가속수명시험 모델에 따른 평기어의 신뢰성 해석

김철수† · 권여현* · 김주형** · 김정규**

Reliability Analysis of the Spur Gear with Accelerated Life Testing Model

Chul Su Kim, Yeo Hyoun Kwon, Joo Hyung Kim, Jung Kyu Kim

Key Words : Spur Gear(평기어), Inverse Power Law-Weibull Accelerated Life Test Model(역승-와이블 가속수명시험모델), Reliability(신뢰성), Durability Analysis(내구성해석), Cumulative Damage Exposure(누적손상노출)

Abstract

The gear in various mechanical components easily occurs at damages by the external torque. The main failure modes of the gear are surface pitting with the tooth surface and breakage with tooth root by caused fatigue. Therefore, the gear is very important role in the reliability research since it may cause fatal damage of entire system such as the gear box in automobile transmission. In this study, the failure mode of the gear was analyzed and accelerated durability analysis was employed for the life estimation of spur gears. In the case of assumed load spectrums, the reliability of spur gears was evaluated by inverse power law-Weibull accelerated life test model with cumulative damage exposure.

1. 서 론

기계시스템 및 부품의 피로강도 및 수명평가를 위한 방법은 결정론적인 접근법(deterministic approach methodology)과 확률론적인 접근법(stochastic approach methodology)이 있다. 전자는 기계시스템 및 부품의 설계 및 수명평가에 많은 기여를 하였으나, 기계적 특성 등의 변동성을 고려하지 않는다. 이에 반하여 후자는 재료의 불균질성 및 손상에 변동성을 고려하므로 이들의 안정성 및 신뢰성 평가에 매우 유용한 기법이다. 따라서 기계류 시스템의 안전성을 확보하기 위해서는 확률론적 접근법에 따른 부품의 피로수명평가가 필요하다.

기계류 시스템의 일례로서, 차량용 트랜스미션은 크게 기어(gear), 베어링(bearing), 축(axle), 하우징(housing) 등의 다양한 부품으로 구성된다. 이중 기어는 다른 부품보다 동력의 직접적인 전달과 고속회전 및 높은 접촉 응력의 반복적인 발생으로 인하여 매우 가혹한 환경에서 운행되므로 트랜스미션 시스템의 피로수명을 결정하는 중요한 부품이다[1]. 따라서 트랜스미션과 같은 동력전달 시스템의 건전성을 확보하기 위해서는 기어의 고장분석 및 내구성 해석이 매우 중요하다.

최근에 발표된 기어의 신뢰성 및 내구성 평가에 관한 국·내외의 대표적인 연구경향은 다음과 같다. Yang[2]은 기어 필렛부의 굽힘피로시험을 수행하고, 수정된 선형누적손상법칙으로부터 신뢰도를 평가하였다. 그리고 김완두 등[3]은 일정진폭 굽힘하중하에서 침탄 및 고주파 열처리한 기어의 피로시험을 수행하고 이에 대한 신뢰도-굽힘응력-수명선도를 평가하였다.

본 연구에서는 평기어(spur gear)를 대상으로 고장분석 및 일정진폭하중하에서 확률론적 가속내구해석(probabilistic accelerated durability analysis)을 수행하고, 이로부터 가속수명시험모델(accelerated life testing model)을 이용한 블록하중(block loading)하에서 평기어의 신뢰도 평가기법을 제시하고자 한다.

† 한국철도대학 차량기계과
E-mail : chalskim@paran.com
TEL : (031)460-4215
* 한양대 대학원
** 한양대 기계공학부

2. 이론적 해석

2.1 기어의 고장모드 및 가속인자의 선정

기어의 주요한 고장모드(failure mode)는 치면의 피팅(pitting)과 이뿌리의 파손(breakage)으로서, 이들은 회전에 따른 토크(torque)하에 접촉응력 및 굽힘응력 등에 의하여 발생한다[4~5]. 그러므로 기어의 수명평가를 위한 가속인자는 토크로 정하는 것이 합리적이다.

