연결되어 있다. 기구학적 구속 조건식은 다음과 같이 표현할 수 있다<sup>(11)</sup>.

$$\Phi^k(\mathbf{Z}) = \mathbf{0} \quad (4)$$

여기서

$$\mathbf{Z} \equiv [\mathbf{Z}_1^T \quad \mathbf{Z}_2^T \quad \dots \quad \mathbf{Z}_n^T]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{Z}_i = [x_i \quad y_i \quad \theta_i]^T \quad (6)$$

식(4)에서  $\mathbf{Z}$  는 일반좌표(generalized coordinates)이다. 두 발과 허리를 규정된 운동(prescribed motion)으로 구동하면 로봇이 원하는 패턴으로 걸을 수 있다. 여기서 규정된 운동은 구동구속조건(driving constraints)으로 정의할 수 있다. 즉, 두 발과 허리의 구동구속조건은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Phi^M = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 - \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{Z}_4 - \mathbf{g}(t) \\ \mathbf{Z}_7 - \mathbf{h}(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서  $\mathbf{f}(t)$ ,  $\mathbf{g}(t)$ ,  $\mathbf{h}(t)$  는 시간의 함수인 규정된 운동을 의미한다.

이족보행 로봇 시스템에서 두 다리와 허리의 규

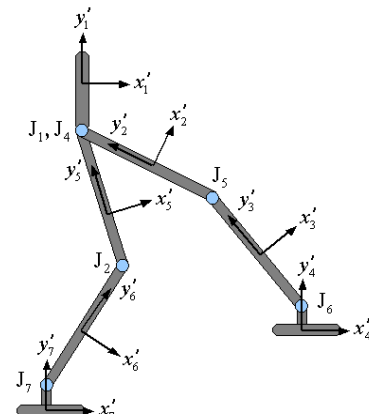


Fig. 2 Model of 6 DOFs biped

정된 운동을 정의 하면, 나머지 물체들의 배치와 각 조인트의 궤적은 기구학적 구속조건에 의해 결정될 수 있다. 위치, 속도, 가속도 구속조건식은 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi^K \\ \Phi^M \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (8)$$

$$\dot{\Phi} = \Phi_Z \dot{\mathbf{Y}} + \Phi_t = \mathbf{0} \quad (9)$$

$$\ddot{\Phi} = \Phi_Z \ddot{\mathbf{Y}} - \gamma = \mathbf{0} \quad (10)$$

위 식에서  $\Phi_Z$ 는  $Z$ 에 대한  $\Phi$ 의 자코비안 행렬(Jacobian matrix)이다.

$$\mathbf{Y} = \dot{\mathbf{Z}} \quad (11)$$

$$\gamma = -(\Phi_Z \mathbf{Y})_Z \mathbf{Y} - 2\Phi_{Zt} \mathbf{Y} - \Phi_{tt} \quad (12)$$

$Z$ 는 식(8)의 위치 구속조건식을 이용하여 구한다. 이것을 일반적으로 위치해석이라고 한다. 위치해석은 뉴턴-랩슨 방법(Newton-Raphson method)에 의해 수행되고 그 과정은 다음과 같다.

$$\Phi_Z \Delta Z = -\Phi \quad (13)$$

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z} + \Delta Z \quad (14)$$

속도해석과 가속도 해석은 각각 식(9)의 속도 구속식과 식(10)의 가속도 구속식을 이용하여 수행된다. 기구해석을 통해 구해진 위치, 속도, 가속도를 식(3)에 적용하면 이족보행 로봇의 ZMP가 계산될 수 있다.

