SPH 기법을 이용한 복합 적층판의 초고속 충돌 해석

이재훈†· 서송원*· 민옥기**

Numerical simulation of hypervelocity impacts on laminated composite plate targets using SPH method

Jaehoon Lee, Songwon Seo, Oakkey Min

Key Words: Smoothed particle hydrodynamics(입자 완화 유체 동역학), Composite laminate(복합 적층판), Hypervelocity impacts(초고속 충돌), Constitutive equation(구성 방정식)

Abstract

This paper is concerned with numerical simulation of hypervelocity impacts(HVIs) of a projectile on laminated composite plate targets using SPH method. A one-parameter visco-plasticity model and damage model is used to describe the HVIs response of composite materials. The numerical simulation was carried out for a steel projectile striking to aluminum plate targets and for an aluminum projectile striking to laminated graphite/epoxy (Gr/Ep) composite plate targets. Through the numerical simulation, comparison with the HVIs response of isotropic materials and composite materials is discussed.

1. 서 론

최근 여러 분야에서 복합재의 사용이 늘어나면서 복합재의 특성에 관한 연구가 널리 이루어지고 있다. 특히 우주 산업분야의 복합재 사용이 늘어나면서 복합재의 초고속 충돌(HVIs)에 관한 관심이 증대되고 있다. 그러나 복합재는 비균질, 이방성 재료이기 때문에 응력과 변형률 사이에 복잡한 상호 관계가 발생하고, 더구나 복합재의 파괴 특성이 일반 재료와는 달리 기지의 균열(matrix cracking), 섬유의 파단(fiber breakage), 층간 분리(delamination), 파쇄(fragmentation) 등을 포함하기 때문에 기존의 해석 방법을 적용하기에 어려움이 있었다. 실제로 초고속 충돌 시 복합재의 거동에 초점을 둔 실험적 연구[1-3]는 몇몇 있었으나, 여전히 초고속 충돌 현상에 대한 정보는 충분하지 못한 실정이다.

최근 Chen[4]과 그의 동료들에 의해 기존의 등방성 물질의 초고속 충돌 해석에 사용된 SPH 방법을 적용하려는 시도가 있었다. 처음에는 B/Al 복합재에 대해 섬유(fiber)와 기지(matrix)를 두개의 서로 다른 등방성 재료로 하여 해석을 수행하였다. 그러나 B/Al 복합재는 Gr/Ep 등의 다른 복합재와는 달리 섬유의 크기가 상대적으로 크기 때문에 복합재를 미시적으로 해석하기가 가능하였으나 Gr/Ep 등은 섬유의 크기가 작고 그 수도 많기 때문에 기지와 섬유를 분리하여 해석하기에는 어려움이 있었다. 이후 거시적 복합재 모델(macro composite model)이 Sun[5]에 의해 제안되었고, Campbell과 Medina[7], Chen[6]등이 이를 통해 복합 적층판에 대한 초고속 충돌 현상을 연구하였다.

본 논문에서는 복합재에 대해 탄소성 구성방정식을 성립하고, 이를 3D 해석이 가능한 SPH 프로그램에 적용하여 그라파이트 에폭시(Gr/Ep) 복합재 판 관통 해석을 수행하였다. 그리고 이를 철, 알루미늄 등의 기존의 등방성 재료의 판 관통 해석과의 비교를 통해 복합재의 판 관통 현상의

† 연세대학교 대학원 기계공학과
* 연세대학교 산업기술연구소
** 연세대학교 기계공학부
E-mail : minokey@yonsei.ac.kr
TEL : (02)2123-2817 FAX : (02)2123-4017

특징을 확인할 수 있었다.

2. 이 론

2.1 SPH 이론

2.1.1 SPH 기본식

SPH는 요소나 격자가 아닌 입자를 통해 해석 대상을 구성하고 핵함수(kernel function)라는 보간 함수를 이용하여 인접한 물리량과 입자간 관계로부터 각 입자들의 물리량을 계산한다. 이를 위해 SPH에서는 핵함수 근사(kernael approximation)와 입자 근사(particle approximation)의 두 가지 근사법이 사용된다.

