랜덤하중하의 피로균열진전 데이터를 이용한 ΔK_{eff} 평가법의 정량적 평가

구자석† · 송지호* · 강재윤**

A Quantitative Evaluation of ΔK_{eff} Estimation Methods Based on Random Loading Crack Growth Data.

Ja-Suk Koo, Ji-Ho Song and Jae-Youn Kang

Key Words : Crack Closure(균열 닫힘), Effective stress intensity factor range(유효응력강도계수폭), Evaluation criteria(평가기준), Random loading(랜덤하중)

Abstract

Methods for estimation of the effective stress intensity factor range (ΔK_{eff}) are evaluated for narrow and wide band random loading crack growth test data of 2024-T351 aluminum alloy. Three methods of determining K_{op}, visual measurement, ASTM offset compliance method, and the neural network method proposed by Kang and Song, and three methods of estimating ΔK_{eff}, conventional, the 2/PI0 and 2/PI methods proposed by Donald and Paris, are compared in a quantitative manner by using the results of fatigue crack growth life prediction under random loading. For all K_{op} determination methods discussed, the 2/PI0 and 2/PI methods of estimating ΔK_{eff} provide better results than conventional method for narrow and wide band random loading data.

1. 서 론

피로균열진전속도가 균열닫힘현상을 고려한 유효응력강도계수폭 ΔK_{eff} 에 의해 잘 정리할 수 있다는 것이 잘 알려져 있다[1]. ΔK_{eff} 를 사용하여 균열진전속도 da/dN 을 평가할 때에, 가장 중요하고 어려운 것이 균열열림점을 일관성있게, 정확하게 측정하는 것이다.

균열열림점 측정방법으로는 여러 가지가 있으나, 실험적 간편함과 저비용의 이점 때문에 이른바 컴플라이언스법이 가장 널리 사용된다. 이 컴플라이언스법에는 크게 다음의 두 가지 방법이 있다. 하나는 원래 Elber 가 사용한 바와 같이 Fig. 1(a)와 같은 하중-(전)변위곡선을 이용하는 방법이며, 또 하나는 균열열림점 측정감도를 높이기 위해 Kikukawa[2]등이 사용한 Fig.1(b)와 같은 하중-감산변위곡선을 이용하는 방법이다.

균열열림점은 일반적으로 목측에 의해 측정되는 경우가 많으나, 이 방법은 측정자에 의존하여 결과가 많이 달라지므로, 객관적인 균열열림점 결정 방법이 필요하다.

균열열림점을 결정하는 방법에 관해서 여러 연구가 있으나, ASTM[3]에서, 다음 절에서 상세히 설명하는, 이른바 오프셋 컴플라이언스 방법을 제안, 추천하고 있다. 이 방법은 비교적 간편하여 사용하기 쉬우나, 컴플라이언스 오프셋 기준 (the offset compliance approach)을 사용하므로, 본질적으로 균열열림점은 실제보다 낮게 결정되는 특징이 있으며, 하중-(전)변위곡선을 사용하므로, 측정 정밀도가 낮은 문제점이 있다.

† 현대모비스 기술연구소
E-mail : momo@mobis.co.kr
TEL : (031)288-3565 FAX : (031)280-2674
* 한국과학기술원 기계공학과
** 한국기계연구원 구조연구부

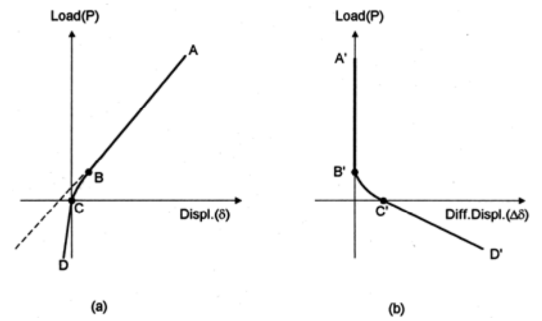


Fig. 1 Typical curves of (a) load vs. displacement and (b) load vs. differential displacement.