#### 4. 다항식 근사 방법

두발의 궤적은 지면의 상태나 로봇의 보행속도에 따라서 결정된다. Fig. 3은 본 연구에서 보행 파라미터로 정의한 단위 주기에서의 보폭과 발 높이를 나타낸다. 그림에서  $L_s$ 는 보폭,  $H$ 는 한 걸

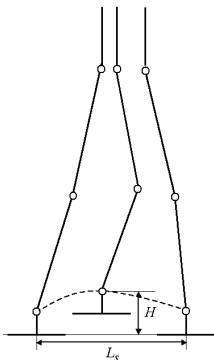


Fig. 3 Walking parameters

음에서 발의 높이를 의미한다. 두발의 궤적은 주어진 파라미터에 의해 결정되었기 때문에 허리의 X 방향운동만 정의된다면 로봇의 보행패턴 생성이 가능하다. 따라서 본 논문에서는 허리의 X 방향운동을 다음과 같은 5차 다항식으로 제한한다.

$$x_1(t) = \sum_{k=0}^5 c_k t^k, \quad n\tau \leq t \leq (n+1)\tau \quad (15)$$

여기서  $n$ 은 걷는 횟수,  $\tau$ 는 단위걸음에 대한 주기,  $x_1(t)$ 는 허리의 X 방향 운동이고,  $c_i$ 는 5차 다항식의 계수이다. 두 발의 궤적과, 허리의 Y 방향, 회전 궤적들을 결정한 후에 원하는 ZMP를 만족하는  $c_i$ 는 최적화를 통하여 얻어진다. 최적화의 목적은 보행 안정성을 확보하는  $c_i$  값을 찾아내는 것이다. 최적화에 사용된 목적함수는 원하는 ZMP( $ZMP_D$ )와 기구해석을 통해 얻을 수 있는 실제 ZMP( $ZMP_A$ )의 차에 대한 최대 절대값으로 정의된다. 그러나 목적함수를  $\max|ZMP_A - ZMP_D|$ 로 표현할 경우, 그 값이 0(zero)을 가지면 목적함수의 경사도 계산이 안 된다. 이 수치적 문제를 피하기 위하여 최적화의 목적함수를 다음과 같이 정의하였다.

$$\max_{n\tau \leq t \leq (n+1)\tau} (ZMP_A - ZMP_D)^2 \quad (16)$$

Fig. 4에서 볼 수 있듯이 규정된 두 발의 궤적에 따라서 허리의 X 방향궤적은 기구학적인 제한을 받는다. 그림에서  $X_0^{\min}$ 과  $X_0^{\max}$ ,  $X_m^{\min}$ 과  $X_m^{\max}$ ,  $X_f^{\min}$ 과  $X_f^{\max}$ 는 각각  $t = n\tau$ ,  $n\tau < t < (n+1)\tau$ ,  $t = (n+1)\tau$ 일 때 기구학적으로 특이상태를 되는 허리의 X 방향 최대, 최소 위치이다. 이 제한들을 고려하기 위한 부등호 제약조건은 다음과 같다.

$$X_0^{\min} + \alpha_0 \leq x_1(n\tau) \leq X_0^{\max} - \alpha_0 \quad (17)$$

$$X_m^{\min} + \alpha_m \leq x_1(n\tau + 0.5\tau) \leq X_m^{\max} - \alpha_m \quad (18)$$

$$X_f^{\min} + \alpha_f \leq x_1((n+1)\tau) \leq X_f^{\max} - \alpha_f \quad (19)$$

여기서  $\alpha_0$ ,  $\alpha_m$ ,  $\alpha_f$ 는 기구학적인 특이상태를 피하기 위한 작은 값이다.

보행하는 동안 연속적인 허리의 궤적을 위하여  $t = n\tau$ 과  $t = (n+1)\tau$ 일 때 다음과 같은 연속성에 관련된 등호제약조건(equality constraints)이 요구된다.

