

배관 피로균열 성장 해석을 위한 유한요소 교호법의 적용

김태순[†] · 박상윤* · 박재학* · 박치용**

Analysis of the Fatigue Crack Growth in Pipe Using Finite Element Alternating Method

Tae-soon Kim, Sang-yun Park, Jai-hak Park, Chi-yong Park

Key Words: Finite Element Alternating Method(유한요소 교호법), Crack Growth(균열 성장), Stress Intensity Factors(응력강도계수)

Abstract

Finite element alternating method have been suggested and used for assessing the integrity of cracked structures. In the paper, in order to analyze arbitrarily shaped three dimensional cracks, the finite element alternating method is extended. The cracks are modeled as a distribution of displacement discontinuities by the displacement discontinuity method and the symmetric Galerkin boundary element method. Applied the proposed method to three dimensional crack included in the elbow, the efficiency and applicability of the method were demonstrated.

1. 서 론

설비 내에 발생하는 결함 중 가장 대표적인 것이 균열이며, 이 균열의 발생과 성장은 설비의 안전성에 치명적인 영향을 미치게 된다. 따라서 구조물의 안전성을 확보하기 위해서는 이들 균열의 거동을 정확히 파악하는 것이 무엇보다 중요하다.

설비의 건전성 평가에 유한요소 교호법을 이용하여 다양한 형상을 갖는 삼차원 균열을 해석하려는 많은 시도가 있었다.⁽¹⁻⁴⁾ 특히 Nishioka와 Atluri⁽¹⁾에 등은 타원형의 표면균열 또는 모서리 균열 등을 해석하는 방법을 제안하였고, 박재학 등⁽⁴⁾은 Forth와 Keat⁽⁵⁾의 해를 유한요소 교호법에

적용하여 일반적인 삼차원 균열을 해석할 수 있는 방법을 제시하였다. 그리고 Li와 Mear 등⁽⁷⁾이 제시한 변위의 불연속에 대한 감소된 특이성을 갖는 대칭형의 적분방정식의 균열해를 유한요소 교호법에 적용하여 임의의 삼차원 균열을 해석할 수 있는 방법을 제시하였다.

본 논문에서는 이러한 유한요소 교호법을 이용한 삼차원 균열에 대한 해석방법을 보다 실제적인 경우에 적용하였다. 적용을 위해 고려한 대상은 가압중수로형 원전의 1차측 배관과 가압중수로형 원전의 2차측에 설치된 엘보우 배관이다. 이 엘보우 배관은 가공성과 용접성이 우수한 탄소강이 주로 사용되고 있으나, 탄소강은 부식에 취약하여 유동가속부식(FAC, Flow Accelerated Corrosion) 현상에 의한 배관의 두께방향으로 결함이 발생되어 전체 배관 계통에 심각한 손상을 일으킨다. 이러한 건전성 저해요인에 대한 인식에도 불구하고 원전 배관의 경우에는 종류와 형상이 다양하기 때문에 유한요소해석을 위한 모델링이 쉽지 않은 것이 현실이다. 특히, 엘보우 배

[†] 책임저자, 충북대학교 공과대학 안전공학과

TEL : (043)264-2460 FAX : (043)264-2460

E-Mail : tskim1119@naver.com

*충북대학교 공과대학 안전공학과

**한국전력공사 전력연구원 원자력연구실

관은 직관에 비해 형태가 복잡하고 균열의 위치에 따라 배관의 건전성에 주는 영향이 달라지므로 정확한 형상의 모델링과 함께 보다 많은 계산이 요구된다. 본 논문에서는 엘보우 배관에 존재하는 삼차원 균열의 형상을 모델링한 후 균열의 위치와 조건을 변화시켜가며 응력강도계수를 구하였다.

2. 삼차원 균열 해석

2.1 유한요소 교호법

설비 내에 존재하는 삼차원 균열의 해석에 널리 사용되고 있는 유한요소법은 다양한 경우의 탄성 또는 탄소성 문제에 대해 경계조건이나 모델링 등을 폭넓게 수용할 수 있다.

그러나 유한요소법으로 삼차원 균열 문제를 해석하려 한다면 균열선단에서의 특이해에 대한 상세한 수치해석적 모델링이 필요할 것이다. 따라서 이런 조건을 만족시키기 위해서 균열 선단에서 상대적으로 아주 세밀한 메쉬를 구성해야 할 것이고 계산 또한 많은 비용과 엄청난 시간을 들여야 할 것이다. 이러한 문제는 특히 균열을 포함한 전체 해석모델이 복잡해짐에 따라 더욱 심각해진다.