측정자에 거의 의존하지 않는 균열열림점 자동 측정방법으로 Kang 과 Song[4]은 신경회로망을 이용하는 방법을 제안하고 있다. 이 방법은 신경회로망의 학습기능을 이용하여, 감산변위곡선으로부터 균열열림점을 자동 결정하는 방법으로, 비교적 정밀한 측정이 가능하다. 다만, 신경회로망 학습을 위해, 실제 감산변위 곡선에 가까운 이상적인 감산변위곡선을 가정하고, 그 곡선에 랜덤노이즈를 중첩하여 비교적 많은 종류의 신호패턴을 작성하여, 학습시켜야 하는 번거러움이 있다.

이상 두 방법은 측정자에 관계없이 거의 일의적으로 균열열림점을 측정할 수 있는 방법이므로, 본 연구에서 비교 검토해 보기로 한다.

균열닫힘을 고려한 유효응력강도계수폭 ΔK_{eff} 은 통상적으로 다음과 같이 정의하여 사용한다.

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{op} \tag{1}$$

여기서 K_{max} 는 최대응력강도계수, K_{op} 는 균열열림점 응력강도계수값이다.

통상적인 ΔK_{eff} 값은, 특히 균열진전 하한계 영역근방에서는 과소평가되어, 균열진전속도를 잘 평가하지 못한다는 지적이 있다[5,6]. 특히 Donald[6]는 통상적인 균열열림점 이하의 하중도 균열진전에 기여하고 있을 가능성을 지적하고, 유효응력강도계수폭을 평가하는 방법으로 보정 컴플라이언스비 ACR(adjusted compliance ratio)이라는 새로운 파라미터를 제안하고 있다. 이 방법은 하중-변위곡선의 경사와 이른바 시컨트(secant)값 만이 필요하며, 측정이 매우 애매한 균열열림점 데이터는 필요가 없다는 측정상 유리한 특징이 있다.

Donald 의 ACR 방법은 물리적 근거가 명확하지 않다는 점도 있어, 최근 Paris, Tada 와 Donald[7]는 파면거칠기에 의해 부분균열닫힘(partial crack closure)이 일어난다고 가정하고, 이를 간단히 모델화하므로써, 새로운 유효강도계수폭 ΔK_{eff} 를 평가하는 방법, 즉 2/pi 법과 2/pi0 법을 제안하고 있다. 이 방법은 통상적으로 측정되는 균열열림점 K_{op} 값을 이용하나, ΔK_{eff} 평가에서 이 K_{op} 는 과대평가될 가능성이 크므로, 2/pi 만큼 감소시킨 값을 사용하게 하는 방법이다.

Donald 와 Paris[8]는 여러 ΔK_{eff} 평가법을 비교검토하여, 균열진전속도가 비교적 높은 da/dN > 10-5 mm/cycle 에서는 통상적인 ΔK_{eff} 평가법이 정확하며, 진전속도가 (10-7mm/cycle) 하한계 영역부근에서는 2/pi 와 2/pi0 법이 균열진전속도결과를 잘 설명하며, 사용하기도 간편하다고 보고하고 있다.

극히 최근 Kujawski[9]는 이 Donald 와 Paris 의 결과를 바탕으로 전 속도영역에서 정리가 잘 되도록 적당한 점근함수 (transition function)를 도입하여, 통상적인 ΔK_{eff} 평가법과 2/pi 법을 혼합하는 방법을 제안하고 있다.

이상과 같이, Paris 등이 제안한 ΔK_{eff} 평가법, 2/pi 법과 2/pi0 법이 유용하다는 결과가 보고되고 있으나, 그 유효성에 관하여 넓은 속도 영역에 걸쳐 체계적인 상세한 정량적인 검토는 현재까지 이루어지고 있지 않다.

본 연구에서는 위에서 언급한 K_{op} 결정법과 연관하여, 2/pi 법과 2/pi0 법에 의한 ΔK_{eff} 평가법에 관해서도 상세하게 검토하기로 한다.

