

Rescaled Simulated Annealing에 의한 항공우주 구조물의 최적설계

지상현* · 박정선*

Optimization of Aerospace Structures using Rescaled Simulated Annealing

Sanghyun Ji and Jungsun Park

Key Words: Structural optimization(구조최적화), Rescaled simulated annealing(수정 시뮬레이티드 어닐링), Cooling schedule(냉각 스케줄)

Abstract

Rescaled Simulated Annealing (RSA) has been devised for improving the disadvantage of Simulated Annealing (SA) which require tremendous amount of computation time. RSA and SA have been for optimization of satellite structures and for comparison of results from two algorithms. As a practical application, a satellite structure is optimized by the two algorithms. Weights of satellite upper platform and propulsion module are minimized. MSC/NASTRAN is used for the static and dynamic analysis. The optimization results of the RSA are compared with results of the classical SA. The numbers of optimization iterations could be effectively reduced by the RSA.

1. 서 론

통계학적 최적화 알고리즘(stochastic optimization algorithm)의 하나인 시뮬레이티드 어닐링(simulated annealing, SA)은 Kirkpatrick⁽¹⁾이 물리적인 풀림 과정을 응용하여 제안하였다. 물리적인 풀림 과정은 고체가 녹아서 액체 상태가 될 때까지 가열한 후 온도를 낮추어 가장 안정된 결정 상태의 고체를 얻는 과정이다. 이러한 물리적인 풀림 과정을 응용하여 최적화 문제에서 최소값을 구하는 것이 SA이다. 이 알고리즘은 목적함수 및 제한조

건의 연속성 혹은 미분가능성, 민감도해석 등이 불필요하며 초기 설계 선택에 의해 크게 좌우되지 않고, 설계 가능영역이 분리된 경우에도 전역 최소해로 수렴이 가능하다.⁽²⁻³⁾ 하지만 SA는 최대 반복수행 횟수로 정의되는 모호한 종료기준, 무작위적(random search)탐색 등으로 인해 많은 반복 수행시간이 요구되는 단점을 가지고 있어 수렴속도의 향상을 위하여 여러 가지 방법이 제안되었다. 수렴속도를 향상하기 위한 방법의 대부분은 냉각 스케줄에 초점이 맞추어졌다. 수렴속도의 향상을 위하여 제안된 다른 방법으로 냉각 스케줄의 변화 없이 수렴속도를 향상시키는 리스케일드 시뮬레이티드 어닐링(rescaled simulated annealing, RSA)을 Herault가 제안하였다.⁽⁴⁾ 이 방법은 각 온도마다 목적함수의 크기를 조절하여 수렴속도를 향상시킨다. 본 논문에서는 Herault가 제안한 RSA를 이용하여 인공위성 구조물을 최적

† 한국항공대학교 대학원 항공우주 및 기계공학부

* 책임저자, 회원, 한국항공대학교
항공우주 및 기계공학부

E-mail : jungsun@mail.hankong.ac.kr

TEL : (02)300-0283 FAX : (02)3158-3189

화 하였다. 그리고 수렴속도의 향상성을 SA의 최적화 결과와 비교하였다.

2. Rescaled Simulated Annealing(RSA)

최소화 문제에서 RSA는 목적함수의 증가를 허용하는 알고리즘을 이용하여 목적함수를 무작위로 평가하며 최적해를 찾는다. 이때 목적함수는 알고리즘 내에서 메트로폴리스 원리(Metropolis principle)에 의하여 평가된다. 여기서 온도라는 매개변수를 도입한다. 온도에 의하여 해의 탐색범위와 수렴확률이 결정되므로 온도를 제어 매개변수(control parameter, c)라 한다. RSA는 제어 매개변수의 값이 감소할 때 평가되는 메트로폴리스 알고리즘으로 볼 수 있다. RSA 알고리즘에서의 수용확률(acceptance probability)은 식 (1)과 같이 표현된다. 현재의 목적함수 값보다 다음 상태 j 의 목적함수 값이 작거나 같으면 다음 상태를 최적해로 수용한다. 즉 최소화 문제에서 내리막길(downhill)을 나타낸다.

$$P_c\{accept\ j\} = \begin{cases} 1 & \text{if } F(j) \leq F(i) \\ \exp\left(\frac{F(i) - F(j)}{c}\right) & \text{if } F(j) > F(i) \end{cases} \quad (1)$$