본 논문에서 제안한 유한요소 교호법에서는 균열에 대한 모델링에서는 대칭 Galerkin 경계요소법 등을 이용하여 독립적으로 이론해를 구하고, 균열을 포함하지 않는 유한요소모델에는 유한요소법을 사용하여 해를 구하게 된다.⁽⁶⁾ 그리고 나서 두 모델을 중첩함으로써 균열을 포함한 물체에 대한 해를 구하는 방법으로 유한요소교호법의 해석단계는 참고문헌 6에 기술되어 있다.

2.2 대칭 Galerkin 경계요소법

무한 물체 내에 임의 형태의 평면 또는 비평면 삼차원 균열이 Fig. 1에서와 같이 존재하고, 균열면 상에는 임의의 표면력(traction)이 작용한다고 하자. 이때 균열은 두 개의 균열면 S_+ 와 S_- 에서의 변위의 불연속의 연속된 분포로 나타낼 수 있다. Li 등⁽⁷⁾은 균열에 대하여 다음 식과 같은 낮은 특이성(weak singularity)을 갖는 경계적분 방정식(boundary integral equation)이 만족됨을 보였다.

$$\begin{aligned}
 & - \int_S \int_S D_a u_i^*(z) C_{ai\beta j}(\xi-z) D_\beta u_j(\xi) dS(\xi) dS(z) \\
 & = \int_S u_k^*(z) t_k dS(z)
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 u_i 는 균열면에서의 변위 불연속의 성분, u_i^* 는 시험함수(test function)의 성분, t_k 는 균열면 S 에 작용되는 표면력 성분이다. 이 균열면을 몇 개의 경계요소로 나누면 각각의 요소 내에서의 변위 및 표면력은 다음과 같이 형상함수로 나타낼 수 있다.

$$u_i = N_a u_{ia}, \quad f_i = N_a f_{ia}. \tag{2}$$

여기서 아래첨자 i 와 a 는 각각 전체좌표계와 요소 내 절점번호를 나타내고, u_{ia} 와 f_{ia} 는 각각 이들 절점에서의 변위와 표면력 값이다. 시험함수로 형상함수를 사용하고 식(2)를 이용하면 식(1)은 다음과 같이 이중적분의 형태로 된다.

$$\begin{aligned}
 & - \int_S \int_S C_{ai\beta j} D_a N_a(z) D_\beta N_b(\xi) dS(\xi) dS(z) u_{jb} \\
 & = \int_S N_a N_q(z) dS(z) t_{iq}
 \end{aligned} \tag{3}$$

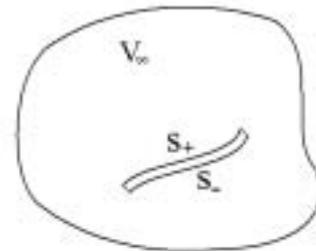


Fig. 1 Crack as displacement discontinuity.

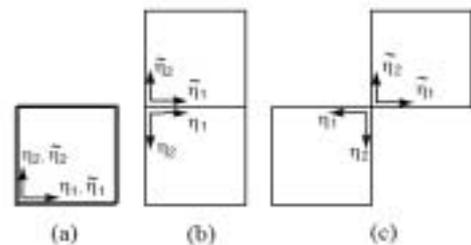


Fig. 2 Singular cases for boundary elements.

Table 1 Analysis condition for surface crack in an elbow.

Classification	Variables	
Pipe geometry	Pipe length(l_{th} , mm)	4000.0
	Diameter(D_o , mm)	400.0
	Thickness(t_{nom} , mm)	20.0
	Bend radius (r_b/r_m)	6.0
Crack configuration	Shape	Elliptical surface
	Axis ratio(b/a)	0.5 ~ 2.0
	Location	Inner surface
Loading condition	Internal pressure	10 MPa