특히 본 연구에서는 K_{op} 결정법 및 ΔK_{eff} 평가법에 관하여 정량적인 평가가 가능하도록 새로운 평가기준을 도입하여 랜덤하중하의 균열진전결과에 대해서 각 방법의 유효성을 검토하기로 한다.

2. ΔK_{eff} 평가법

ΔK_{eff} 를 평가하는 방법으로는, 서론의 식 (1)의 통상적인 방법과 Paris, Tada 와 Donald 가 제안한 다음의 2/PI0 법과 2/PI 법[7,8]을 사용하였다.

2.1 2/ PI0 평가법

Pairs, Tada 와 Donald[7]는 파면 거칠기에 의해 부분균열닫힘현상이 일어나면 균열선단의 실질적인 균열닫힘응력강도계수는 통상적인 K_{op} 의 약 $2/\pi$ 배가 되어, 실질적인 유효응력강도계수폭은 식(2)과 같이 나타내는 것이 좋다고 제안하고 있다. 즉,

$$\Delta K_{eff} = K_{\max} - \frac{2}{\pi} K_{op} \equiv \left(\Delta K_{eff}\right)_{2/PI0} \tag{2}$$

식 (2)에 의한 ΔK_{eff} 값의 평가를 $2/\pi 0$ 수정이라 하고, $\Delta K_{2/\pi 0}$ 또는 $\Delta K_{2/PI0}$ 등으로 나타내는 경우도 있으나, 본 연구에서는 유효응력강도계수폭이라는 의미를 명확히 하기 위해, 식 (2)에 제시한 바와

같이 $(\Delta K_{eff})_{2/PI0}$ 라 나타내기로 하고, 식 (2)의 평가법을 2/PI0 법이라 부르기로 한다.

2.2 2/PI 평가법

식 (2)에 의한 유효응력강도계수폭 값은 약간 과대평가가 되는 경향이 있으므로, Paris, Tada 와 Donald[7]는 식(2)을 수정한 다음 식 또한 제안하고, 2/π수정이라고 부르고 있다.

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - \frac{2}{\pi}K_{op} - \left(1-\frac{2}{\pi}\right)K_{min} \equiv (\Delta K_{eff})_{2/PI} \quad (3)$$

여기서 K_{min} 은 최소응력강도계수이다.

이 평가법에서는 $K_{op} \le K_{min}$ 일 때, $\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{min}$ 가 되어 합리적인 좋은 점이 있다. 본 연구에서는, 식 (3)에 의한 유효응력강도계수폭을 $(\Delta K_{eff})_{2/PI}$ 라 나타내고, 그 방법을 2/PI 법이라 부르기로 한다.

3. K_{op} 결정 방법

3.1 ASTM 컴플라이언스 오프셋 방법

하중–균열열림변위 또는 변형률곡선의 부하곡선 상에서 되풀이 하중 폭의 10%에 해당하는 부분의 기울기를, 최소자승법(least square)으로 하중-변위 곡선 전체에 대하여 연속적으로 구하여, 균열이 완전히 열렸다고 생각되는 최대하중으로부터 되풀이 하중의 25%에 해당하는 제하곡선상의 부분의 기울기와 비교하는 방법으로, 균열열림점은 기울기의 차(또는 컴플라이언스 오프셋)가 1, 2 또는 4%가 되는 점으로부터 구한다[3]. 오프셋값으로는 2%가 잘 사용되며, 실제로도 좋은 결과를 주므로, 본 연구에서도 2% 오프셋값으로 균열열림점을 결정하기로 한다.

