

# 전기접촉저항의 멀티스케일 특징

이창욱<sup>†</sup>·장용훈\*

## Multiscale Characteristics of Electrical Contact Resistance

Chang wook Lee, Yong Hoon Jang

**Key Words:** Rough surfaces(거친 표면), Electrical Contact Resistance(전기 접촉 저항), Multiscale Models(다중스케일 모델), Base Potential(기본 전위).

### Abstract

The electrical contact resistance is here estimated using the multiscale microcontact distribution of elastic contact between rough surfaces, simulated from the Archard's model, and the electrical contact conduction theory suggested by Greenwood. These analysis confirms that the electrical contact resistance is converged to a values, larger than would be obtained if the contact spots were widely separated and hence independent. In multiscale process, the base potential is close to the value of the potential difference between the contact surface and the extremity of body, suggesting a possibility to obtain the multiscale electrical contact resistance relations.

### 기호설명

$R_n$  =  $n$ 스케일에서 구형 표면의 반지름

$r_0$  = 명목상 접촉 면적의 반지름

$r$  = 접촉의 중심으로부터의 거리

$\bar{E}$  = 접촉하는 두 물체 사이의 탄성계수

$W$  = 수직 하중

$p(r)$  = Hertz relation에 따른 압력분포

$A_n$  =  $n$ 스케일에서의 전체 접촉면적

$a_n$  = 첫 번째 스케일에서의 국부 접촉면적

$m_n$  =  $n$ 스케일에서의 단위 면적당 접촉 개수

$\lambda$  = 표면 거칠기의 파장

$D$  = 프랙탈 차원

$\gamma$  = 상사비

$\alpha$  = 표면 반지름의 비

$\phi$  = 포텐셜

$I_i$  =  $i$ 번째 접촉을 통하는 전류량

$a_i$  =  $i$ 번째 접촉점의 반지름

$s_{ij}$  =  $i$ 번째와  $j$ 번째 접촉점 사이의 거리

$\rho$  = 전하 밀도

$\bar{\phi}$  = 기본 전위(Base Potential)

### 1. 서론

접촉하고 있는 물체간의 전기 저항은 학문적으로 산업 현장에서 중요한 문제로서 전기커넥터, 카본 브러시, 저항용접, MEMS 장비와 나노단위의 시스템 등 매크로부터 나노 스케일상의 현상에 있어서 중요한 역할을 담당하는 변수이다. 전기접촉저항의 이해와 응용은 표면에 관한 이해가 먼저 선행되어야 한다.

<sup>†</sup> 연세대학교 대학원 기계공학과

E-mail : avead99@hanmail.net

TEL : (02)2123-5812 FAX : (02)312-2159

\* 회원, 연세대학교 공과대학 기계공학부

실제 표면은 거친 표면으로 구성되어 있고 이러한 표면은 표면측정기가 발달함에 따라 장비의 해상도의 스케일에 따라 계층적인 스케일이 존재하며 그 해상도의 경계에 이르기까지 계속해서 변화하는 멀티스케일 성질을 가지고 있다[1]. 이러한 이유로 인해 표면의 거칠기 변화를 프랙탈(fractal)로 인식하는 거친 표면에 대한 접촉이론들이 상당히 발전하게 되었다. Majumdar과 Bhushab[1]에 의한 여러 연구에 의하면 실제 접촉면적은 표면을 일정한 높이로 자른 후 생기는 모양과 유사하다고 생각하는 프랙탈 성질을 언급하였다[2][3]. 이러한 이론으로 인해 거친 표면에 대한 'bearing area' 개념[4]이 다시금 부각하게 되었고, 이는 마이크로 접촉들이 완전 소성 접촉을 하는 현상을 잘 설명하게 된다. 그러나 전체가 탄성 접촉인 현상을 설명할 수는 없다. 프랙탈 표면에 대한 접촉 현상을 설명하기 위한 보다 설득력 있는 접근 방법으로서 이 문제를 재귀적으로 접근하는 방법이 있다. 즉 유한한 스케일 상에서 '잘려진' 프랙탈 표면의 접촉을 먼저 생각하여, 보다 작고 미세한 스케일을 중첩하여 나타나는 영향을 살펴보는 방법이 있다. 이러한 방법을 통해 프랙탈 접촉 문제는 스케일의 개수가 무한대에 이르는 극한의 문제로 취급할 수 있게 된다. 이러한 연구의 첫 번째 시도는 Archard[5]의 일련의 연구로 시작되었으며 그는 구형의 표면에 구형 돌기를 중첩하여 얻어진 표면에 대해 몇 개의 스케일에 대한 접촉현상을 보고하였다. 또한 이러한 모델을 통하여 스케일을 부가하면 전체 접촉면과 하중과는 점근적으로 선형의 관계로 귀착하는 결과를 얻게 되었다. Archard의 방법은 후에 Ciavarella 등[6]에 의해 차용되어 2차원 상태의 Weierstrass 프랙탈 표면에 대한 탄성접촉 면적을 계산하는데 쓰이게 되었다. 이 해를 얻기 위해 스케일  $n$ 의 접촉 압력은 스케일  $n+1$ 의 국소 접촉 압력의 평균과 동일하다는 가정을 하였다. 이 이론은 완전하지는 않지만 표면 거칠기가 충분히 작은 경우에는 접촉 현상을 잘 설명하고 있다. 이 이론의 또 다른 결과로서 탄성 접촉에 나타나는 전체 접촉 면적은 프랙탈이며 미세한 작은 스케일을 중첩함에 따라 계속해서 줄어들며 결국 크기가 0인 무한개의 점접촉으로 변화하는 성질을 이론적으로 설명하고 있으며 이는 Borri- Brunetto 등[7]의 수치적 연구에 의해 예견된 것과 동일하