유체 동력학의 지배 방정식, 연속 방정식과 운동량, 에너지 보존식을 SPH로 수식화를 시키면 다음 식과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho\frac{\partial U^\alpha}{\partial x^\alpha} \Rightarrow \frac{d\rho}{dt}_i = -\rho_i \sum_j m_j \frac{U^{\beta_j}}{\rho_j} W_{ij,\beta(i)} \qquad (1)$$

$$\frac{dU^\alpha}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} \Rightarrow \frac{dU^\alpha}{dt}_i = -\sum_j m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} + \Pi_{ij}\right) W_{ij,\beta(i)} \qquad (2)$$

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\sigma^{\alpha\beta}}{\rho}\frac{\partial U^\alpha}{\partial x^\beta} \Rightarrow \frac{dE}{dt}_i = -\sum_j m_j \left(U_i^\alpha - U_j^\beta\right)\left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\Pi_{ij}}{2}\right) W_{ij,\beta(i)} \qquad (3)$$

여기서 ρ는 밀도, U^α는 속도, E는 내부 에너지, t는 시간, x는 위치, σ는 전응력, 상첨자 α, β는 텐서 표기로 공간에서의 방향을 각각 나타낸다. 그리고, 충격면에서의 수치적 발산을 막기 위한 인공 점성(Π_{ij})과 응력-변형률 관계식, 상태 방정식 등을 통해 SPH 해석을 수행하게 된다.[8]

2.2 구성 방정식

2.2.1 등방성 재료(Isotropic materials)

등방성 재료일때 식(2), 식(3)의 응력은 다음과 같이 정수압 P와 편차응력 $S^{\alpha\beta}$으로 표시할 수 있다.

$$\sigma^{\alpha\beta} = P\delta^{\alpha\beta} - S^{\alpha\beta} \qquad (4)$$

여기서 $\delta^{\alpha\beta}$는 크로네커 델타(Kronecker delta)이다. 물체의 회전에 의한 시간에 따른 응력의 변화를 보정하기 위해 야만률(Jaumann rate)을 사용하면,

$$\dot{S}^{\alpha\beta} - S^{\alpha\gamma}\varpi^{\beta\gamma} - S^{\gamma\beta}\varpi^{\alpha\gamma} = 2G\left(\dot{\varepsilon}^{\alpha\beta} - \frac{1}{3}\delta^{\alpha\beta}\dot{\varepsilon}^{\gamma\gamma}\right) \qquad (5)$$

여기서 $\dot{\varepsilon}^{\alpha\beta}$와 $\varpi^{\alpha\beta}$는 각각 변형률 속도와 회전각 속도를 의미한다.

von Mises 항복 조건을 적용하여, 항복이 발생하였을 경우에는 아래 식과 같이 편차응력을 항복 곡면으로 복귀시킨다.

$$S_{est}^{\alpha\beta} = S^{\alpha\beta}\left(\frac{\sigma_Y^2}{3J_2}\right)^{1/2} \qquad (6)$$

$S_{est}^{\alpha\beta}$는 보정된 편차응력을 의미하며, J_2는 편차응력의 2차 불변량(second invariant), σ_Y는 항복응력을 의미한다.

2.2.2 복합 재료(composite materials)

이방성 재료에 대한 항복함수는 일반적으로 다음과 같이 주어진다.[5]

$$2f(\sigma_{ij}) = a_{11}\sigma_{11}^2 + a_{22}\sigma_{22}^2 + a_{33}\sigma_{33}^2 + 2a_{12}\sigma_{12}\sigma_{22} + 2a_{13}\sigma_{13}\sigma_{33} + 2a_{23}\sigma_{22}\sigma_{33} + 2a_{44}\sigma_{23}^2 + 2a_{55}\sigma_{13}^2 + 2a_{66}\sigma_{12}^2 \qquad (7)$$

섬유 방향(fiber direction)으로 선형 탄성이고, 횡방향 등방성(transversely isotropic)이라고 가정하면, 위의 식은 아래와 같이 간단해 진다.

$$2f(\sigma_{ij}) = (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + 4\sigma_{23}^2 + 2a_{66}(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2) \qquad (8)$$

전 변형률 증분(total strain rates)은 탄성 변형률 증분(elastic strain rates)과 소성 변형률 증분(plastic strain rates)의 합으로 분해가 가능하다. 즉,