2.2 가속수명시험모델

선정된 가속인자에 의한 가속수명시험의 데이터를 분석하고 설계조건에서의 수명을 추정하기 위해서는 이들 사이의 관계를 수학적으로 정의한 가속수명시험모델이 필요하다.

기어의 가속내구해석를 위한 가속인자를 토크로 정하였으므로, 토크-수명 관계식은 역승법칙 모델(inverse power law model, IPL model)[6~9]을 적용하고자 한다. 참고로 이 모델은 금속 및 기계류 부품의 수명관계식을 나타낼 때 많이 사용되며, 이의 수식은 식 (1)과 같다.

$$N_f = \left(\frac{a}{M}\right)^m \tag{1}$$

여기서, N_f 는 수명, M 은 토크, a 및 m 은 시험으로부터 얻어지는 모수(parameter)이다.

한편, 수명의 변동성을 정량적 평가를 위하여 수명 데이터의 확률론적 해석이 필요하다. 수명의 확률분포에는 지수분포(exponential distribution), 대수정규분포(lognormal distribution), 2 모수 및 3 모수 와이블분포(Weibull distribution) 등이 있다. 이 중에서 와이블분포는 형상모수(shape parameter), 척도모수(scale parameter)에 따라 다양한 변동성을 표현하므로 기계류 부품의 신뢰도평가에서 가장 널리 사용된다. 와이블분포에 따른 파손확률(probability of failure) 또는 누적분포함수(cumulative distribution function, *cdf*, $F(N)$)는 식 (2)와 같다.

$$F(N) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{N}{\eta}\right)^{\beta}\right) \tag{2}$$

β 및 η 는 각각 형상모수 및 척도모수이고, N 은 사이클수이다. 이로부터 부품의 파손확률은 식 (1)에서 $N_f = \eta$ 로 두고, 식 (1) 과 식 (2)를 결합하면 식 (3)과 같다.

$$F(N) = 1 - \exp\left(-\left(\left(\frac{M}{a}\right)^m N\right)^{\beta}\right) \tag{3}$$

식 (3)은 역승-와이블(IPL-Weibull) 가속수명시험 모델[6~9]이라고 하며, 이로부터 신뢰도 $R(N)$ 은 식 (4)를 이용하여 평가할 수 있다.

$$R(N) = 1 - F(N) = \exp\left(-\left(\left(\frac{M}{a}\right)^m N\right)^{\beta}\right) \tag{4}$$

한편, 변동토크하에 기어의 신뢰도는 각 단계의 토크에 대한 누적분포함수가 다르므로, 이들의 변동성 및 누적손상노출(cumulative damage exposure)[6,7]을 고려하여 평가되어야 한다.

Fig. 1 은 누적손상효과에 따른 서로 다른 세 수준의 블록 토크와 $F(N)$ 사이의 상관관계를 설명하는 모식도이다. 여기서 M_1, M_2, M_3 는 일정 토크이고, F_1, F_2, F_3 는 각 토크에 대한 누적분포함수이다. 토크 M_1 이 사이클수 N_1 까지 작용한 후에 M_2 가 N_2 까지 작용한다면, $N_1 \sim N_2$ 구간에서 $F(N)$ 은 $F(N_1)$ 에서 시작하여 화살표의 $F(N_{eq,1})$ 을 지나서 일점쇄선의 $F(N_2)$ 를 따르게 된다. 여기서 $N_{eq,1}$ 은 N_1 에서 $F(N_1)$ 과 $F(N_2)$ 를 동일하게 하는 등가사이클수(equivalent cycles)이다.