식(3)을 사용하여 각 균열 절점에서의 변위의 불연속을 구한 후, 이들 값과 응력강도계수의 관계로부터 각 모드에서의 응력강도계수를 계산한다. 그런데, 식(3)의 풀이를 위해서는 이중적분을 계산하여야 하므로, 적분은 각 균열요소 S_m 과 S_n 에 대하여 S_m 에 대하여 적분한 후 다시 S_n 에 대하여 적분할 필요가 있다. 이때 Fig. 2의 세 가지 경우들과 같을 때에는 피적분 함수에 특이성이 나타나므로 적분에 어려움이 있다. 이러한 적분의 어려움은 적절한 좌표변환을 통하여 해결할 수 있음이 최근 밝혀졌다.⁽⁸⁾

3. 피로균열 성장 해석

본 연구에서는 반복되는 단순인장하중 하에서의 삼차원 균열에 대한 피로성장을 해석하기 위해 Fig. 3에서와 같이 무한 물체 내에 존재하는 직사각형 균열을 고려하였다. 직사각형의 장축과 단축의 비 a/b 는 2.0이고 균열모델은 56개의 사각형 요소로 이루어져 있다. 균열성장을 시뮬레이션하기 위한 균열성장식으로는 Paris⁽⁹⁾ 식을 사용하였다.

$$-\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n \quad (4)$$

여기에서 da/dN 은 반복하중에 대한 균열성장률이며, 재료상수로는 Maddox⁽¹⁰⁾에 의해 폭넓은 범위의 기계구조용 강(steel)에 대해 제안된 $C=3.0 \times 10^{-13}$, $n=3.0$ 을 적용하였다. da/dN 과 ΔK 의 단위는 각각 m/cycle과 $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ 이다.

Fig. 3과 같은 형상을 갖는 반복하중이 작용되

는 무한 물체 내의 직사각형 균열의 성장을 시뮬레이션하는 과정에서 구해진 응력강도계수들은 Fig. 45에 균열중심에서 균열선단의 절점에 이르는 각도에 따라 표시하였다. 이때 초기 균열길이 Δa 가 1.0mm 성장할 때의 소요 하중 사이클 수 ΔN 은 1.4385×10^{14} cycle이다.

해석 결과 균열 선단의 코너에 가까울수록 응력강도계수가 작게 나타나며, 코너부분에 위치한 절점에서는 해가 구해지지 않는다. 따라서 균열이 어느 정도 성장하여 코너에서의 성장을 예측할 수 있을 때까지는 코너에 위치한 절점에서의 응력강도계수는 고려하지 않는다. 직사각형 균열이 성장을 거듭하여 코너에 인접한 절점들의 균열성장이 코너 절점에서의 균열 성장을 예측할 수 있는 정도까지 성장이 이루어지면 코너 절점에서의 응력강도계수를 외삽에 의해 구할 수 있게 된다.

이런 과정에 의해 초기균열로 고려된 무한 물체 내에 존재하는 직사각형 평면 균열은 반복하중에 의한 성장을 하여 형상의 변화를 가져오게 된다. 즉 균열선단에서 구해지는 응력강도계수는 각각 네 변의 중앙부에서 크게 나타나므로, 균열 성장 인자인 응력강도계수의 증분 ΔK 의 값도 증가하여 다른 부분보다 많은 성장을 한다. 결국 초기의 직사각형 균열은 Fig. 4에서와 같이 점차 타원형 균열로 성장하였다.

4. 배관에 존재하는 삼차원 균열 성장

4.1 해석조건

해석을 위해 고려한 균열을 포함하고 있는 엘보우 배관은 직경(D_0)이 400mm이고 공칭두께(t_{nom})가 20mm인 탄소강을 대상으로 하였다. 엘보우의 곡률반경은 배관의 평균반경(r_m)의 6배로 하였고, 배관의 길이는 4,000mm 하였다. 해석에 사용된 엘보우와 균열에 대한 상세한 사항은 Table 1에 나타난 바와 같다. 하중조건을 구해내기 위해 응력해석용 상용프로그램인 ABAQUS를 이용하였으며, 배관의 내압은 10MPa로 하였다.⁽¹¹⁾

일반적으로 균열을 포함하고 있는 엘보우의 손상거동은 내압에 의한 축방향 균열의 거동과 굽힘모멘트에 의한 원주방향 균열의 거동으로 나누어서 살펴볼 수가 있다. 본 연구에서는 이들 중

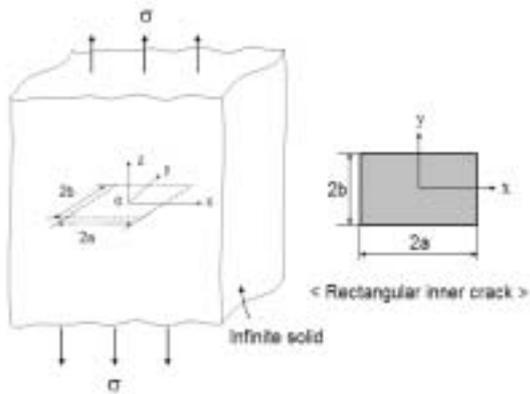


Fig. 3 Rectangular inner crack under tension in an infinite body.