다.

이러한 프랙탈 접촉현상 연구 이후로 전기접촉 저항에 대한 일련의 연구들은 초기의 연구 결과에 많은 의미를 부여하게 되었다. 전기 접촉저항에 대한 전통적인 시도에서는 일련의 독립적인 수축저항이 병렬로 구성되어있는 접촉면으로 간주되었다[8]. Holm[9]은 반지름이  $a$ 인 한 개의 원형 접촉면에 대한 접촉저항은  $\rho/2a$ 이며 여러 접촉면의 분포에 대한 저항은  $\rho/2\sum a_i = \rho/2N\bar{a}$ 으로 표현된다고 설명하였다. 그러나 프랙탈 접촉 이론에 의하면 스케일을 점차적으로 작게 할 때,  $N\bar{a}$ 가 무한히 증가하는 것을 예측하고 있으므로 표면 거칠기에 의한 전기접촉은 항상 0이 된다는 결론을 얻게 된다. 이는 실제 현상에 대한 모순으로, 실제 표면에 나타나는 접촉면은 보다 큰 스케일의 표면 과형에 의해 접촉근으로 형성이 되는 성질이 있고 접촉면이 넓게 퍼져있어서 독립적인 접촉면을 갖는 저항값보다 큰 유한한 값을 갖게 된다. 이러한 두개의 스케일에 대한 표면 구조에 대해 Greenwood[10]은 접촉근과 개개의 마이크로 접촉면의 크기에 대한 전기접촉저항을 유도하였다.

전기 접촉개념에서 대두되는 두 가지 중 하나인 전기접촉저항의 멀티스케일상에서 유한한지를 알아보는 이론적인 연구는 Barber[11]에 의해 수행되었으며 그는 미소증분의 접촉 문제와 전기전도에 대한 경계치 문제가 같은 형태를 이루는 것을 통하여, 전기 접촉저항  $R$ 은 하중의 컴플라이언스에 역비례하는 것을 발견하였다. 또한 무수한 접촉면에 대한 실제적인 계산의 어려움을 가지고 있는 Greenwood의 연구에 대해 Jang과 Barber[12]는 접촉면에 대한 확률/통계적인 이론을 통해 그 어려움을 극복하였다.

이 연구에서는 Greenwood의 전기저항에 관한 이론과 탄성접촉 시 합당한 설명을 할 수 있는 Archard 모델을 이용하여 멀티스케일 상에 나타나는 전기접촉저항의 수렴성을 알아보며 Jang과 Barber의 해석을 동원하여 멀티스케일 과정에서 야기되는 마이크로 접촉면이 일으키는 영향에 대해 알아보기로 한다.