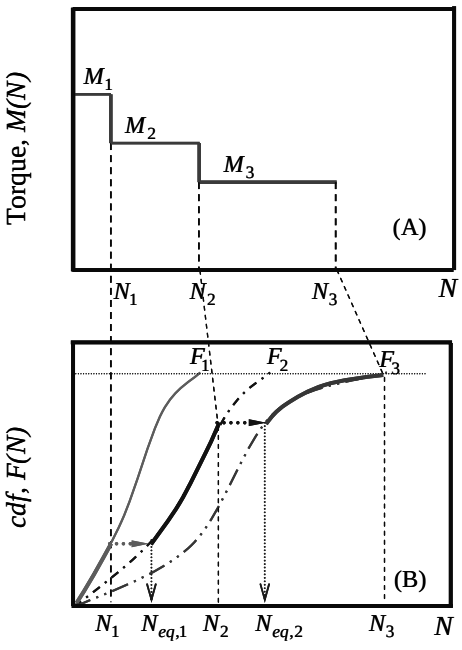

Fig. 1 Relationship between constant and block torque distribution with cumulative damage effect

이와 같은 방법으로 i^{th} 단계 블록 토크하에 누적분포함수는 수학적으로 표현하면 식 (5)와 같다.

$$F_i(N,M_i)=1-\exp\left(-\left[\left(\frac{M_i}{a}\right)^m\left(N-N_{i-1}+N_{eq,i-1}\right)\right]^\beta\right) \quad (5)$$

여기서, $N_{eq,i-1}=\left(N_{i-1}-N_{i-2}+N_{eq,i-2}\right)\left(\frac{M_{i-1}}{M_i}\right)^m$ 이고 $N_{eq,0}=N_0=0$ 이다.

한편, 식 (5)에서 토크를 일반적인 연속함수(continuous function)로 가정하면, 식 (5)는 적분형식을 포함한 식(6)과 같이 표현할 수 있다. 식 (6)은 일반적인 블록토크하에서 파손확률을 평가할 수 있는 누적 역승-와이블(cumulative IPL-Weibull) 가속수명시험 모델이다.

$$F(N,M(N))=1-\exp\left(-\left[\int_0^N\left(\frac{M(\rho)}{a}\right)^m d\rho\right]^\beta\right) \quad (6)$$

여기서 ρ는 사이클수이다. 식(6)에 대한 신뢰도는 식 (7)과 같다.

$$R(N,M(N))=\exp\left(-\left(\int_0^N\left(\frac{M(\rho)}{a}\right)^m d\rho\right)^\beta\right) \quad (7)$$

3. 가속내구해석 및 고장분석

단순히 가혹한 토크의 설정은 실사용 조건에서 기어의 고장모드와 다른 결과를 초래하여 부품의 수명데이터에 대한 신뢰도를 저하시킬 수 있다. 따라서 정확한 기어의 신뢰도 평가를 위하여 가속내구해석은 동일한 고장메커니즘을 유지하는 범위내에서 수행하는 것이 필요하다.

3.1 재료 및 시험

본 연구에 사용되는 기어는 입력속도에 대해 출력속도를 감속하는 인벌류트 치형의 평기어이며, 이의 제원은 Table 1 과 같다. 기어의 재질은 SCM 440 강이며, 이의 화학적 성분은 Table 2 와 같다. 재료의 기계적 특성 및 피로특성은 각각 Table 3 과 Fig. 2 와 같다[10~12]. 그리고 파손확률을 고려한 수명을 평가하기 위하여 Fig. 2 의 데이터로부터 회귀직선과 표준편차를 평가하였고, 이는 식 (8)과 같다[13].

$$S_a = 2072\,N_f^{-0.119}\ ,\ S_D(\log N_f)=0.0879 \quad (8)$$

여기서 S_a 는 응력진폭(stress amplitude) 이고, $S_D(\log N_f)$ 는 로그수명(cycles to failure in logarithmic coordinate)에 대한 표준편차(standard deviation)이다.