$$x_1((n+1)\tau) - x_1(n\tau) = L_s \quad (20)$$

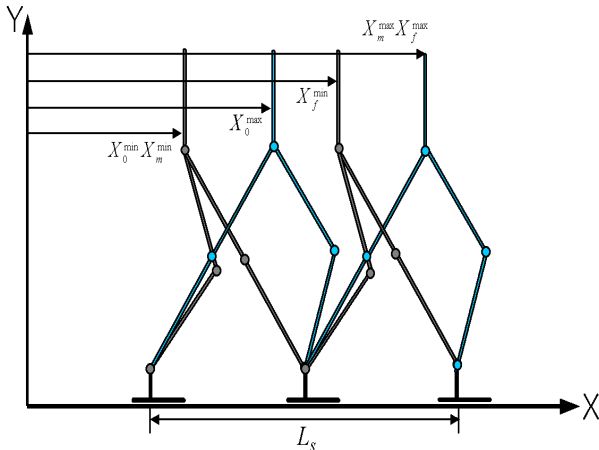


Fig. 4 Kinematic limitations of the biped robot

보행시 속도와 가속도의 불연속은 충격 및 저크(jerk)의 영향으로 보행 안정성을 나쁘게 한다. 속도와 가속도에 대한 연속성 조건은 다음과 같다.

$$\dot{x}_1((n+1)\tau) - \dot{x}_1(n\tau) = 0 \quad (21)$$

$$\ddot{x}_1((n+1)\tau) - \ddot{x}_1(n\tau) = 0 \quad (22)$$

한걸음에 대한 허리궤적을 구하면, 구해진 궤적을 반복적으로 표현하여 모든 걸음에 대한 허리궤적을 연속적으로 결정할 수 있다.

식(16) ~ 식(22)으로부터 안정적인 보행패턴을 생성하는 최적화 문제를 다음과 같이 정식화하여 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize: } & \max_{n\tau \leq t \leq (n+1)\tau} (ZMP_A - ZMP_D)^2 \\ \text{subject to} & \\ & g_j(\mathbf{c}) \leq 0, \quad j=1, 2, \dots, m \\ & h_k(\mathbf{c}) = 0, \quad k=1, 2, \dots, p \\ & c_i^{\min} \leq c_i \leq c_i^{\max} \end{aligned} \quad (23)$$

여기서  $\mathbf{c}=[c_0 \ c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5]^T$ 는 설계변수를 의미한다.  $g_j(\mathbf{c})$ 와  $h_k(\mathbf{c})$ 는 각각 식(17)~식(19)의 부등호제약조건과 식(20)~식(22)의 등호제약조건을 의미한다.

Fig. 5는 본 논문에서 제시한 방법에 대한 Flowchart를 나타낸다.

### 5. 수치예제

수치예제는 Fig. 2에 나타난 2차원 6자유도 모델을 이용하였다. 로봇의 높이와 총 질량은 각각 1.04[m]와 60kg이다. 시스템에 관한 관성 특성치

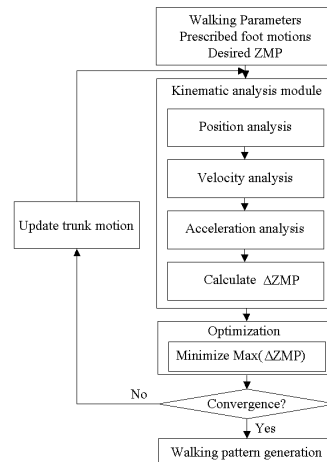


Fig. 5 Flowchart for walking pattern generation

와 길이 정보는 Table 1에 나타나 있다. 허리의 Y 방향 궤적과 두발과 허리의 회전 각도는 각각 0.84[m]와 0.0[rad]으로 일정한 값을 갖는다. 최적화된 허리의 궤적을 얻기 위하여, MATLAB의 SQP 방법이 이용되었다. 수치예제에 사용된 보행 파라미터와 속도는 Table 2에 나타나 있다.