## 2. 이 론

2.1 마이크로 접촉면의 분포

Achard 모델은 다중 스케일의 프랙탈(fractal) 접촉 모형으로써, 구형의 표면을 기본으로 물체의 표면을 정의한 것이다. 이는 두 물체 사이의 마찰력, 마멸, 전기나 열 저항이 작용하는 힘에 선형적으로 비례한다는 사실을 설명하기 위해 도입된 다중 스케일 모형이다. 이 모델은 물체의 표면을 거친 면으로 가정한 후 다중 스케일을 이용하여 탄성 영역에서의 표면 변화와 실제 접촉면에 대해 접근한 것이다. Achard 모델의 기하학적 형상은 Fig 1. 과 같다.

그림에서 보는 바와 같이 구형의 표면을 더 작은 구형들의 집합으로 나타내었고, 그것을 스케일 1로 표현을 한다. 이후 스케일이 커질수록 더 작은 구형들의 집합으로 표면이 형성되는 것이다. 형성된 표면들은 각각 탄성 영역 안에서 변형을 한다는 것으로 간주하여, 작은 돌기들 역시 원형 접촉면을 갖게 된다.

Achard 식에서 가장 기본이 되는 부분은 Hertz의 식에 따라서 초기 접촉 면적을 찾는 것이다. 이는 다음 식으로 찾아 낼 수 있다.

$$A_0 = \pi r_0^2 = \pi \left( \frac{3WR_0}{4\bar{E}} \right)^{2/3} \quad (1)$$

여기에서  $r_0$ 는 원형으로 나타나는 최초 공칭 접촉면적의 반지름이고,  $W$ 는 수직 하중,  $R_0$ 는 구형 표면의 반지름,  $\bar{E}$ 는  $E/(1-\nu^2)$ 으로 접촉하는 두 물체 간의 탄성계수이다.

최초 접촉면적을 찾아낸 후에, 각 원형 접촉점에 작용하는 수직 힘 또한 Hertz의 식을 이용하여 구할 수 있다[4]. 접촉압력  $p(r)$ 은 다음과 같다.

$$p(r) = \frac{2\bar{E}}{\pi R_0} \sqrt{r_0^2 - r^2} \quad (2)$$

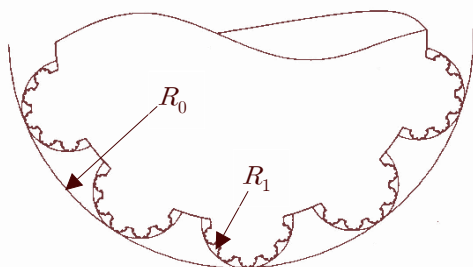


Fig 1. Geometry of Achard Model

여기서  $r$ 는 최초 접촉 중심으로부터 떨어진 거리이다.

Achard 모델에서와 같이 접촉면이 작은 접촉점으로 분화한다고 볼 때, 각 접촉점에 가해지는 하중은 다음과 같다.

$$w_1 = p(r) \frac{A_0}{N_1} = \frac{p(r)}{m_1} = \frac{2\bar{E}}{\pi m_1 R_0} \sqrt{r_0^2 - r^2} \quad (3)$$

$N_1$ 은 접촉점의 개수이며,  $m_1$ 은  $A_0 m_1 = N_1$ 를 나타내는 밀도로 단위 면적당 접촉점의 개수이다.

위 식으로부터 작은 접촉면의 면적은 Hertz 식에 의해 다음과 같이 나타난다.

$$a_1 = \pi \left( \frac{3w_1 R_1}{4\bar{E}} \right)^{2/3} = \pi \left( \frac{3R_1}{2\pi m_1 R_0} \sqrt{r_0^2 - r^2} \right)^{2/3} \quad (4)$$

이는 작은 접촉면의 면적이므로, 전체 접촉면적은  $2\pi r dr$  넓이의 링 형태의 미소 면적에  $2m_1 \pi r dr$  개의 접촉점이 나타나는 것으로부터 얻을 수 있다. 즉,  $dA_1 = 2m_1 a_1 \pi r dr$ 의 미소면적의 적분형태로 나타난다.

$$A_1 = 2m_1 \pi^2 \left( \frac{3R_1}{2\pi m_1 R_0} \right)^{2/3} \int_0^{r_0} r (r_0^2 - r^2)^{1/3} dr \quad (5)$$

$$= \frac{3}{4} m_1^{1/3} \left( \frac{3R_1}{2R_0} \right)^{2/3} A_0^{4/3}$$

더 나아가 접촉면이 스케일과 독립적이라고 가정하면, 첫 번째 스케일의 각 접촉면에서 새로운 하중 분포를 다시 찾아 낼 수 있다. 첫 번째 스케일의 각 접촉면은 앞서 정의된 큰 스케일과 같은 형상을 보인다. 그래서, 첫 스케일의 각 접촉점은 다음 스케일의 접촉 개수 밀도와 접촉면 반지름을 식(5)에 적용하여 구할 수 있는 것이다. 이와 같은 식으로 계산된 새로운 접촉면적은 다음과 같다.