Table 1 Specification of the spur gear

	Pinion	Gear
Module[mm]	2.5	2.5
Number of teeth	21	40
Addendum modification coefficient	0.25	0
Pressure angle [deg]	20	
Face width [mm]	17.64	
Center distance [mm]	76.86	
AGMA quality class	10 (KS 2)	
Surface heat treatment	Induction	
Surface treatment	Grinding	
Desired duty cycle (reliability = 90 %)	10^8 cycles	

Table 2 Chemical composition (wt%)

Material	C	Si	Mn	P	S	Cr	Mo
SCM 440	0.38 ~ 0.43	0.15 ~ 0.35	0.60 ~ 0.85	< 0.03	< 0.03	0.90 ~ 1.20	0.15 ~ 0.30

Table 3 Mechanical properties for SCM 440

Yield strength (MPa)	Tensile strength (MPa)	Elongation (%)
773	949	19.2

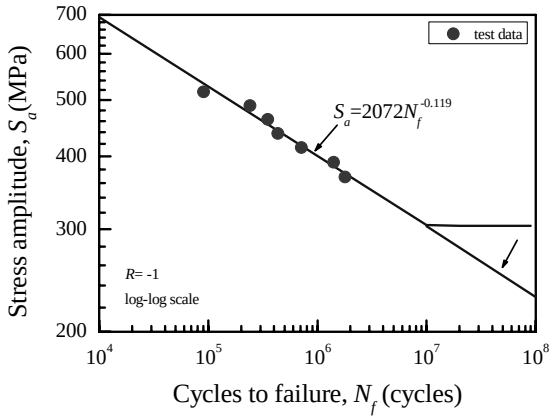

Fig. 2 *S-N* curve for SCM 440 fatigue test specimen

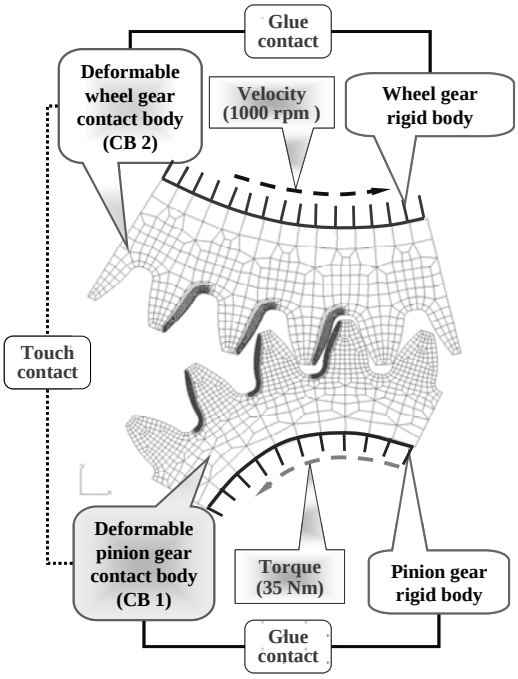

Fig. 3 FEA model and boundary conditions

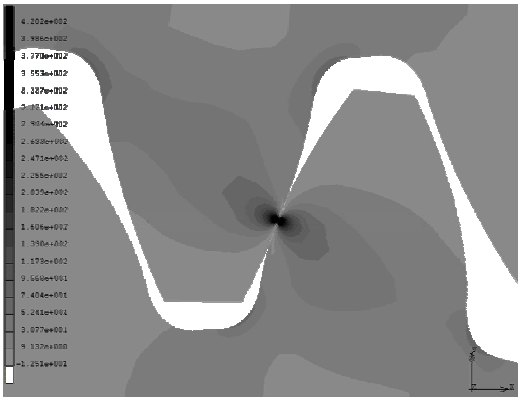

Fig. 4 Contours of maximum von-Mises stress

3.2 내구성 해석 및 고장 분석

Fig. 3 은 기어의 응력 및 내구해석을 위한 유한요소망 생성(finite element mesh generation) 및 경계조건을 나타낸 것이다. 요소의 형태는 2 차보간법을 이용하여 접촉해석에 적합하다고 알려진 8 절점 2 차(quadratic) 평면변형률요소(plane strain element)이며[14], 총 요소수 및 절점수는 각각 13,111 개 및 41,151 개이다. 요소망 모델링은 MSC.PATRAN 및 MSC.MENTAT 을 사용하였으며, 응력해석은 MSC.MARC 에 의하여 수행되었다. 경계조건은 그림에서 보는 바와 같이 피니언 기어 및 휠 기어에 각각 토크와 회전속도를 부여하고, 접촉조건은 강체와 기어들 사이 및 피니언 기어(CB1)와 휠기어 몸체(CB2)사이에 각각 사용하였다.