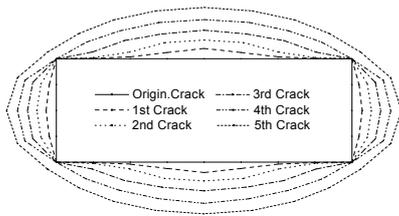


Fig. 4 Growth of a rectangular crack under cyclic loading condition.

축방향 균열에 내압이 작용하는 경우에 대해 해석하였다. 엘보우 배관의 내벽에 고려한 균열의 형상은 반타원형 표면균열로서, 균열을 고려한 위치는 엘보우 배관의 굽힘이 시작되기 직전의 용접부로 하였다. 이것은 용접부에서 발생하는 균열이 실제로 배관의 손상과 관련된 많은 문제점을 노출시키고 있기 때문이다. 따라서 내압이 작용하는 엘보우 배관의 용접부 내벽에 존재하는 표면균열의 형상에 따른 응력강도계수를 구하는 문제에 본 연구에서 확장한 유한요소 교호법을 적용하였다.

4.2 표면 균열 해석

엘보우 배관에 존재하는 표면균열의 형상에 따른 응력강도계수를 구하기 위해 기본적으로 고려한 균열의 형상은 Fig. 5에 나타낸 것과 같은 반타원형 표면균열이다. 이 반타원형 표면균열의 장축의 길이 a 와 단축의 길이이자 엘보우 벽 두께방향으로의 균열 깊이인 b 의 길이를 변화시켜

가면서 응력강도계수 K_I 의 변화를 살펴보았다.

Fig. 6는 단축의 길이 b 를 두께 h 의 1/2에 해당하는 10mm로 고정하고 a 를 변화시켜가면서 구한 응력강도계수의 값을 나타낸 그림이다. 여기에서 a 와 b 가 같은 경우는 반원형 균열을 해석한 결과이다. 결과에서 보듯이 균열깊이(b)가 일정한 경우 균열의 길이(a)가 증가하면 균열선단에서의 응력강도계수 값은 선형적으로 비례하여 증가하지만 그 증분은 점차 작아지는 것을 알 수 있다. 이런 결과를 균열깊이가 최대인 타원의 90°부분에서의 값을 기준으로 Fig. 7에 나타냈다.

다음으로는 위의 경우와 반대로 장축의 길이 a 를 두께 h 에 해당하는 20mm로 고정하고 균열 깊이 b 를 변화시켜가면서 구한 응력강도계수의 값을 Fig. 8에 나타냈다. 균열깊이(b)가 증가함에 따라 균열선단에서의 응력강도계수 값은 앞에서의 경우보다 상당히 급격하게 증가하는 것을 알 수 있다.

마지막으로 장축의 길이와 단축의 길이 모두 변화시켜가면서 이때의 응력강도계수의 값을 구하였다. 이 경우는 균열의 성장에 따른 응력강도계수의 변화를 보기 위한 것으로 그 결과를 두께에 대한 균열깊이의 비 b/h 에 대하여 Fig. 9에 나타냈다. 결과에서 알 수 있듯이 타원형 균열은 점차 원형 균열의 형상으로 변해가는 특성을 고려할 때 실제 배관에서의 반타원형 균열에 대한 응력강도계수의 변화는 Fig. 8과 9의 중간정도의 결과를 보일 것으로 판단된다.

4.3 엘보우 배관에 존재하는 삼차원 균열의 성장

원전 엘보우 배관의 용접부 근처에 존재하는 표면균열의 피로에 의한 성장거동을 알아보기 위해, 배관의 두께방향으로 임의의 깊이를 갖는 반타원 표면 균열을 해석하였다. 균열을 성장시키기 위해 가하는 하중은 엘보우 배관의 내벽에 축방향으로 존재하는 균열이므로 내압에 의한 모드 I의 경우만을 고려하고 이를 통하여 응력강도계수 K_I 를 구한다. 반타원형 표면 균열의 초기 장축과 단축의 비 a/b 는 0.5이고, 두께방향으로의 균열의 깊이 a 의 길이는 배관 두께의 1/5이 되도록 하였다. 균열의 형상이나 균열메쉬 등과 같은 다른 조건은 Fig. 5에 나타낸 것과 동일하다.