$$a_2 = \frac{3}{4} m_2^{1/3} \left( \frac{3R_2}{2R_1} \right)^{2/3} a_1^{4/3} \quad (6)$$

$$= \frac{3}{4} m_2^{1/3} \left( \frac{3R_2}{2R_1} \right)^{2/3} \left[ \pi \left( \frac{3R_1}{2\pi m_1 R_0} \sqrt{r_0^2 - r^2} \right)^{2/3} \right]^{4/3}$$

역시 같은 방식으로 링 형태의 면적에 존재하는 식(6)의 면적이  $2m_1 \pi r dr$ 개 존재하므로, 국부 면적  $dA_2 = 2m_1 a_2 \pi r dr$ 을 적분한 형태로 전체 접촉 면적을 구할 수 있다.

$$A_2 = \int_0^{r_0} 2m_1 a_2 \pi r dr \tag{7}$$

$$= \frac{3}{4} \frac{9}{13} m_1^{1/9} m_2^{1/3} \left( \frac{3R_1}{2R_2} \right)^{2/3} \left( \frac{3R_0}{2R_1} \right)^{8/9} A_0^{13/9}$$

이와 같은 방식을 계속 수행해 나가면, 첫 번째 스케일에서 새로 분화되는 접촉면적  $a_n$ 은, 한 스케일 전의 전체 접촉 면적  $A_n$ 을 첫 번째 스케일의 접촉면에 적용시킴으로써 순차적으로 구할 수 있다. 여기서 구해진  $a_n$ 은 적분을 통해 다시 새로운 전체 접촉 면적  $A_n$ 으로 나타나게 된다. 이 재귀적인 방식을 통해 구한 일반적인  $n$ 스케일에서의 국소 접촉 면적은 다음과 같다.

$$a_n = \frac{1}{a_1^{1/2(3-3^{n-1})}} \prod_{k=2}^n \left[ \frac{2}{3-3^{-k}} m_k^{\frac{1}{3^{n+1-k}}} \left( \frac{3R_k}{2R_{k-1}} \right)^{1-\frac{1}{3^{n+1-k}}} \right] \tag{8}$$

이것으로부터 전체 접촉 면적 역시 구해낼 수 있다.

$$A_n = A_0^{1/2(3-3^n)} \prod_{k=1}^n \left[ \frac{2}{3-3^{-k}} m_k^{\frac{1}{3^{n+1-k}}} \left( \frac{3R_k}{2R_{k-1}} \right)^{1-\frac{1}{3^{n+1-k}}} \right] \tag{9}$$

Weierstrass 함수에 대한 표면 현상은 실제의 표면이 갖는 프랙탈 성질을 잘 반영하고 있으므로 [6] 이에 대한 변수를 이용하여 위 식들에서 나타나는 스케일 간의 돌기반경  $R$  대한 비와의 관계를 이용한다.

$$\frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_n} = \gamma ; \quad \frac{R_{n-1}}{R_n} = \gamma^D \tag{10}$$

$\lambda$ 는 각 스케일 거칠기의 파장이고,  $D$ 는 프랙탈 차원,  $\gamma$ 는 상사비이다. 또한, 접촉점들의 밀도 역시 같은 형식으로 나타낼 수 있게 된다.

$$m_n = \frac{1}{\lambda_n^2} ; \quad \frac{m_n}{m_{n-1}} = \left( \frac{\lambda_n}{\lambda_{n+1}} \right)^2 = \gamma^2 \tag{11}$$

여기서, 돌기 사이의 반지름 비  $\alpha$ 를 다음과 같이 다시 정의할 수 있다.

$$\alpha = \frac{R_{n-1}}{R_n} = 1/\gamma^D \tag{12}$$

2.2 전기접촉저항

두 개의 큰 전도체가 작은 원형면의 형태로 접촉하고 있을 때,  $\rho/2a$ 크기의 압축 저항이 발생

하고, 여기서  $a$ 는 접촉원의 반지름을 나타낸다. 이 식은 전기 접촉의 설계와 연구에서 매우 폭넓게 활용되고 있다. 그러나, 실제 표면에서는 큰 스케일의 표면 파형과 작은 스케일에 해당하는 표면 거칠기에 의해 접촉 면적들이 균으로 이루어져 있어서 독립적인 접촉면을 갖는 저항값보다 큰 값을 갖는다.[9]