3.2 신경회로망 방법

신경회로망 방법은 균열열림점을 정밀하게 측정하기 위하여 하중-감산변위 곡선을 사용한다. 하중-감산변위(p-Δδ)곡선이 얻어졌을 때의 감산변위(Δδ)신호는 Fig.2 의 D1'B1'A'B2'D2'와 같이 된다. 편의상 감산변위신호가 부하시와 제하시에 위상차가 없다고 가정하면, 감산변위신호의 직선(균열이 완전히 열린)부 B1'A'B2'는 직선이 될 것이다. 따라서 균열열림하중 P_{op} 는 이론적으로는, 직선부 B1'A'B2'로부터 떨어져 나가는 B1'에 대응하는 하중으로서 결정할 수가 있을 것이다. 이 균열열림점 B1'를 신경회로망의 훈련에 의한 학습기능을 이용하여 자동적으로 결정하는 방법이 신경회로망 방법이다.

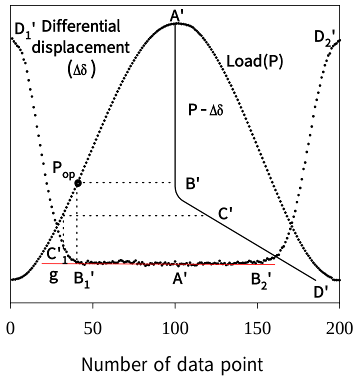


Fig. 2 Scheme of crack opening load determination on differential displacement data.

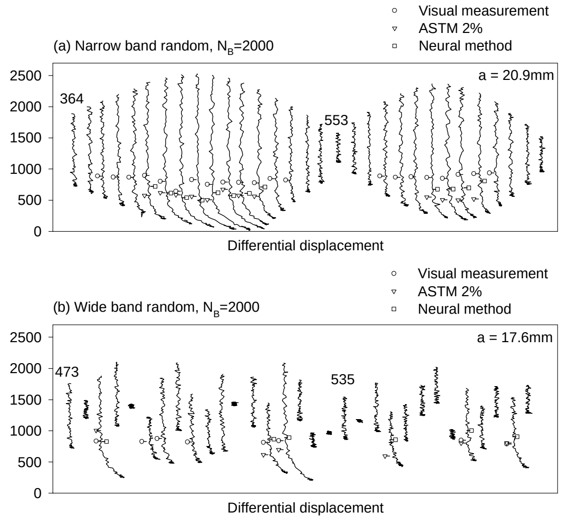


Fig. 3 Crack opening points by various K_{op} determination methods under random loading for N_B=2000.

Kang 과 Song[4]은 역전파 신경회로망을 이용하여 균열열림점을 자동 결정하고 있다.

4. 랜덤하중하의 균열열림점 측정

Kim 과 Song[10]은 2024-T351 알루미늄합금에 대해 협대역 및 광대역 유사랜덤파형을 사용하여, 넓은 이력길이 범위에 대해, 균열진전실험을 수행하고 있다. 본 연구에서는 그들의 실험결과를 이용한다.

Fig.3 은 랜덤하중 1 블록 내의 균열열림점의 변화를 각 방법에 의해 측정한 결과의 예이다.

협대역 랜덤하중인 경우, 균열열림점은 목측에 의한 경우가 가장 높고, ASTM 오프셋방법에 의한 경우가 가장 낮다. 광대역 랜덤하중인 경우에는 신경회로망에 의한 균열열림점이 목측에 의한 결과와 거의 같거나, 약간 높은 경향이 있다. 이 경우에도 ASTM 방법에 의한 결과는 가장 낮다.

그림에서 보는 바와 같이, 균열열림점은 랜덤하중 1 블록내에서 약간 변동하기는 하나, 그 변동폭은 그다지 크지 않으므로, 랜덤하중 1 블록내의 균열열림점의 대표치로서는 산술평균값을 사용하기로 한다.