Fig. 4 는 토크 M = 35 Nm 및 회전속도 1000 rpm 하에서 von-Mises 응력분포를 나타낸 것이다. 그림에서 접촉시 치면의 최대 von-Mises 응력은 420 MPa 이고, 발생지점은 피니언 기어 치면의 피치라인에 가깝다. 그러므로 이는 피치라인근처에서 파손의 가능성을 시사한다. Fig. 5 는 Fig. 4 의 정적 구조해석결과로부터 상용 내구성 해석시뮬레이터인 MSC. FATIGUE 를 이용하여 얻어진 피로수명분포이다. 그림에서 기어의 수명은 이뿌리 근처보다 피니언 기어 치면의 피치라인 근처에서 가장 짧다. 따라서 이 평기어의 고장모드는 굽힘에 의한 이뿌리 파손보다 치면사이의 접촉에 의한 고장발생 가능성이 더욱 크다는 것을 알 수 있다.

4. 신뢰도 평가

블록토크하에서 누적노출에 따른 식 (7)의 신뢰도를 평가하기 위해서는 일정토크하에서 식 (4)의 모수들의 산출이 필요하다. 따라서 내구성시뮬레이터을 이용하여 소재의 피로강도 변동성으로부터 총 4 수준의 일정토크하에 각각 3 개의 수명데이터를 얻었다. Table 4 는 소재의 파손확률 20.6 %, 50 %, 79.4 % 에서 각각의 토크에 따른 기어 치면의 수명을 정리하여 나타낸 것이다. 이 결과로부터 식 (4)의 모수들은 최우추정법(maximum likelihood method)에 의해 평가하면[9,10], 각각 $\beta = 3.793$, $a = 420.761$, $m = 7.962$ 이다.

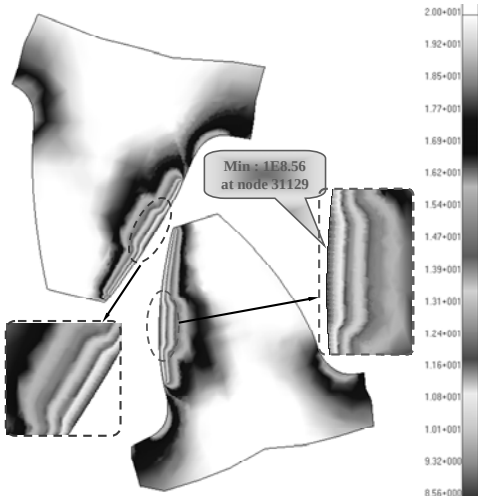

Fig. 5 Fatigue life distribution (log scale)

Table 4 Result of probabilistic accelerated durability analysis

Pr. of failure / Level	20.6 %	50 %	79.4 %
35 Nm	2.2387E8	3.6308E8	4.8978E8
40 Nm	7.5858E7	1.2303E8	1.6982E8
45 Nm	2.9512E7	4.7863E7	6.4565E7
50 Nm	1.3490E7	2.1380E7	2.8840E7

Fig. 6 은 신뢰도-토크-수명 선도($R-S-N$ curve) 및 확률밀도함수(probabilistic density function, *pdf*)를 함께 나타낸 것이다. 여기서 이점쇄선은 신뢰도 R = 10 %, 일점쇄선은 R = 36.8 % 그리고 점선은 R = 50%, 실선은 R = 90 %에서 수명-스트레스 선도이다. 이 그림에서 R = 90 % 에 대한 설계수명 10^8 cycles 을 만족하는 최대 운전토크는 약 38 Nm 임을 알 수 있다.