여기서 $F(i)$ 와 $F(j)$ 는 각각 현재상태 i 와 다음상태 j 의 목적함수이고 c 는 온도제어 매개변수(temperature control parameter)이다. 다음상태의 목적함수의 값이 현재상태의 목적함수 값보다 크게 되면 0과 1사이에서 난수(random number)를 발생시키고 $\exp\left(\frac{F(i) - F(j)}{c}\right)$ 의 값이 발생시킨 난수보다 작으면 다음상태를 현재의 상태로 받아들이는 것은 거부된다.

이 알고리즘은 어떻게 RSA가 국부 최적값에서 벗어나 전역 최적값으로 수렴하는지를 보여준다. RSA는 일반적으로 반복수가 최대 반복횟수 보다 크거나 온도의 크기가 아주 작을 때 알고리즘이 종료된다. 본 논문에서는 알고리즘이 최적화 전에 종료되는 것을 막기 위하여 최대 반복횟수를 매우 크게 설정하였다. 그리고 알고리즘의 종료 판단을 위하여 오차허용범위(error tolerance)를 사용하였다.

$$|F(j) - F(i)| \leq EPS \quad (2)$$

본 논문에서는 오차허용범위는 10^{-6} 을 사용하였고, 연속적으로 4번의 반복수행에서 식 (2)를 만족하여야 알고리즘이 종료하도록 하였다. RSA에서 제어매개변수 C_k 는 일반적으로 다음 식 (3)과 같이 온도감소 인자 RT 를 이용하여 표현한다.

$$C_k = RT \times C_{k-1} \quad (3)$$

온도 감소인자 RT 는 일반적으로 1보다 작은 상수를 사용한다. 그러나 수렴속도를 향상시키기 위하여 상수 대신 다양한 여러 가지 형태를 사용한다.

RSA는 기본적으로 제한 조건이 없는 문제를 최적화한다. RSA를 이용한 최소화 문제에서 제한 조건을 위반하는 개체를 고려하는 방법 중 하나로 제한 조건의 위반 정도에 따라 이들의 목적함수를 증가시켜 주는 방법이 있다

즉, 제한 조건의 위반 정도에 따라 벌점(penalty)을 부과하고, 이 벌점을 유사 목적함수(pseudo-objective function)에 반영함으로써 제한 조건을 고려하는 것이다. 본 논문에서 식 (4)과 같은 유사 목적함수를 사용하였다.⁽⁵⁾

$$P = F + \sum_{i=1}^m R_i \Phi(g_i(X)) \quad (4)$$

$$\Phi(g_i) = \langle g_i \rangle^2$$

$$\langle g_i \rangle = \begin{pmatrix} g_i & \text{if } g_i > 0 \\ 0 & \text{if } g_i \leq 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

식 (4)에서 P 는 유사 목적함수, F 는 목적함수, R_i 는 벌점 파라미터이며 Φ 는 벌점 함수를 나타낸다. 식 (5)에서 $g_i(X)$ 는 제한조건이며 m 은 제한조건의 수를 의미한다.

SA는 국부 최적값을 벗어나 전역 최적화가 가능하지만 최적화를 위해서 많은 함수 평가가 필요하다. 이를 보완하기 위한 방법으로 Herault는 목적함수를 각각의 온도 상태마다 스케일링(scaling)하는 방법을 제안하였다. 목적함수를 스케일링하기 위하여 새로운 에너지를 도입한다. 이 에너지를 목표(target) 에너지라 하고, 식 (6)과