5. 랜덤하중하의 균열진전 예측

각 K_{op} 결정법과 ΔK_{eff} 평가법에 의해, 랜덤하중하의 균열진전을 예측하여, 실제 실험결과와 비교하기로 한다. 균열진전예측은 각종 ΔK_{eff} 에 의한 다음 식을 이용하여 수행된다.

$$\frac{da}{dN} = C\left(\Delta K_{eff}\right)^n \tag{4}$$

여기서 C 와 n 은 일정진폭하중으로부터 얻어지는 재료상수로서, 진전속도 영역에 따라, K_{op} 결정법 및 ΔK_{eff} 평가법에 따라 달라지는 값이다. 일정진폭하중하의 각종 ΔK_{eff} 에 의한 da/dN 의 데이터는 3 개의 직선구간으로 근사하였다[11].

진전수명예측을 위해 먼저 각 랜덤하중파형을 ASTM E1049[12]의 "Simplified rainflow counting for repeating histories"을 사용하여 사이클카운팅을 하고, 각 하중진폭에 대해 측정된 균열열림점을 이용하여 유효응력강도계수폭, $\Delta K_{eff,i}$ 을 다음과 같이 계산하다.

$$\Delta K_{eff,i} = \begin{cases} K_{\max,i} - K_{op} & for\ K_{op} \ge K_{\min,i} \\ K_{\max,i} - K_{\min,i} & for\ K_{op} < K_{\min,i} \end{cases} \tag{5}$$

여기서 K_{op} 는 각 방법으로 측정된 단위 블록당 평균균열열림 응력강도계수이다.

이로부터 i 번째 하중사이클에 의한 균열진전양 Δa_i 는 식(4)로부터

$$\Delta a_i = C\left(\Delta K_{eff,i}\right)^n \tag{6}$$

와 같이 표시된다.

식 (9)를 이용하여, i 번째 하중사이클에서의 균열길이 a_i 를

$$a_i = a_{i-1} + \Delta a_i \tag{7}$$

와 같이 계산하여 균열이 약 1.5 ~ 2.0mm 정도 진전하는데 소요되는 블록수 N_{pred} 를 계산한다.

각종 방법에 의해 계산된 N_{pred} 와 실험에서 실제 측정된 블록수 N_{test} 와 비교한 결과가 Fig.4 이다. 그림 중의 흰 기호는 협대역 랜덤하중의 결과이며, 검은 기호는 광대역랜덤의 결과이다. 그림 중의 두 파선은 흩어짐 계수 2 의 폭(scatter band of factor of 2)을 나타내고 있다. 목측의 K_{op} 의 경우, 통상적인 ΔK_{eff} 에 의한 예측 결과는 상당히 많은 데이터가 N_{pred}/N_{test} = 1 에 가까운 값이 되며, 흩어짐도 적어, 좋은 예측을 하고 있는 것을 알 수가 있다.

그러나 ASTM 오프셋 방법이나 신경회로망에 의한 K_{op} 를 사용하는 경우에는 통상적인 ΔK_{eff} 에 의한 예측결과는 거의 모두 1 보다는 매우 작은 값이 되어, 과대 안전쪽의 예측이 되고 있으며, 데이터의 흩어짐도 큰 편이다.

2/PI0 및 2/PI 법에 의해 예측하면, 어느 K_{op} 를 사용하는 경우나 모두 N_{pred}/N_{test} 값이 증가하는 경향이 나타나며, 데이터의 흩어짐도 감소한다. 특히 데이터의 흩어짐은 2/PI0 법이 2/PI 법보다 더 감소하는 경향이 있다.

6. ΔK_{eff} 평가법의 정량적 평가

Fig.4 의 결과를 다음 식으로 나타내어지는 오차기준 E_f(S=2), 평균값 및 변동계수 C.V.(coefficient of variance)로 정리한 것이 Table 1 이다.

$$E_f(s=2) = \frac{\left[\frac{1}{2} \le \frac{N_{pred}}{N_{test}} \le 2\right] \text{의 범위에 들어가는 데이터 수}}{\text{전체 데이터 수}} \tag{8}$$

$$C.V. = \frac{\left(\frac{N_{pred}}{N_{test}}\right) \text{데이터의 표준편차}}{\left(\frac{N_{pred}}{N_{test}}\right) \text{데이터의 평균치}} \tag{9}$$

표에는 결과를 협대역 및 광대역랜덤하중으로 나누어서 표시하고 있다. 목측에 의한 K_{op} 를 사용하는 경우, 2/PI 평가법을 사용하면, E_f (s=2)는 1.00, 평균치도 거의 1 이하이며, 변동계수도 비교적 적은 값이 되어 매우 좋은 예측이 되고 있는 것을 알 수 있다.