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p \qquad (9)$$

탄성 변형률 증분은 아래의 구성 방정식에서 구할 수 있다.[9]

$$\begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_{11}^e \\ \dot{\varepsilon}_{22}^e \\ \dot{\varepsilon}_{33}^e \\ \dot{\varepsilon}_{23}^e \\ \dot{\varepsilon}_{13}^e \\ \dot{\varepsilon}_{12}^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\sigma}_{11} \\ \dot{\sigma}_{22} \\ \dot{\sigma}_{33} \\ \dot{\sigma}_{23} \\ \dot{\sigma}_{13} \\ \dot{\sigma}_{12} \end{Bmatrix} \qquad (10)$$

또한, 소성 변형률 증분은 재료가 연합 유동 법칙(associated flow rule)을 따른다고 가정할 때 다음과 같은 식이 유도되며,

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{p}=\dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial\sigma_{ij}} \tag{11}$$

식(8)를 이용하여 다시 쓰면 아래와 같다.

$$\begin{Bmatrix}\dot{\varepsilon}_{11}^{p}\\ \dot{\varepsilon}_{22}^{p}\\ \dot{\varepsilon}_{33}^{p}\\ \dot{\varepsilon}_{23}^{p}\\ \dot{\varepsilon}_{13}^{p}\\ \dot{\varepsilon}_{12}^{p}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\ \sigma_{22}-\sigma_{33}\\ -\sigma_{22}+\sigma_{33}\\ 4\sigma_{23}\\ 2a_{66}\sigma_{13}\\ 2a_{66}\sigma_{12}\end{Bmatrix}\dot{\lambda} \tag{12}$$

유효 응력(effective stress)은 정의에 의해 다음과 같이 얻어질 수 있다.

$$\bar{\sigma}=\sqrt{3f}=\left[\frac{3}{2}((\sigma_{22}-\sigma_{33})^2+4\sigma_{23}^2+2a_{66}(\sigma_{12}^2+\sigma_{13}^2))\right]^{1/2} \tag{13}$$

물체가 소성변형을 하고 있을 때 소성변형 에너지의 대부분은 열 등으로 되어 방출되어 물체 내에는 거의 축적되지 않는다. 방출되는 소성변형 에너지 증분은 다음 식으로 주어진다.

$$\dot{W}_P=\bar{\sigma}\dot{\bar{\varepsilon}}^P=\sigma_{ij}\dot{\varepsilon}_{ij}^P=\left(\sigma_{ij}\frac{\partial f}{\partial\sigma_{ij}}\right)\dot{\lambda}=2f\dot{\lambda} \tag{14}$$

유효 소성 변형률 증분(effective plastic strain rate)은 위의 식(14)와 식(8)으로 구할 수 있다.

$$\left(\dot{\bar{\varepsilon}}^P\right)^2=\frac{2}{3}\left[\frac{\left(\dot{\varepsilon}_{22}^P-\dot{\varepsilon}_{33}^P\right)^2}{4}+\frac{\left(\dot{\varepsilon}_{23}^P\right)^2}{4}+\frac{\left(\dot{\varepsilon}_{13}^P\right)^2}{2a_{66}}+\frac{\left(\dot{\varepsilon}_{12}^P\right)^2}{2a_{66}}\right] \tag{15}$$

식(8)와 식(13)에서 유효 응력 증분도 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{\bar{\sigma}}=\frac{1}{\bar{\sigma}}\left[\frac{3}{2}\left[\left(\sigma_{22}-\sigma_{33}\right)\dot{\sigma}_{22}+\left(\sigma_{33}-\sigma_{22}\right)\dot{\sigma}_{33}\right]+6\sigma_{23}\dot{\sigma}_{23}+3a_{66}\left(\sigma_{13}\dot{\sigma}_{13}+\sigma_{12}\dot{\sigma}_{12}\right)\right] \tag{16}$$

식(14)와 식(16)을 통해서 비례계수 $\dot{\lambda}$를 구할 수 있다.

$$\dot{\lambda}=\frac{3}{2}\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^P}{\bar{\sigma}}=\frac{3}{2}\frac{\dot{\bar{\sigma}}}{H_P\bar{\sigma}} \tag{17}$$

여기서 H_P는 소성 계수(plastic modulus)로 다음과 같이 정의된다.

$$H_P=\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}^P} \tag{18}$$

복합재의 소성 거동을 설명하기 위해 아래와 같은 형태의 전 응력 모델(total stress model)이 제안되었다.[10] 이 모델에서는 유효 소성 변형률 증분이 유효 응력과 유효 소성 변형률의 함수로 가정한다.

$$\bar{\varepsilon}^P=\chi\left(\dot{\bar{\varepsilon}}^P\right)^m\left(\bar{\sigma}\right)^n \tag{19}$$

여기서 계수 χ, m, n 등은 실험에 의해 결정되어진다.