Greenwood식의 결과는 마이크로크기의 접촉면을 통해 흐르는 전류에 의해 생성된 전위 장을 가정하는데서 기인한다. 이때 전류 전원은 접촉점 근처에 위치해 있는 것이 아니라, 전 표면에 걸쳐 고루 분포 된 전류이다. 그러므로, 무작위로 흩어져 있는  $N$ 개의 접촉면 중,  $j$ 번째 접촉에서의 전위  $\phi_j$  은 다음과 같다[9].

$$\phi_j = \frac{\rho I_j}{4a_j} + \frac{\rho}{2\pi} \sum_{i \neq j} \frac{I_i}{s_{ij}} \tag{13}$$

여기서,  $I_i$ 는  $i$ 번째 접촉점에서 흐르는 전류량이고,  $s_{ij}$ 는  $i$ 번째 접촉과  $j$ 번째 접촉사이의 거리이다. 그리고, 합계는  $N$ 개의 접촉중  $i$ 와  $j$ 가 같을 때를 제외한 나머지 접촉들로부터 나온다.

위의 식(13)로부터 기본 전위(base potential)  $\bar{\phi}_j$  [10]를 정의한다.

$$\bar{\phi}_j \equiv \phi_j - \frac{\rho I_j}{4a_j} = \frac{\rho}{2\pi} \sum_{i \neq j} \frac{I_i}{s_{ij}} \tag{14}$$

이 표현을 통해, 전류 역시 나타낼 수 있다.

$$I_j = \frac{4a_j}{\rho} (\phi_j - \bar{\phi}_j) \tag{15}$$

첨자를 바꾸어 전류  $I_i$  를 다시 식(14)에 대입을 하게 되면 다음과 같이 전위로만 된 식을 얻을 수 있다.

$$\bar{\phi}_j = \frac{2}{\pi} \sum_{i \neq j} \frac{a_i (\phi_i - \bar{\phi}_i)}{s_{ij}} \tag{16}$$

이 기본 전위 개념으로 이후에 얻어지는 멀티 스케일의 전기 접촉 현상 특징을 설명하려 한다.

2.3 전기 접촉 저항의 계산

접촉점의 위치 분포가 결정되면, 접촉의 중심으로부터 각 접촉점들의 위치를 계산할 수 있게 되어, 각 접촉점들의 거리를 구하고, 식(8) 이용하여 각 스케일상의 국소 접촉 면적을 구할 수 있다.

위에서 언급한 마이크로 접촉면 분포로부터 스케일 별로 전기 접촉 저항에 대한 Greenwood

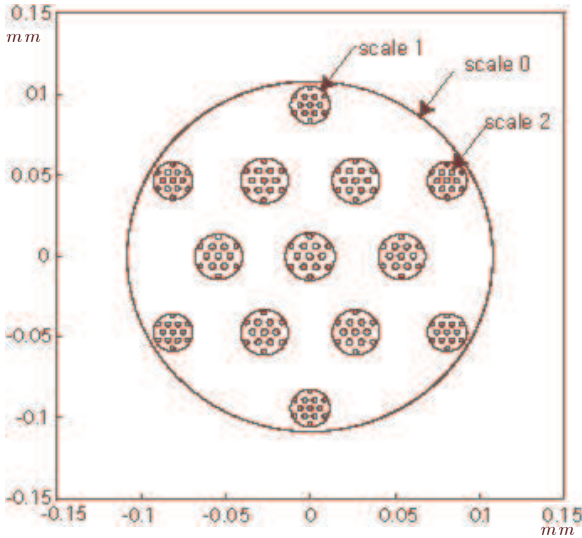


Fig.2 Distribution of microcontact area for  $\gamma = 10$  and  $D=1.5$ .

식을 적용 한다. 이 식을 이용하여 전체 전류의 합을 구하고 처음 가정한 전위차를 기준으로 옴의 법칙  $R = V/I$ 을 적용하여 전기 접촉 저항을 구하게 되는 것이다.