본 논문에서 제안한 방법의 타당성을 검증하기 위하여, 1.8[km/h]의 보행 속도에 관한 모의실험을 수행하였다. Fig. 6은 보행 파라미터를 만족하는 원하는 ZMP와 규정된 두 발의 궤적을 나타낸다. 최적화를 통하여 단위 걸음에 대한 허리의 X 방향 궤적을 얻을 수 있었다. Fig. 7은 최적화에 따른 목적함수의 수렴 이력을 나타내고, 12번 반복 후에 최적의 값이 얻어졌음을 알 수 있다. Fig. 8은 한 주기동안 규정된 두 발의 궤적과 최적화된 허리의 궤적을 구동조건으로 하는 기구해석을 통한 실제 ZMP와 보행파라미터를 만족하는 원하는 ZMP의 차이  $\Delta ZMP (= ZMP_A - ZMP_D)$ 를 나타낸다. 여기서 최대  $\Delta ZMP$ 는 0.0156[m]이고 이는 ZMP가 안정영역 안에 들어올 수 있는 허용치이다. Table 3은 설계변수의 초기값과 최적화된 값을 나타낸다. Fig. 9는 원하는 ZMP와 로봇의 초기, 최적화 후 실제 ZMP를 보여준다. 그림에서 초기조건과 비

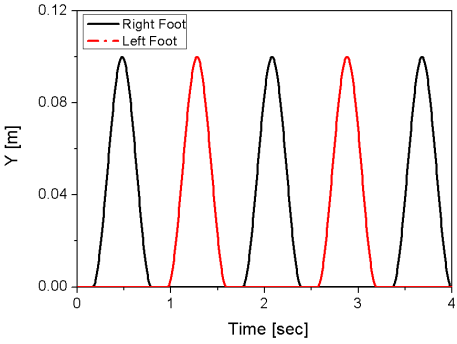
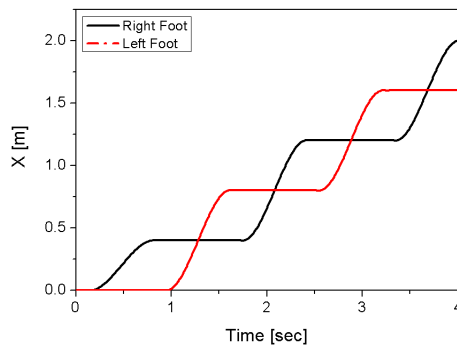
Table 1 Length and inertia properties of the biped robot

| Body number | Length [m] | Mass [kg] | Inertia [kgm <sup>2</sup> ] |
|-------------|------------|-----------|-----------------------------|
| Body 1      | 0.2        | 34        | 10 <sup>-1</sup>            |
| Body 2      | 0.4        | 5         | 10 <sup>-2</sup>            |
| Body 3      | 0.4        | 5         | 10 <sup>-2</sup>            |
| Body 4      | 0.05       | 3         | 10 <sup>-2</sup>            |
| Body 5      | 0.4        | 5         | 10 <sup>-2</sup>            |
| Body 6      | 0.4        | 5         | 10 <sup>-2</sup>            |
| Body 7      | 0.05       | 3         | 10 <sup>-2</sup>            |

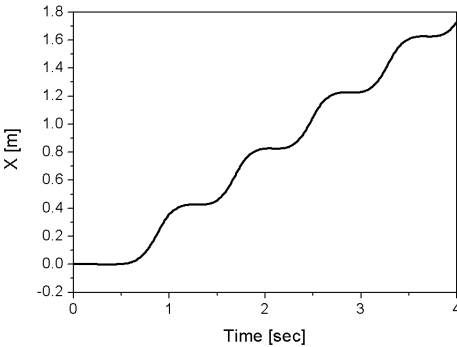
**Table 2** Walking parameters for different walking speeds

| Walking speed [km/h] | $L_s$ [m] | $H$ [m] | $\tau$ [sec] |
|----------------------|-----------|---------|--------------|
| 1.8                  | 0.8       | 0.10    | 0.8          |

교하여 최적화 후에  $\Delta ZMP$  가 더 작음을 알 수 있다. Fig. 10 은 최적화된 허리의 X 방향 궤적을 나타낸다. 생성된 보행 패턴의 안정성을 검증하기 위하여 지면 접촉을 고려한 가상 이족보행로봇의 보행거동 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 11 은 모의실험을 통한 가상 이족보행 로봇의 스틱 다이어그램(stick diagram)을 나타낸다. 그림을 통하여 가상 이족보행 로봇이 전복 없이 안정적인 보행을 하는 것을 볼 수 있다. 따라서 이상의 결과는 제안된 방법이 이족보행 로봇의 보행패턴을 효과적으로 생성함을 보여준다.