따라서 식(18)와 식(19)을 통해 소성 계수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$H_P=\frac{1}{n\chi\left(\dot{\bar{\varepsilon}}^P\right)^m\left(\bar{\sigma}\right)^{n-1}} \tag{20}$$

식(17)에 식(20)을 대입하여 $\dot{\lambda}$을 구하고 , 다시 식(11)에 $\dot{\lambda}$을 대입하면, 소성 변형률 증분을 구할 수 있다. 최종적으로 전 변형률 증분은 아래 식으로 표현된다.

$$\begin{Bmatrix}\dot{\varepsilon}_{11}\\ \dot{\varepsilon}_{22}\\ \dot{\varepsilon}_{33}\\ \dot{\varepsilon}_{23}\\ \dot{\varepsilon}_{13}\\ \dot{\varepsilon}_{12}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}S_{11}&S_{12}&S_{13}&0&0&0\\ S_{12}&S_{22}^{ep}&S_{23}^{ep}&S_{24}^{ep}&S_{25}^{ep}&S_{26}^{ep}\\ S_{13}&S_{23}^{ep}&S_{33}^{ep}&S_{34}^{ep}&S_{35}^{ep}&S_{36}^{ep}\\ 0&S_{24}^{ep}&S_{34}^{ep}&S_{44}^{ep}&S_{45}^{ep}&S_{46}^{ep}\\ 0&S_{25}^{ep}&S_{35}^{ep}&S_{45}^{ep}&S_{55}^{ep}&S_{56}^{ep}\\ 0&S_{26}^{ep}&S_{36}^{ep}&S_{46}^{ep}&S_{56}^{ep}&S_{66}^{ep}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dot{\sigma}_{11}\\ \dot{\sigma}_{22}\\ \dot{\sigma}_{33}\\ \dot{\sigma}_{23}\\ \dot{\sigma}_{13}\\ \dot{\sigma}_{12}\end{Bmatrix} \tag{21}$$

여기서 $S_{ij}^{ep}=S_{ij}+S_{ij}^{p}$ 이고, $S_{ij}^{p}=\mu C^iC^j$ 이다.

$$\mu=\frac{9}{4}\frac{1}{\bar{\sigma}^2}\frac{1}{H_P}$$

$$C^2=-C^3=\sigma_{22}-\sigma_{33},\quad C^4=4\sigma_{23},$$

$$C^5=2a_{66}\sigma_{13},\quad C^6=2a_{66}\sigma_{12}$$

2.3 파손 이론

복합재료에 대해서는 여섯 개의 응력 성분에 대해 각각 최대 응력 이론(maximum stress criteria)을 적용하였다. 하나 이상의 응력이 한계치를 초과하였을 경우, 그와 관련된 응력 값들을, 압축응력일 때를 제외하고 0으로 설정한다. 예를 들어 섬유 방향의 응력 σ_{xx}이 한계치를 초과했다고 하면, $\sigma_{xx},\sigma_{xy},\sigma_{xz}$을 모두 0으로 한다. 그리고 한번 파손이 발생하면, 그 이후의 시간 단계에서도 위의 세 응력은 0으로 계산한다. 단, 파손된 입자들 사이에서도 압축응력은 작용할 수 있으므로 섬유 방향 응력이 압축응력일 경우는 σ_{xx}는 0으로 만들지 않는다. Table 1은 본 논문에서 사용된 응

Table 1 Gr/Ep composite failure thresholds

Stress orientation	GPa
Tensile strength, fiber direction	1.45
Compressive strength, fiber direction	1.45
Tensile strength, transverse direction	0.26
Compressive strength, transverse direction	1.03
In-plane shear strength	0.465
Shear strength in 22-33 plane	0.465

력의 한계값을 나타내고 있다.[11]

등방성 재료에 대해서는 최소 허용 인장 압력 $P_{\min}$이 사용된다. 평균 응력(Mean Stress)의 인장 방향(음의 압력) 한계값을 $P_{\min}$으로 부여하고 이 기준보다 작은 값의 압력은 허용하지 않고 보정시킴으로써 재료가 인장 상태에서 항복을 일으키지 않고 견딜 수 있는 한계값이 정해지게 된다.