### 3. 결 과

#### 3.1 마이크로 접촉면의 분포

위에서 구한 마이크로 접촉면의 분포에 대한 식으로부터 접촉 형상에 대한 분포를 Fig.2와 같이 나타내었다. Weierstrass 형상에 대한 두 매개 변수인  $\gamma = 10$ 와  $D=1.5$ 를 사용하였다. 스케일이 줄어들어 따라 접촉면의 크기가 줄어들고 상대거리가 커짐을 알 수 있다. 이 분포는 주어지는 힘과 스케일 간의 변화를 나타내는 상사비  $\alpha$ 에 의해 변화하지만 유사한 분포를 얻을 수 있다.

#### 3.2 전기 접촉 저항

3.1절에서 나타난 접촉형상에 대해 전기접촉저항을 구한다. Fig. 3은 스케일의 변화에 따른 전기접촉저항을 보여 주고 있다. 여기서 사용하는 변수는 Weierstrass 식에서 사용되는 변수인  $\gamma$ 와  $D$ 를 이용하여  $\alpha = 1/\gamma^D$ 의 비를 찾아 각각의 전기 접촉저항을 스케일의 변화에 따라 구한다.  $\gamma$ 와  $D$ 값은 5,10 그리고 1.05와 1.5이다.

0스케일은 하나의 원형 접촉면만이 존재하는 경우, Greenwood식의 자기 저항(self-resistance)항

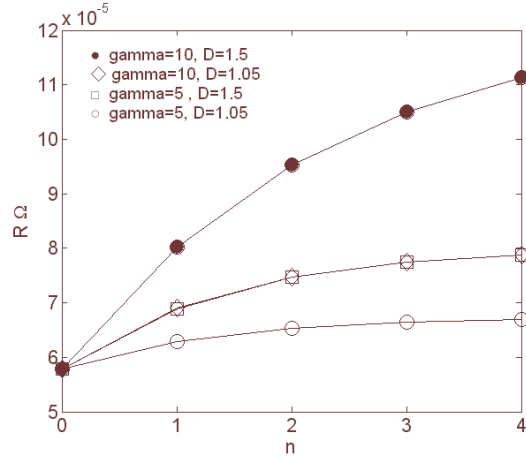


Fig 3.Variation of electrical contact resistance with scale(n) for various value of  $\gamma$  and  $D$ .

(a) $\gamma=5, D=1.05$  (b) $\gamma=5, D=1.5$  (c) $\gamma=10, D=1.05$  (d) $\gamma=10, D=1.5$

인  $\rho/4a$ 으로 구한 것이고, 각  $n$ 스케일에서는 13개의 접촉점이 있는 모델에서 Greenwood식을 적용한 것이다.

Fig 2.에서 나타난 것과 같이 스케일의 변화에 따라 전기 접촉 저항의 변화율이 감소하는 것을 확인 할 수 있다. 즉 스케일이 감소함에 따라 전기접촉저항은 매끈한 접촉표면 상태의 전기접촉 저항 값  $\rho/2a$  보다 큰 어떤 값으로 수렴하는 것을 확인 할 수 있다. 이는 Barber[11]에 의해 얻어진 결과와 동일한 것으로 유한한 몇 개의 스케일 안에서 수렴이 빨리 되고 있다.

#### 3.3 스케일에 따른 Base Potential

각 스케일에 나타나는 특징을 도출하여 전기 접촉저항을 스케일에 따른 재귀적인 식으로 표현 가능한 지를 알기위해 식(14)에서 나타나는 base potential의 스케일에 대한 거동을 알아보기로 한다. 정의에 따르면 base potential은 접촉면의 크기와 상대거리에 따라 변화한다.

Fig.4에서는 base potential의 분포가 스케일이 줄어들어는 경우에 전체 포텐셜의 값으로 다가가는 것을 볼 수 있다. 즉 스케일이 줄어들어 따라 접촉면의 크기가 줄어들며 그 상대거리는 커지는 경향이 있으므로 base potential이 전체 포텐셜양 (0.1V)으로 다가감을 알 수 있다. 결국 이러한 변화는 base potential이 평균전류의 흐름을 결정하는 양으로 간주되어 전기접촉저항에 대한 멀티스