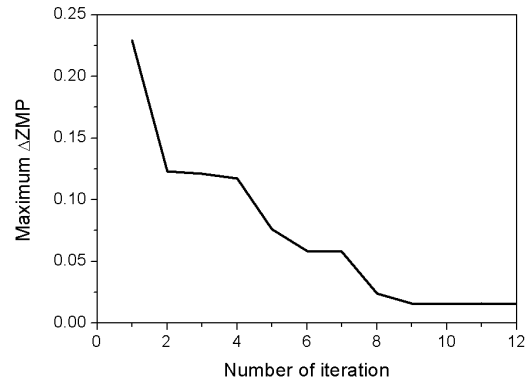


(a) Prescribed foot motions

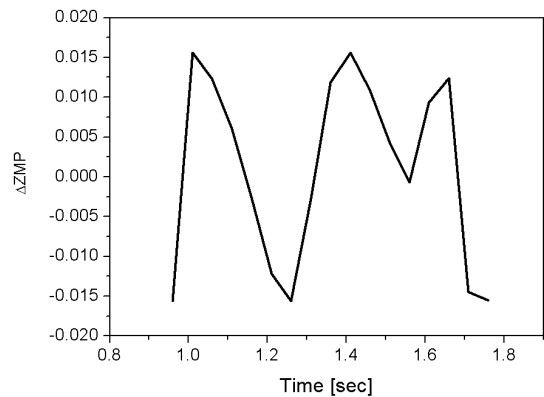


(b) The desired ZMP

**Fig. 6** Prescribed foot motions and the desired ZMP for the case 1.8 [km/h]



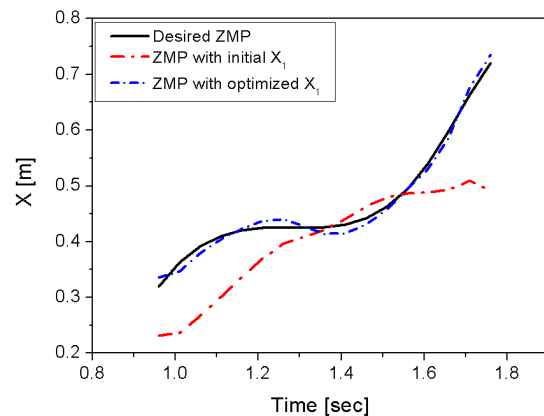
**Fig. 7** Convergence history of  $\Delta ZMP$



**Fig. 8**  $\Delta ZMP$  for the optimized trunk motion,  $x_1(t)$

**Table 3** The initial coefficients and optimum of the proposed 5<sup>th</sup> order polynomial

| Design variable | Initial values | Optimum |
|-----------------|----------------|---------|
| $c_0$           | 0              | -2.640  |
| $c_1$           | 0.25           | 16.457  |
| $c_2$           | 0              | -39.292 |
| $c_3$           | 0              | 44.558  |
| $c_4$           | 0              | -23.268 |
| $c_5$           | 0              | 4.450   |