3. 수치 해석

작성한 3D-SPH 프로그램으로 복합재료에 대한 해석시 나타나는 관통 현상을 등방성 재료의 해석 결과와 비교를 해보았다.

3.1 알루미늄 판의 충돌 해석

알루미늄 판에 steel 구를 1000m/s 속도로 충돌하는 모델을 선택하였다. 이는 판과 발사체 모두 등방성 재료로, 구성식은 탄성-완전 소성식, 상태방정식은 Mie-Gruneisen 식이 적용되었다. 인공점성 계수는$\alpha=\beta=2.5$, NPH는 1.2를 적용하였다. steel과al2024의 물성치와 EOS 상수 값들은 Table 2에 있는 값을 사용하였다.

Fig.2 (a)는 2.0μs에서의 유효응력 분포를 나타내고 있다. 응력 분포가 동심원 형태로 나타남을 확인할 수 있다. Fig.2 (c)에서 나타나는 것처럼

Table 2 Material properties of steel and al2024 and constants for Mie-Gruneisen EOS steel al2024 and Gr/Ep.

$Material$	$c_0\,(m/s)$	s	Γ_0	$\rho_0\,(kg/m^3)$	$G\,(GPa)$	$Y_0\,(MPa)$
steel	3600	1.90	1.70	7850	77	600
al2024	5330	1.34	2.00	2790	25	550
Gr/Ep	4690	1.57	0.87	1600		

Table 3 Material properties of Gr/Ep..

E_1(GPa)	139.0
E_2=E_3(GPa)	9.85
G_{12}(GPa)	5.25
G_{13}=G_{23}(GPa)	3.8
ν_{12}	0.25
ν_{13}=ν_{23}	0.38
a_{66}	1.4

8.0μs후의 판의 바닥면의 변형형상도 동심원 형태로 변형이 발생하는 것을 알 수 있다.

3.2 Gr/Ep 복합 적층판의 충돌 해석

단일 플라이로만 구성된 Gr/Ep 복합 적층판에 대한 충돌 해석을 수행하였다. steel 재료의 구가 1000m/s의 속도로 충돌할 경우 판에 나타나는 변형 형상을 살펴보았다. steel은 탄성-완전 소성식을 Gr/Ep는 복합재의 탄소성 방정식을 적용하였으며, EOS는 둘다 Mie-Gruneisen식이 사용되었다. 인공점성 계수는 $\alpha=\beta=2.5$, NPH는 1.2를 적용하였다. 또한 steel의 물성치와 두 재료의 EOS 계수는 Table 2의 값을 사용하였고, Gr/Ep의 물성치는 Table 3에 나와있는 값을 이용하였다. Fig.3 (a)는 2.0μs후의 판의 응력분포를 나타낸 그림으로 앞의 알루미늄 판에서 나타나는 응력분포와는 달리 방향성을 가지는 것을 확인할 수 있다. Fig.3 (b)와 (c)는 8.0μs후의 판의 변형형상을 나타내고 있다. 파랑색은 아직 파괴기준을 넘지 않은 입자를, 분홍색은 파괴가 발생한 입자를 표시하고 있다. 그림에서와 같이 바닥면에서 판의 손상은 동심원이 아닌 쐐기 모양으로 갈라지는 형태를 보이고 있다.