균열성장을 시뮬레이션하기 위한 Paris의 균열 성장식의 재료상수로는 앞장에서와 같이 기계구조용 강(steel)에 대해 제안된 $C=3.0 \times 10^{-13}$, $n=3.0$ 을 적용하였다. 반타원형 표면 균열의 성장을 해석하기 위하여 각 절점에서 계산된 응력강도계수에 따라 균열성장식에 의해 구해진 증분만큼 균열선단을 이동시켜 Fig. 10에 균열중심에서 균열선단의 절점에 이르는 각도에 따라 표시하였다. 결과에서 알 수 있듯이 반타원형 표면 균열의 선단에서 구한 응력강도계수는 균열깊이가 최대인 타원의 90°부분에서의 값이 가장 크게 나타나고 양쪽으로 벗어날수록 응력강도계수가 작게 나타난다.

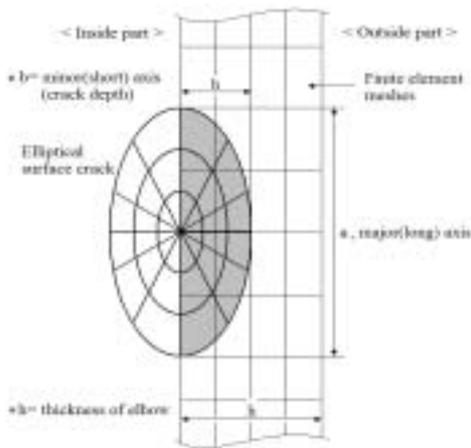


Fig. 5 Mesh configuration for a semi-elliptical surface crack in an elbow.

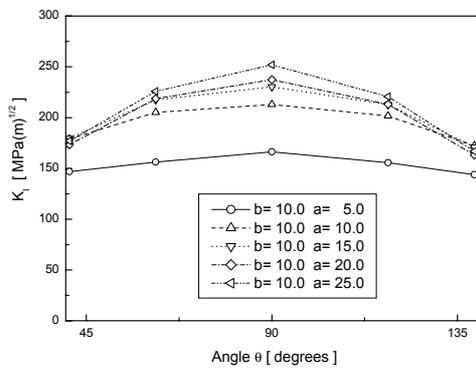


Fig. 6 SIFs according to angle of the crack tip for the surface crack in an elbow.

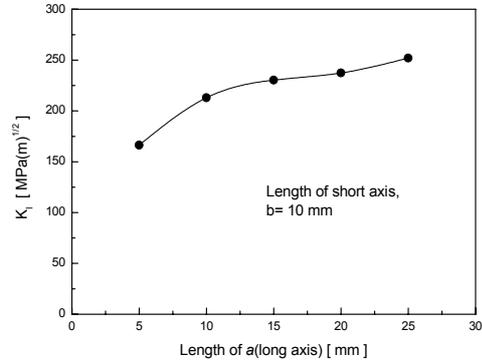


Fig. 7 SIFs according to the major length for a surface crack in an elbow.

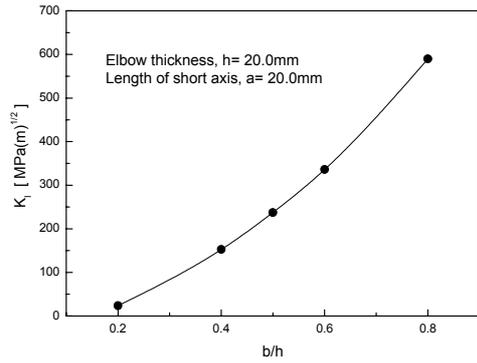


Fig. 8 SIFs according to b/h for a semi-elliptical crack in an elbow.

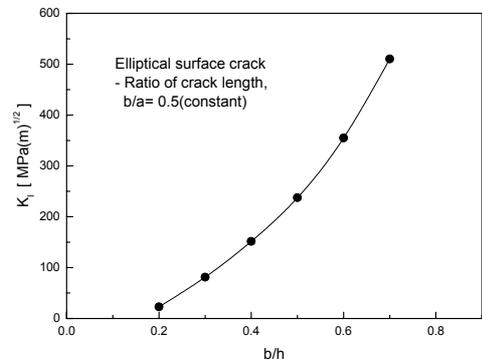


Fig. 9 SIFs according to b/h for a semi-elliptical surface crack in an elbow.