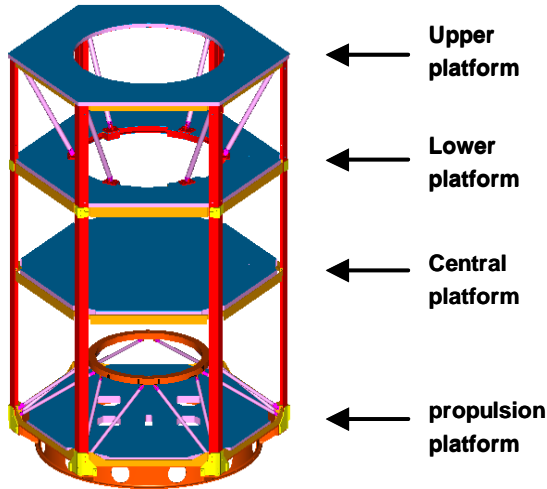


Fig. 1 Model of satellite

$$E_{target} = a \cdot c^2 \quad (6)$$

같이 표현된다. 여기서, a 는 초기의 온도에 따라 실험적으로 구하여지는 양(+)의 수이고, c 는 제어매개변수 즉, 온도이다. 목적함수의 스케일링을 위해 도입된 목표에너지는 온도의 함수임을 알 수 있다.

3. 인공위성 구조물의 최적화

3.1 위성 플랫폼의 최적화

Fig. 1의 인공위성 구조 본체에서 상단 플랫폼(upper platform)을 선택하여 최적화하였다. 플랫폼의 형상은 Fig. 2에서 볼 수 있다. 플랫폼은 3층

Table 1 Material properties

	Facesheet	Core
E (psi)	10.5×10^6	
E_1 (psi)		1.0
E_2 (psi)		1.0
ν (psi)	0.33	
ν_{12} (psi)		0.001
G_{12} (psi)		1.0
G_{13} (psi)		45.0×10^3
G_{23} (psi)		22.0×10^3
γ (lb/in ³)	0.110	0.001794

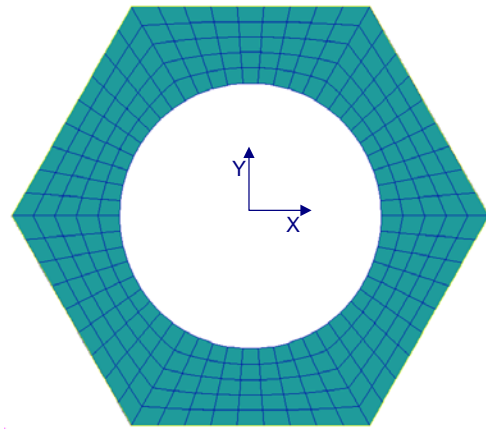


Fig. 2 Finite element model of the upper platform

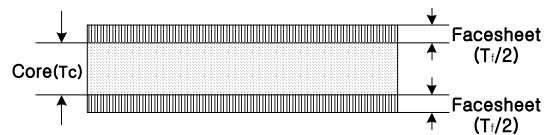


Fig. 3 Three-ply honey comb composite material of the upper platform

(외판/코어/외판,facesheet/core/facesheet) 적층 구조의 허니콤 샌드위치 구조물이다. 본 연구에서 사용한 하니콤 판은 축방향 10 g 와 축면 X, Y, 45° 방향으로 3.5 g의 동하중을 받도록 하였다. 그리고 고유 진동수를 고려하여 동해석을 수행하였다. MSC/NASTRAN으로 유한요소 해석을 수행하였다. 하니콤 판의 외판은 알루미늄 2024-T81을 사용하였고, 코어의 재료는 비중량 3.1 pcf의 1/8-10p 5052 알루미늄 하니콤 코어를 사용하여 최적화를 수행하였다. 재료의 물성치는 Table 1에 나타내었다.

본 하니콤 판의 유한요소 모델은 Fig. 2와 같으며 유한요소 해석시 양끝 모서리에 있는 절점을 단순 지지하여 구속시켰다. 하니콤 위성 플랫폼의 최적설계에서 설계 변수는 Fig. 3에서와 같이 외판 두께(T_i)와 코어 두께(T_c)로 설정하였다. 목적함수는 하니콤 위성 플랫폼의 무게로 설정하여 최적화 문제를 식 (7)~(14)과 같이 정식화하였다.

$$\text{Minimize} : F(\vec{X}) = \sum_{i=1}^{NE} \sum_{j=1}^{NL} \gamma_i A_i \quad (7)$$