ASTM 오프셋방법이나 신경회로망에 의한 K_{op} 를 사용하는 경우, 2/PI0 또는 2/PI 법에 의해 E_f(s=2)는 38~68%정도 개선되며, N_{pred}/N_{test} 의 평균값도 0.12~0.25 정도 상승한다. 또한 변동계수 값도 상당히 감소하는 것을 알 수가 있다.

그러나 여전히 N_{pred}/N_{test} 의 평균값은 1 보다 작아(0.63~0.84), 약간 과대 안전쪽 예측이 되고 있다. 변동계수 값은 2/PI0 법의 경우가 대체로 낮다.

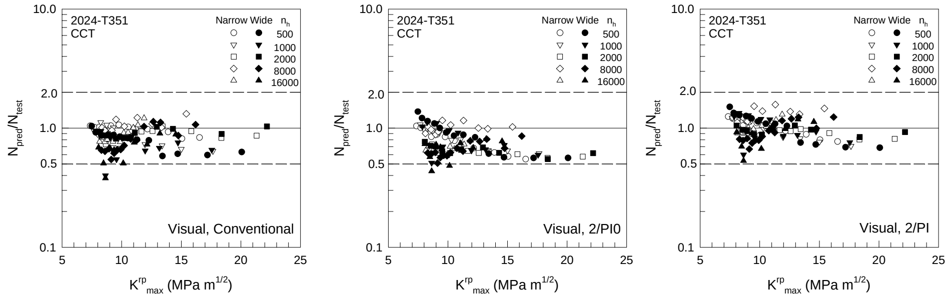
한편, 협대역과 광대역랜덤의 결과를 비교해 보면, 전체적으로 광대역 결과가 협대역 결과에 비

해 E_f 값이 낮으며, 변동계수가 큰 경향이 있다.

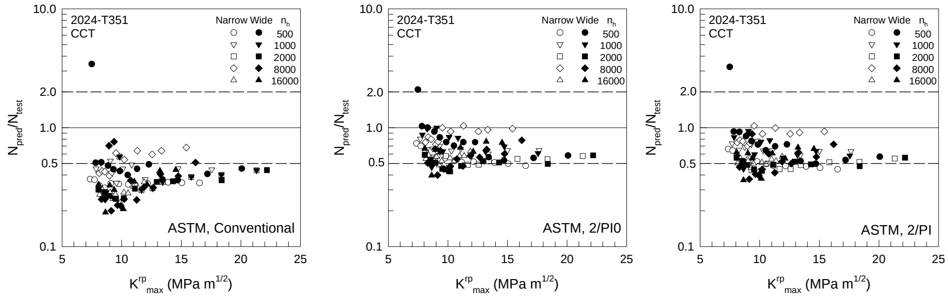
N_{pred}/N_{test} 의 평균값 및 변동계수에 관해서도 다음과 같은 평가기준을 도입[11]하여 정리한 것이 Table 2 이다.