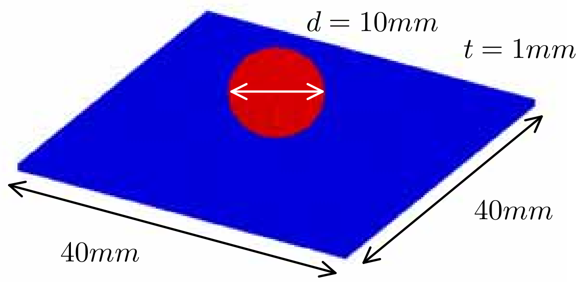
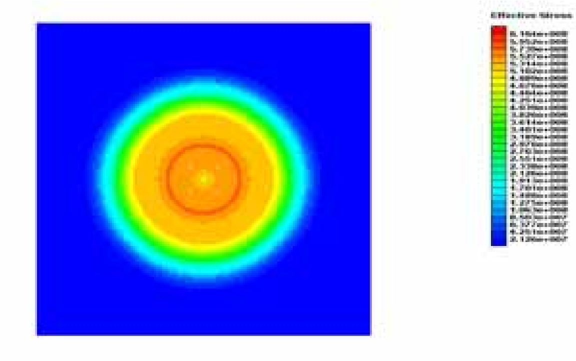
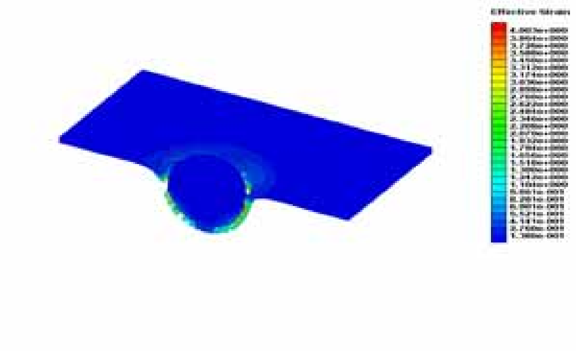


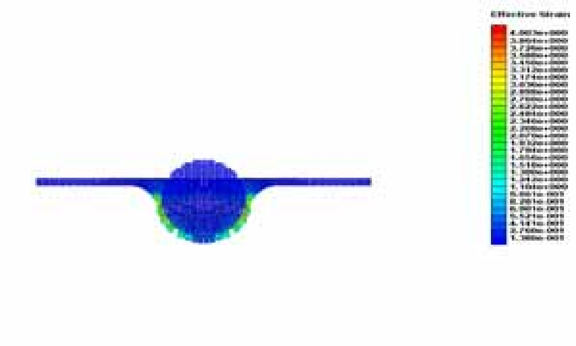
Fig 1. Analysis 3D model.



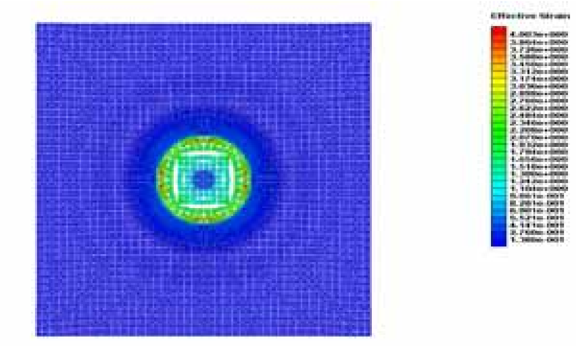
(a) t=2.0 μs



(b) t=8.0 μs

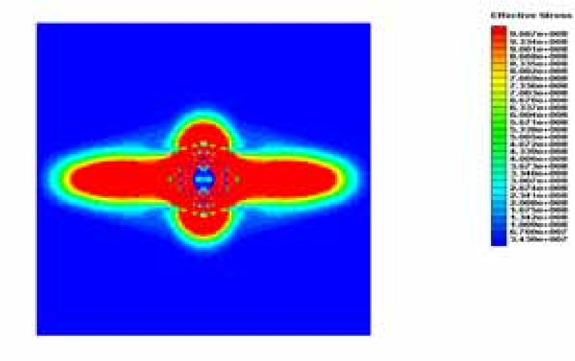


(c) t=8.0 μs (side view)

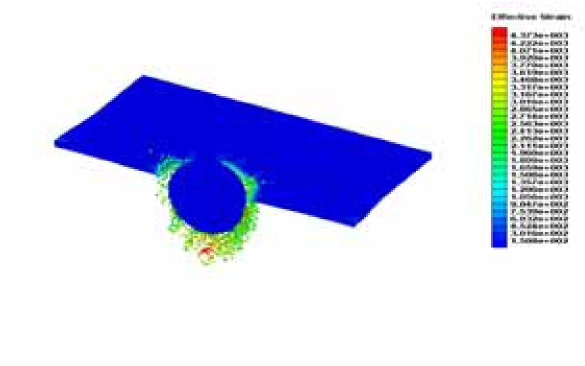


(d) t=8.0 μs (bottom view)