Subject to

$$\frac{\sigma_f}{(\sigma_f)_y} - 1 \leq 0 \quad (8)$$

$$\frac{\tau_{XZ}}{(\tau_{XZ})_y} - 1 \leq 0 \quad (9)$$

$$\frac{\tau_{YZ}}{(\tau_{YZ})_y} - 1 \leq 0 \quad (10)$$

$$\frac{\sigma_b}{(\sigma_b)_y} - 1 \leq 0 \quad (11)$$

$$1 - \frac{f}{f_u} \leq 0 \quad (12)$$

$$0.03 < T_f < 0.20 \quad (13)$$

$$0.10 < T_c < 5.00 \quad (14)$$

식 (7)에서 NE는 요소의 수, NL은 2장의 외판(facesheet)과 코어(core)로 3이며, γ_i 는 비중량, A_i 는 i 번째 요소의 면적, t_{ij} 는 i 번째 요소의 j 적층의 두께이다. 식 (8)은 외판에서의 등가응력(equivalent stress)에 대한 제한조건이고, 식(9)은 코어에서의 XZ방향의 전단 응력에 대한 제한조건이고, 식 (10)은 코어에서의 YZ방향의 전단 응력에 대한 제한조건을 나타낸다. 식 (11)은 지압 응력에 대한 제한조건이며, 지압 응력강도 $(\sigma_b)_y = 70 \times 10^3$ psi를 항복계수(yield factor) 1.25와 지압계수(bearing factor) 1.15로 나눈 값을 사용하였다. 식 (12)는 고유진동수에 대한 제한 조건을 나타낸다. 고유진동수의 하한치는 $f_u=75$ Hz 를 사용하였다. 또, 식 (13)과 (14)는 설계변수의 범위에 대한 부가조건이다. 여기서 지압 응력과 고유 진동수는 유한요소 해석을 통해 얻어진 값을 이용하여 제한 조건으로 사용하였다. 이 때 지압 응력은 플랫폼의 유한요소 모델에서 가장 바깥쪽에 위치하는 14개의 절점에서의 X, Y방향의 접촉력으로부터 전단 응력을 취하여 구하였다. 지압 응력에 관한 식은 다음에서 볼 수 있다.

$$\sigma_b = \frac{f_b}{A} \quad (15)$$

$$f_b = \sqrt{f_X^2 + f_Y^2} \quad (16)$$

여기서, f_b 는 식 (16)과 같이 X, Y방향의

Table 2 Values of constraints

		Minimum	Maximum
Yield Stress (psi)		-56,000	56,000
Shear Stress	z_{XZ} (psi)	-200	200
	z_{YZ} (psi)	-124	124
Bearing Stress (psi)		-24,347	24,347
Frequency (Hz)		75	

Table 3 Optimization results of upper platform

		Initial design	Optimization	
			RSA	SA
Variables (in)	T_f	0.045	0.03	0.03
	T_c	2.80	1.03	1.05
Frequency (Hz)		78.66	75.18	75.16
Weight (lb)		45.53	38.80	38.95
Iteration			32	94

접촉력 f_X 와 f_Y 를 나타내며 A는 접촉면적(외판의 두께×직경)을 나타낸다. 하니콤 위성 플랫폼의 최적화에 사용된 목적 함수는 하니콤 위성 플랫폼 전체의 무게이고, 제한 조건은 하니콤 위성 플랫폼의 가장 바깥쪽에 위치한 55개의 절점에서 구한 지압 응력과 고유진동수에 대한 것이다. 위의 제한조건들의 수치는 Table 2에 나타내었다.

위성 플랫폼의 최적화 결과를 Table 3에 나타내었다. RSA를 이용한 최적 목적함수 값이 초기 목적함수 값보다 14.78% 향상된 결과를 보였고 SA를 이용한 최적 목적함수 값은 14.45% 향상된 결과를 보였다. 최적화 결과를 비교하면 RSA를 이용한 최적 목적함수 값이 SA를 이용한 최적 목적함수 값 보다 0.39% 향상되었고 반복 수행수는 65.96% 향상되었다. 목적함수와 수렴속도에서 RSA가 SA에 비해 우수함을 보인다.