평균값에 대한 평가기준 :

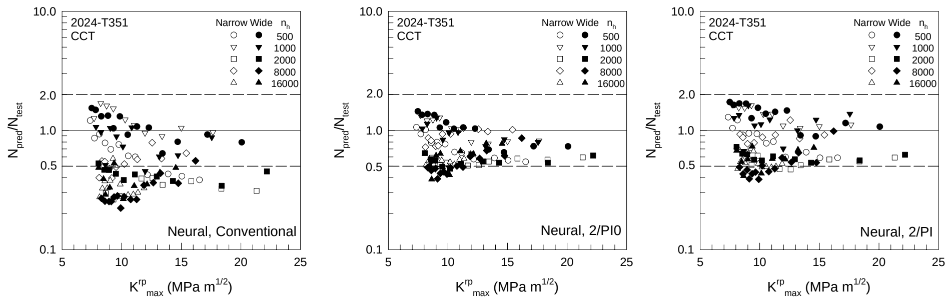
$$E_{mean} = 1 - \left|1 - mean\right| \tag{10}$$



a) Based on visual K_{op}



b) Based on ASTM 2% K_{op}



c) Based on neural K_{op}

Fig. 4 Prediction results of fatigue crack growth under random loading.

Table 1 Comparison of K_{op} determination and ΔK_{eff} estimation methods for random loading data

		Narrow			Wide			Narrow + Wide		
K_{op} determination		ΔK_{eff}	$(\Delta K_{eff})_{2/PI0}$	$(\Delta K_{eff})_{2/PI}$	ΔK_{eff}	$(\Delta K_{eff})_{2/PI0}$	$(\Delta K_{eff})_{2/PI}$	ΔK_{eff}	$(\Delta K_{eff})_{2/PI0}$	$(\Delta K_{eff})_{2/PI}$
Visual	E_f	1.000	1.000	1.000	0.966	0.966	1.000	0.982	0.982	1.000
	Mean	0.929	0.787	1.055	0.784	0.742	0.974	0.854	0.764	1.013
	C.V.	0.160	0.221	0.193	0.220	0.264	0.219	0.207	0.244	0.209
ASTM 2% offset	E_f	0.161	0.873	0.727	0.105	0.763	0.661	0.133	0.816	0.693
	Mean	0.385	0.637	0.608	0.417	0.656	0.644	0.401	0.647	0.627
	C.V.	0.284	0.233	0.252	1.013	0.379	0.586	0.770	0.318	0.464
Neural method	E_f	0.491	0.782	0.873	0.441	0.780	0.814	0.465	0.877	0.842
	Mean	0.618	0.747	0.824	0.609	0.728	0.852	0.613	0.737	0.838
	C.V.	0.590	0.301	0.402	0.582	0.382	0.481	0.583	0.347	0.444

Table 2 Comparison of K_{op} determination and ΔK_{eff} estimation methods for random loading data in terms of evaluation values when $E_f(s=2)$ is employed

		Narrow + Wide		
K_{op} determination		ΔK_{eff}	$(\Delta K_{eff})_{2/PI0}$	$(\Delta K_{eff})_{2/PI}$
Visual	$E_f(s=2)$	0.982	0.982	1.000
	E_{mean}	0.854	0.764	0.987
	$E_{C.V.}$	0.793	0.756	0.791
	$\bar{E}_{random}$	0.877	0.834	0.926
ASTM 2% offset	$E_f(s=2)$	0.132	0.816	0.693
	E_{mean}	0.401	0.647	0.627
	$E_{C.V.}$	0.230	0.682	0.536
	$\bar{E}_{random}$	0.255	0.715	0.618
Neural method	$E_f(s=2)$	0.465	0.877	0.842
	E_{mean}	0.613	0.737	0.838
	$E_{C.V.}$	0.417	0.653	0.556
	$\bar{E}_{random}$	0.498	0.756	0.745

변동계수에 대한 평가기준 :

$$E_{C.V.} = 1 - C.V. \qquad (11)$$

전체적 평가치로서 다음의 평균치를 사용한다.

$$\bar{E}_{random} = \frac{E_f + E_{mean} + E_{C.V.}}{3} \qquad (12)$$

$\bar{E}_{random}$ 값 기준으로 2/PI 방법이 통상적인 ΔK_{eff} 방법보다 목측의 경우 1.06 배, ASTM 오프셋 방법의 경우 약 2.4 배, 신경회로망의 경우 1.5 배 좋아지는 것을 알 수가 있다. ASTM 오프셋 방법과 신경회로망의 경우에는 2/PI0 법이 2/PI 법보다 약간 좋은 결과가 되고 있으며 ASTM 오프셋 방법의 경우 약 2.8 배, 신경회로망의 경우 1.5 배 좋아지고 있다.