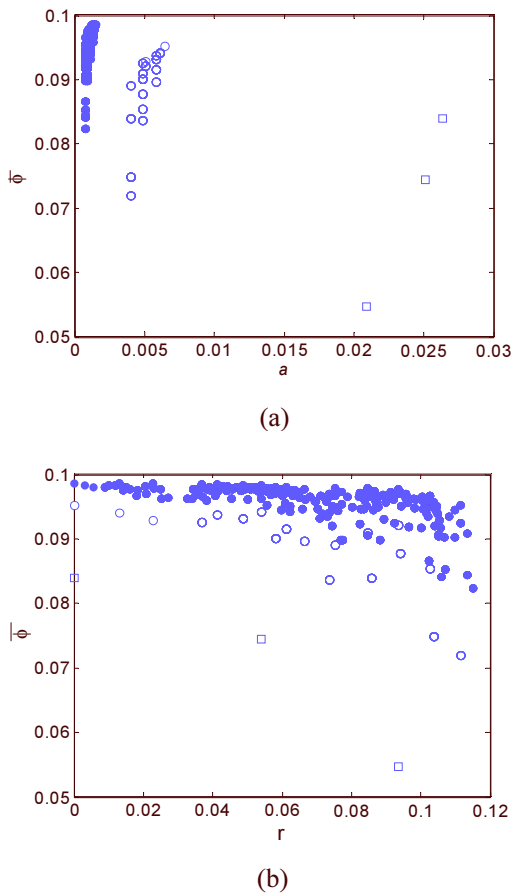


Fig. 4 Base potential distribution at each scale with the variation of contact radius (a) and the distance from the center (b). Each scales are denoted by squares for scale 1, circles for scale 2, and dots for scale 3.

케일의 관계식을 도출하는 결정적인 양으로 간주될 수 있다. 이에 대한 연구는 아직 진행 중에 있다.

## 5. 결론

거친 표면의 탄성접촉 시 나타나는 멀티스케일의 접촉면 거동을 Archard 모델을 이용하여 구하고 전기접촉저항에 대한 Greenwood 방법을 이용하여 전기접촉저항이 스케일 변화에 따라 수렴하는 것을 확인하였다. 또한 기본진위의 분포가 스케일의 변화에 따라 전체 포텐셜의 값으로 다가간다는 사실을 얻었다. 이를 바탕으로 차후 추진될 전기접촉저항에 대한 멀티스케일에 대한 관계식을 도출하는 작업을 진행하려한다.

## 후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(R08-2003-000-10162-0) 지원으로 수행하였음.

## 참고문헌

- (1) Majumdar and Bhushan, 1991, "Fractal model of elastic-plastic contact between rough surfaces," *ASME J. Tribol.*, Vol. 113, pp.1~11.
- (2) Majumdar and Bhushan, 1995, "Characterization and modeling of surface roughness and contact mechanics," *Handbook of Micro/Nano Tribology.*, CRC Press, New York, pp.109,165.
- (3) Borodich F.M., and Onishchenko D.A., 1999, "Similarity and fractality in the modelling of roughness by a multilevel profile with hierarchical structure," *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 36, pp. 2585~2612.
- (4) Johnson K.L., 1985, *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge, pp.92~93.
- (5) Archard, J. F. 1957, "Elastic deformation and the laws of friction," *Proc. R. Soc., London, A.* 243, pp.190-205.
- (6) Ciavarella M. Demelio G., Barber J.R. and Yong Hoon Jang, 2000, "Linear elastic contact of the Weierstrass profile," *Proc. Roy. Soc. London A.*, Vol. 456, pp.387-405.
- (7) Borri-Brunetto M., Carpinteri A., and Chiaia B., 1997, "Lacunarity of the contact domain between elastic bodies with rough boundaries," In: *Frantziskonis, G. (Ed.), Probamat 97, Probabilities and Materials*. Kluwer, Dordrecht.
- (8) Cooper M.G., Mikic B.B. and Yovanovich M.M., 1969, "Thermal contact conductance," *Int. J. Heat Mass Transfer Vol. 12*, pp.279~300.
- (9) Holm R., 1958, *Electrical Contacts Handbook* Springer, Berlin.
- (10) Greenwood J.A., 1966, "Constriction resistance and the area of real contact," *Br. J. Appl. Phys. Vol. 17*, pp.1621~1632.
- (11) Barber J.R., 2003, "Bounds on the electrical contact resistance between contacting elastic rough bodies," *Proc. Roy. Soc. London A.* 459, pp.53-66.
- (12) Jang Y.H., and Barber, J.R., 2004, "Effect of contact statistics on electrical contact resistance," *J. Appl. Phys. Vol. 94*, pp.7215~7221.