3.2 위성 추진 모듈의 최적화

추진모듈은 인공위성에서 연료탱크의 부착과 추진기를 지지하기 위한 구조물로 연료탱크를 고정하는 링 구조물과 추진 플랫폼(propulsion platform), 이들을 연결하는 스트럿(strut)으로 구성된다. 본 연구에서는 추진 플랫폼을 제외한 링 구조물과 스트럿 구조물의 최적화를 수행하였

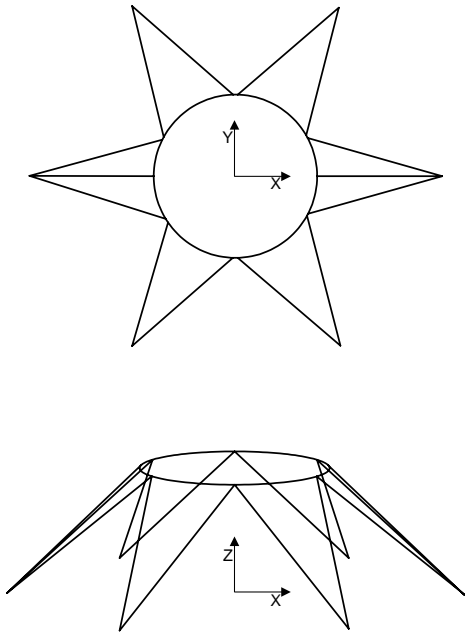


Fig. 4 Propulsion module of a satellite

다. 그 구조는 Fig. 4에서 볼 수 있다. 본 연구에서는 RSA 최적화 코드와 유한요소 구조 해석 프로그램인 MSC/NASTRAN 연계하여 추진 모듈의 최적화를 수행하였다. 하중은 축방향 10 g와 측면 X, Y, 45. 방향으로 3.5 g의 동하중을 부여하였으며 고유 진동수를 고려하여 동해석을 수행하였다. 또, 구조 해석 시에 추진모듈에 부착되는 탱크의 무게 15.76 lb와 추진제 무게 159.99 lb 등 총 무게 175.75 lb를 집중무게(concentrated weight)로 고려하였다. 구속조건은 추진모듈의 스트럿 밀 부분을 구속하였다. 물성치와 제한조건의 수치는 위성 플랫폼의 값을 사용하였다. 또, 추진모듈의 유한요소 모델에서 사용한 절점은 187개이

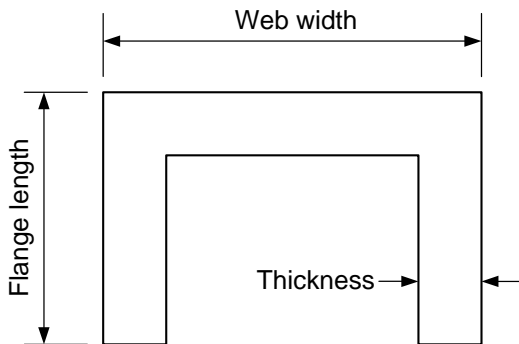


Fig. 5 Cross section of a ring

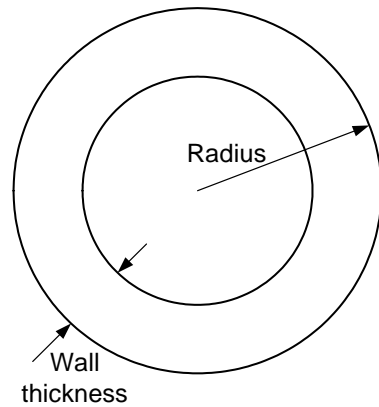


Fig. 6 Cross section of a strut

며 유한요소는 2절점 보 요소 197개를 사용하였다. 추진모듈의 설계변수들은 각 구조물들의 치수들이다. 각 구조물들의 단면 형상은 Fig. 5~6과 같다.

추진모듈의 최적화에서 사용한 설계변수는 링의 치수 3개와 스트럿의 치수 2개 총 5개를 사용하였다. 추진모듈의 최적화에 사용된 제한조건은 고유진동수와 허용응력이다. 허용응력은 안전성을 높이기 위하여 주어진 항복응력을 안전계수 1.5로 나눈 값인 $\sigma_y=56,000$ psi 을 사용하였다. 본 연구에서 사용한 추진모듈의 최적화를 정식화하면 식 (17)~(19)와 같은 형태가 된다.