**Fig. 9** The optimized ZMP compares with the initial ZMP

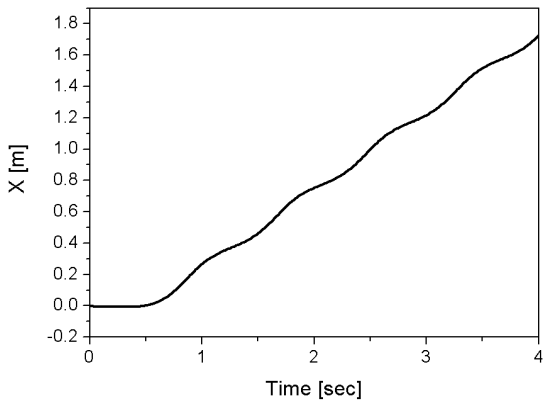


Fig. 10 Optimized trunk motion,  $x_1(t)$

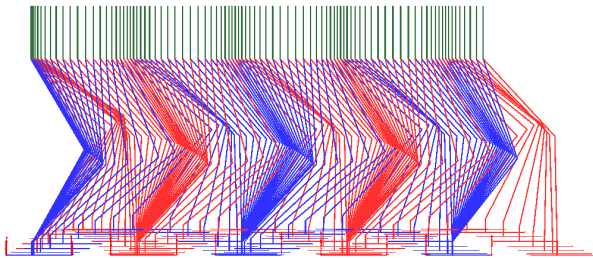


Fig. 11 Stick diagram of the biped walking

## 6. 결 론

본 논문에서는 구속 다물체 계로 구성된 이족보행 로봇의 보행 안정성과 보행 속도 향상을 위하여 다항식 근사와 최적화를 통한 보행패턴 생성 방법을 제시하였다. 구속 다물체 계로 구성된 이족보행 로봇의 기구해석을 통해 ZMP 를 계산할 수 있었다. 이를 통해 얻어진 실제 ZMP 와 보행 파라미터에 따라 결정된 원하는 ZMP 의 차를 최소화 할 수 있는 최적화 결과를 얻음으로써 보행 안정성과 보행속도가 보장되는 보행패턴을 생성할 수 있었다. 생성된 보행패턴을 대표적인 상용 기구동역학프로그램의 가상 이족보행 로봇에 적용하여 제시한 방법의 효과와 타당성을 검증하였다.

## 후 기

이 논문은 2004 년도 두뇌한국 21 사업에 의하여 지원되었음.

## 참고문헌

- (1) T. McGeer, 1990, "Passive walking with knees", *Proceedings of the IEEE international Conference on Robotics and Automation*, pp. 1640-1645.
- (2) P. H. Channon, S. H. Hopkins and D. T. Phan, 1992, "Derivation of optimal walking motions for abiped walking robot", *Robotica*, Vol 10, No. 2, pp. 165~172.
- (3) M. Rostami and G. Bessonnet, 1998, "Impactless sagittal gait of a biped robot during the single support phase", *Proceedings of the IEEE international Conference on Robotics and Automation*, pp. 1385~1391.
- (4) L. Roussel, C. Canudas-de-Wit and A. Goswami, 1998, "Generation of energy optimal complete gait cycles for biped robots", *Proceedings of the IEEE international Conference on Robotics and Automation*, pp. 2036~2041.
- (5) C. Chevallereau, A. Formal'sky and B. Perrin, 1998, "Low energy cost reference trajectories for a biped robot", *Proceedings of the IEEE international Conference on Robotics and Automation*, pp. 1398~1404.
- (6) J. H. Park and Y. K. Rhee, 1998, "ZMP trajectory generation for reduced trunk motions of biped robots", *Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*, pp. 90~95.
- (7) A. Takanishi, M. Ishida, Y. Yamazaki and I. Kato, 1985, "The realization of dynamic walking robot WL-10RD", *Proceedings of the IEEE international Conference on Advanced Robotics*, pp. 459~466.
- (8) C. L. Shih, Y. Z. Li, S. Chung, T. T. Lee and W. A. Cruver, 1990, "Trajectory synthesis and physical admissibility for a biped robot during the single-support phase", *Proceedings of the IEEE international Conference on Robotics and Automation*, pp. 1646~1652.
- (9) Q. Huang, S. Kajita, N. KOYACHI, 1999, "A high stability, smooth walking pattern for a biped robot", *Proceedings of the IEEE international Conference on Robotics and Automation*, pp. 65~71.
- (10) Y. S. Kang, J. H. Park, Y. K. Lee, S. J. Lee, Y. T. Oh, H. J. Yim and J. O. Song, 2004, "Walking pattern generation employing DAE integration method", *Proceedings of ACMD2004*, pp. 355~360.
- (11) Nikravesh, P. E., 1988, *Computer-Aided Analysis of Mechanical Systems*, Prentice-Hall, London, pp. 35~76.