7. 결론

균열열림점 K_{op} 결정법과 ΔK_{eff} 평가법에 관하여, 정량적 평가 기준을 도입하여, 랜덤하중하의 균열진전데이터에 대하여 검토하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. ΔK_{eff} 평가방법으로는, 본 연구에서 검토한 K_{op} 결정법에 관계없이, Paris, Tada 와 Donald 가 제안하고 있는 2/PI0 법 또는 2/PI 법이 랜덤하중데이터에 대해 통상적인 ΔK_{eff} 평가법보다 훨씬 좋은 결과를 준다.

2. K_{op} 결정법으로는 신경회로망 방법이 흩어짐이 적은 좋은 결과를 준다. 이 방법은 측정자에 관계없이 자동적으로 측정이 가능하며, 특히 일정진폭하중결과에 대해서는 숙련된 측정자의 목측에 의한 결과보다도 좋은 결과를 준다. 따라서 이 방법을 사용하는 것이 권장된다.

3. ASTM 오프셋 방법도, 2/PI0 법, 2/PI 법과 함께 사용하면, 유용한 결과를 줄 가능성이 있다. 현재의 ASTM 오프셋 방법은 K_{op} 를 과소평가하는 경향이 있으며, 데이터의 흩어짐도 크므로, 이를 개선하면 매우 유용한 방법이 될 가능성이 크다.

4. 2/PI0 법과 2/PI 법의 우열비교에 관해서는 좀 더 검토가 필요하다.

참고문헌

(1) Elber W., 1971, “The significance of fatigue crack closure. In: Damage tolerance in aircraft structures”, *ASTM STP 486. Philadelphia(PA): American Society for Testing and Materials*, pp 230-242.

(2) Kikukawa M, Jono M, Tanaka K., 1976, “Fatigue crack closure behavior at low stress intensity levels”, *Proc. ICM 2*, pp 254-277.

(3) ASTM E647-99., 2001, “Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates”, *Annual book of ASTM standards 03.01*.

(4) Kang JY, Song JH., 1998, “Neural network applications in determining the fatigue crack opening load”, *Int J Fatigue*, Vol 20, No 1, pp 57-69.

(5) Chen DL, Weiss B, Stickler R., 1996, “Contribution of the cyclic loading portion below the opening load to fatigue crack growth”, *Material Science and Engineering A*, Vol 208, pp 181-187.

(6) Donald JK., 1997, “Introducing the compliance ratio concept for determining effective stress intensity”, *Int J Fatigue*, Vol 19, pp s191-s195.

(7) Paris PC, Tada H, Donald JK., 1999, “Service load fatigue damage-a historical perspective”, *Int J Fatigue*, Vol 21, pp s35-s46.

(8) Donald JK, Paris PC., 1999, “An evaluation of ΔK_{eff} estimation procedure on 6061-T6 and 2024-T351 aluminum alloys”, *Int J Fatigue*, Vol21, pp s47-s57.

(9) Kujawski D., 2001, “Enhanced model of partial crack closure for correlation of R-ratio effects in aluminum alloys”, *Int J Fatigue*, Vol 23, pp 95-102.

(10) Kim CY, Song JH., 1994, “Fatigue crack closure and growth behavior under random loading”, *Engng Fract Mech*, Vol 49, pp 105-120.

(11) Koo JS, Song JH., Kang JY, 2004, “A quantitative evaluation of ΔK_{eff} estimation methods based on random loading crack growth data”, *Int J Fatigue*, Vol 26, pp 193-200.

(12) ASTM E1049-85., 2001, “Standard practices for cycle counting in fatigue analysis” *Annual book of ASTM standards ;03.01*.