Fig. 7 은 대수정규분포의 확률밀도함수로부터 가정하여 얻은 하나의 블록토크를 나타낸 것이다. 여기서 4 가지의 토크 수준들은 Table 4 에 준한 것이며, 전체 하중스펙트럼은 블록토크의 반복되는 형태이다.

Fig. 8 은 Fig. 7 의 블록토크의 하에 기어의 신뢰도를 나타낸 것이다. 이의 신뢰도는 일정진폭 토크하에 얻어진 모수들로부터 식 (7)에 의하여 평가된 것이다. 이로부터 설계수명 10^8 cycles 에 대한 기어의 신뢰도는 약 99.32 %이다.

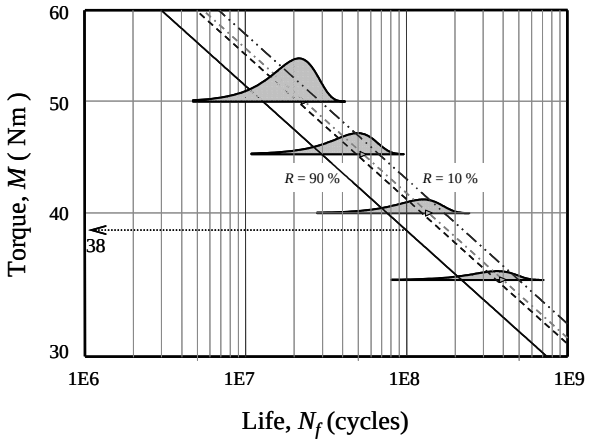

Fig. 6 Stress-life curve of the spur gear with reliability

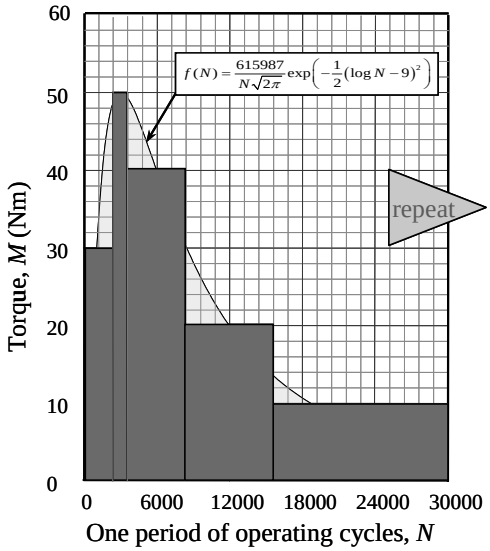

Fig. 7 Assumed load spectrum

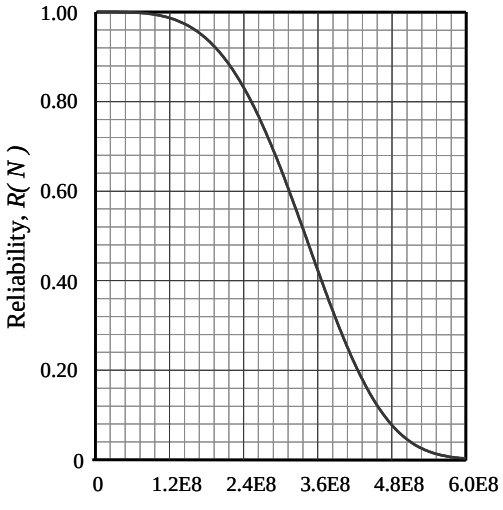

Fig. 8 Reliability vs. cycles

5. 결 론

본 연구에서는 평기어를 대상으로 고장분석 및 일정토크하에서 확률론적 가속내구해석을 수행하고, 이로부터 가속수명시험모델을 이용한 블록토크하에서 평기어의 신뢰도 평가기법을 제시하였다. 이상으로부터 얻어진 결과는 다음과 같다.