$$\text{Minimize} : F(\vec{X}) = \sum_{i=1}^{NE} W_i \quad (17)$$

Subject to

$$\frac{\sigma_f}{(\sigma_f)_y} - 1 \leq 0 \quad (18)$$

$$1 - \frac{f}{f_u} \leq 0 \quad (19)$$

식(17)에서 NE는 요소의 수, W_i 는 각 구조물의 무게이다. 식 (18)은 등가 응력에 대한 제한조건이고, 식 (19)는 고유진동수에 대한 제한조건이다. 고유진동수 하한치는 $f_u=75Hz$ 를 사용하였다. 위성 추진모듈의 최적화 결과를 표 5에 나타내었다. RSA를 이용한 최적 목적함수 값이 초기 목적함수 값보다 13.82%의 최적 목적함수 값의 증가를 보였고 SA를 이용한 최적 목적함수 값은 초기 목적함수 값보다 14.16%의 목적함수 값의

Table 4 Propulsion module optimization results

		Initial design	Optimization	
			RSA	SA
Propulsion ring (in)	Flange	1.25	1.34	1.34
	Web	1.62	1.61	1.72
	Thickness	0.10	0.12	0.11
Propulsion strut (in)	Radius	0.38	0.38	0.41
	Thickness	0.05	0.06	0.06
Frequency (Hz)		64.80	75.84	75.04
Weight (lb)		6.61	7.99	8.16
Iteration			50	71

증가를 나타낸다. RSA를 이용한 최적 목적함수는 SA를 이용한 최적 목적함수 값에 비해 약 0.39% 향상되었고 반복 수행수는 29.58% 향상되었다. 위성 플랫폼의 최적화에서도 RSA가 SA에 비해 목적함수와 수렴속도의 우수함을 보인다.

4. 결 론

본 연구에서는 SA의 수렴시간을 단축 시키기 위한 방법으로 RSA를 이용하여 구조물들을 최적화하고 SA를 이용한 최적화 결과와 비교하였다. 이를 위해 인공위성 플랫폼, 인공위성 추진모듈의 중량을 최소화 하였다. 최적화 수행결과 인공위성 플랫폼은 반복 수행순가 65.96% 감소하였고, 추진모듈은 29.58% 감소하였다. 또한 최적 목적함수에 있어어도 RSA를 이용한 최적화의 결과가 SA를 이용한 최적결과에 비해 향상된 결과를 나타내었다. RSA를 이용한 최적화가 SA를 이용한 최적화에 비해 수렴속도와 목적함수의 우수성에서 향상된 결과를 나타내며 특히 수렴속도의 향상정도가 크게 나타나고 있다. 본 연구는 수렴성 향상을 위하여 변형된 SA를 이용한 최적설계를 구조물에 이용하는데 유용한 선행 연구자료가 될 것이다. 최적 목적함수 값과 수렴성을 향상시키기 위하여 앞으로 목적함수의 스케일링 기법과 스케일링 매개변수에 대한 연구가 요구된다.

후 기

본 연구는 스마트무인기기술개발사업에 의해서 지원되었으며 스마트무인기기술개발사업 연구그룹 여러분께 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D. Jr and Vecchi, M. P., 1983, "Optimization by Simulated Annealing," *Science*, Vol. 220, No. 4598, pp. 671~680.
- (2) Aarts, E. H. L., van Laarhoven, P. J. M., 1987, *Simulated Annealing: Theory and Applications*, Kluwer Academic Publishers., Boston.
- (3) Ingber, L., 1995, "Adaptive Simulated Annealing: Lessons Learned," *Journal of Control and Cybernetics*, Vol. 25, No. 1, pp. 33~54.
- (4) Herault, L., 2000, "Rescaled Simulated Annealing Accelerating Convergence of Simulated Annealing by Rescaling the States Energies," *Journal of Heuristics*, Vol. 6, No. 2, pp. 215~252.
- (5) Rao, S. S., 1996, *Engineering Optimization Theory and Practice*, John Wiley & Sons, New York.
- (6) Bennage, W. A., Dhingra, A. K., 1995, "Single and Multi Objective Structural Optimization in Discrete-Continuous Variables using Simulated Annealing," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 38, pp. 2753~2773.
- (7) Hansen, P., 1986, *The Steepest Ascent Mildest Descent Heuristic for Combinatorial Programming*, Congress on Numerical Methods in Combinatorial Optimization, Capri, Italy.
- (8) Balling, R. J., 1991, "Optimal Steel Frame Design by Simulated Annealing", *Journal of Structural Eng.*, Vol. 117, pp. 1780~1795.