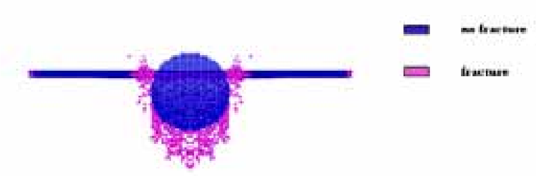
Fig.2 Simulated impact to aluminum plate with a steel ball.



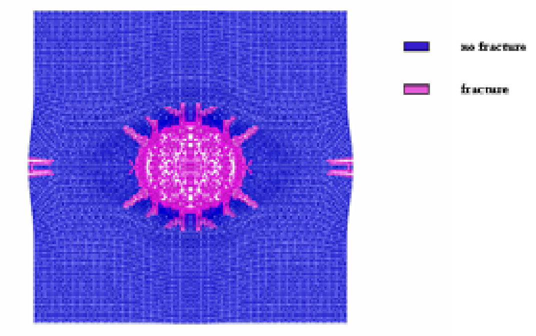
(a) t=2.0 μs



(b) t=8.0 μs



(c) t=8.0 μs (side view)



(d) t=8.0 μs (bottom view)

Fig.3 Simulated impact to Gr/Ep composite plate with a steel ball.

4. 결론

복합재료에 대한 탄소성 구성방정식을 성립하여 이를 기존의 SPH 기법에 적용함으로써 복합 적층판의 초고속 충돌에 대한 해석을 수행하였다.

단일 플라이로 구성된 복합 적층판에 대한 해석을 통해, 알루미늄 판의 충돌 현상과 비교해봄으로써 초고속 충돌 시 복합재료가 나타나는 현상에 대해 살펴볼 수 있었다.

참고문헌

(1) CG Lamontage, GN Manuelpillai, EA Taylor, RC Tennyson, 1999, “Normal and Oblique hypervelocity impacts on carbon fibre/PEEK composites,” *Int. J. Impact. Eng.*, Vol. 23(1), pp. 519~532.

(2) RC Tennyson, CG Lamontage, 2000, "Hypervelocity impacts damage to composites", Composites A, Vol. 31(8), pp. 785~794.

(3) WP Schonberg, 2000. "Protecting spacecraft against orbital debris impact damage using composite materials", Composites A, Vol. 31(8), pp. 869~878.

(4) JK Chen, DF Medina, 1998, "The effects of projectile shape on laminated composite perforation", Compos. Sci. Technol., Vol. 58, pp. 1629~1639.

(5) CT Sun, JL Chen, 1989, "A simple flow rule for characterizing nonlinear behavior of fiber composites", J. Compos. Mater., Vol. 23, pp. 1009~1020.

(6) JK Chen, FA Allahdadi , TC Carney, 1997, "High-velocity impact of graphite/epoxy composite laminates", Compos. Sci. Technol., Vol 57, pp. 1369~1379.

(7) MM Campbell, DF Medina, 1998, "A composite material visco-plastic model implemented in the MAGI smooth particle hydrodynamic code and its implications for impact damage prediction", Air Force Research Laboratory, AFRL-DE-PS-TR -1998 -1070.

(8) L.D. Libersky, A.G. Petschek, T.C. Carney, J.R. Hipp, and F.A. Allahdadi, 1993, "High Strain Lagrangian Hydrodynamics," *J. Comput. Phys.*, Vol. 109, pp. 67~75.

(9) RF Gibson, 1994, Principles of composite material mechanics., McGraw-Hill.

(10) V Srikanth, Thiruppukuzhi, CT Sun, 1998, " Testing and modeling high strain rate behavior of polymeric composites", Composites B, Vol. 29, pp. 535~546.

(11) DF Medina, JK Chen, 2000, "Three-dimensional simulations of impact induced damage in composite structures using the parallelized SPH method", Composites A, Vol. 31, pp. 853~860.