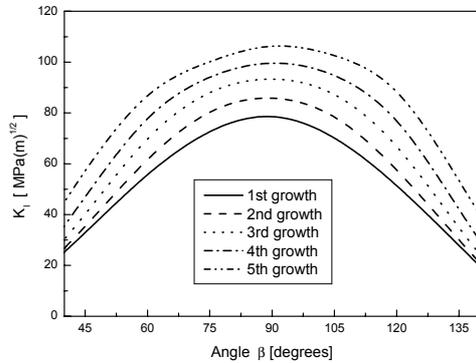


Fig. 10 SIFs of a semi-elliptical crack in an elbow under cyclic loading condition.

5. 결론

본 논문에서 제안한 유한요소 교호법을 이용한 삼차원 균열 해석방법을 엘보우 배관에 존재하는 균열의 성장 해석에 적용하여, 균열 선단에서의 응력강도계수를 구하고, 피로균열 성장을 예측하였다. 엘보우 배관에 존재하는 표면균열의 형상에 따른 응력강도계수를 구하였고, 두께방향으로의 균열깊이가 실제적으로도 배관의 안전성에 치명적인 결과를 가져올 수 있음을 보였다.

엘보우 배관 내에서 반복하중을 받고 있는 반타원형 표면 균열의 성장을 시뮬레이션하여 응력강도계수를 구하고, 이 응력강도계수를 바탕으로 하여 균열의 성장을 예측할 수 있음을 보였다.

참고문헌

- (1) Nishioka T. and Atluri, S. N., 1983, "Analytical Solution for Embedded Elliptical Cracks and Finite Element Alternating Method for Elliptical Surface Cracks, Subjected to Arbitrary Loadings," *Engng Frac. Mech.*, Vol. 17, pp. 247~268.
- (2) Liao. C. Y. and Atluri, S. N., 1991, "A Finite Element Alternating Method for Evaluation of Stress Intensity Factors for Part-circular Cracks Subjected to Arbitrary Loading", *Com. Methods Appl. Mech. Engng*, Vol. 91, pp. 12531~1270.
- (3) Rajiyah, H. and Atluri, S. N., 1991, "Analysis of Embedded and Surface Elliptical Flaws in Transversely Isotropic Bodies by the Finite Element Alternating Method", *J. Appl. Mech., Trans. of ASME*, Vol. 58, No. 2, pp.435~443.
- (4) 박재학, 김태순, Atluri, S. N., 2000, "유한요소 교호법을 이용한 모드 I 하중 하의 삼차원 균열의 해석," 대한기계학회 논문집 (A), 제 24권, 제4호, pp. 982~990.
- (5) Forth, S. C. and Keat, W. D., 1996, "Three-dimensional Nonplanar Fracture Model Using the Surface Integral Method," *Int. J. Fracture*, Vol. 77, pp. 243~262.
- (6) Nikishkov, G. P., Park J. H. and Atluri, S. N., 2001, "SGBEM-FEM Alternating Method for Analyzing 3D Non-planar Cracks and Their Growth in Structural Components," *Comp. Modeling in Engng & Sci.*, Vol. 2, No. 3, pp. 401~422.
- (7) Li, S. and Mear, M. E., "Singularity-reduced Integral Equations for Displacement Discontinuities in Three Dimensional Linear Elastic Media," *Int. J. Fracture*, Vol. 93, pp. 87~114.
- (8) Frangi, A., Novati, G., Springhetti, R. and Rovizzi, M., 2000, "Fracture Mechanics in 3D by the Symmetric Galerkin Boundary Element Method," *VIII Conf. on Numerical Methods in Continuum Mechanics*, Liptovsky Jan, Slovak Republik.
- (9) Paris, P. C. and Erdogan, F., 1960, "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws", *J. Basic Eng.*, Vol. 85, pp. 528~534.
- (10) Maddox, S. J., 1991, "Fatigue Strength of Welded Structures", *Abington Publishing*, Cambridge.
- (11) Hibbitt, Karlson and Sorensen Inc., 2001, *ABAQUS User's Manual*.