1. 기어의 수명은 이뿌리 근처보다 피니언 기어 치면의 피치라인 근처에서 가장 짧다. 따라서 본 평기어의 고장모드는 굽힘에 의한 이뿌리 파손보다 치면사이의 접촉에 의한 고장발생 가능성이 더욱 크다는 것을 알 수 있다.
2. 일정진폭 토크하에서 기어의 신뢰도를 평가하고 신뢰도-토크-수명 선도를 제시하였다. 이로부터 R = 90% 에 대한 설계수명 10^8 cycles 을 만족하는 최대 운전토크는 약 38 Nm 임을 알 수 있다.
3. 실제 운전조건의 하중스펙트럼에 대해 신뢰도는 누적역승-와이블 가속수명시험모델로 평가할 수 있다. 본 연구에서는 이에 대한 적용기법을 제시하였으며, 가정된 하중스펙트럼 및 설계수명 10^8 cycles 에 대한 신뢰도는 약 99.32 % 이다. 따라서 본 평기어는 설계조건을 만족하며 매우 높은 신뢰도를 가진다고 평가할 수 있다.

후 기

본 연구는 산업자원부 지정 한양대학교 신뢰성분석연구센터의 지원을 받아 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

(1) S. Glodež, Z. Ren, J. Flašker, 1999, “Surface Fatigue of Gear Teeth Flanks,” *Computer & Structures*, Vol. 73, pp. 475~483.

(2) O. J. Yang, 1996, “Fatigue Test and Reliability Design of Gears,” *Int. J. Fatigue*, Vol. 18, No.3, pp. 171~177.

(3) W. D. Kim, B. I. Choi, S. W. Han, J. H. Kim, 1994, “Bending Fatigue Strength of Carburized and Induction Hardened Gears,” *Journal of the KSAE(in Korean)*, Vol. 2, No. 6, pp. 1~8.

(4) Metric edition of ANSI/AGMA 2001-C95, 1995, *Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Spur and Helical Gear Teeth*.

(5) D. W. Dudley, Townsend, Dennis P., 1991, *DUDLEY’S GEAR HANDBOOK*, McGraw-Hill, New York, pp.1.1~19.21.

(6) Adamantios Mettas, ReliaSoft Corporation, Tucson, 2000, “Modeling & Analysis for Multiple Stress-Type Accelerated Life Data,” *Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium*, Los Angeles, California, USA, January 24-27, 2000RM-088, pp.1~6.

(7) W. Nelson, 1990, *Accelerated Testing – Statistical Models, Test Plans and Data Analysis*, John Willey & Sons, New York.

(8) A Division of ReliaSoft Corporation, 2001, *ReliaSoft’s ALTA Version 6-Accelerated Life Testing Reference*, ReliaSoft Publishing, South Sherwood.

(9) A Division of ReliaSoft Corporation, 1997, *Life Data Analysis Reference*, ReliaSoft Publishing, South Sherwood.

(10) KS B 0801:1981, *Test pieces for tensile test for metallic materials*.

(11) KS B 0802 : 2002, *Method of tensile test for metallic materials*.

(12) KS B ISO 1099:2002, *Metals-Axial load fatigue testing*.

(13) JSME S 002, 1994, *Method of stochastic fatigue test*.

(14) D. H. Lee, D. H. Choi, J. K. Lim, G. Y. Yoon, 1998, “An Analysis of the Contact Problem between Mating Involute Gear Teeth Using Finite Element Method,” *Journal of the KSLE(in Korean)*, Vol. 4, No. 2, pp. 28~35.