

원통형상에서의 역복사 해석에 관한 연구

김기완[†] · 백승욱* · 유홍선**

A Study on the Inverse Radiation Analysis in a Cylindrical Enclosure

Ki Wan Kim, Seung Wook Baek, and Hong Sun Ryou

Key Words: Inverse Analysis(역해석), Hybrid Genetic Algorithms(혼합형 유전 알고리즘), Parameter Estimation(파라미터 추정), Surface Radiation(표면 복사)

Abstract

An inverse boundary analysis of surface radiation in an axisymmetric cylindrical enclosure has been conducted in this study. Net energy exchange method was used to calculate the radiative heat flux on each surface, and a hybrid genetic algorithm was adopted to minimize an objective function, which is expressed by sum of square errors between estimated and measured heat fluxes on the design surface. We have examined the effects of the measurement error as well as the number of measurement points on the estimation accuracy.

1. 서 론

노나 가스 터빈, 추진 기관의 축소 확대 노즐, 또는 연소실 등 고온의 열발생 장치에 있어서 복사 열전달은 중요한 열전달 모드이며, 이를 해석함에 있어 실용적인 차원에서 축대칭 원통좌표계에서의 해석을 필요로 한다.⁽¹⁾ 만약 경계 내부의 매질이 복사에 참여하지 않거나 진공인 경우 표면간의 복사 전달만을 고려하며, 이 경우 형태 계수(view factor)를 이용하는 총 에너지 교환법(net energy exchange method)을 채택하여 해석하게 된다. 축대칭 원통형상에서 형태 계수를 이용한 표면 복사 해석은 1960년대에 흑체 설계에 대한 관심이 증가하면서 활발하게 이루어졌다.⁽²⁻³⁾ 이러한 열적 시스템을 설계함에 있어서 설계자가 원하는 결과를 가져다주는 경계조건이나 물성치들을 역해석을 통해 추정할 수 있다.

열유체 시스템에서의 역해석은 초기에는 계측 분야에 주로 적용되어 알고자하는 경계조건이나 내부 물성치 등을 직접 구할 수 없을 때 다른 측정 지점에서의 측정값을 가지고 그 값들을 추정하였다. 하지만, 최근에는 설계자가 원하는 결과를 가져다주는 경계조건이나 물성치들을 시간과 공간에 대하여 예측하거나 제어하는 설계 및 제어분야에까지 그 적용 범위가 확대되어 가고 있다.⁽⁴⁾ 직교 및 비직교 형상에서 표면 복사에 대한 역해석은 Howell 그룹이 수행하였는데, 다양한 조정법(regularization method)들의 성능을 비교하고, 복사 열전달이 우세한 환경에서의 역설계 문제에 이를 적용하였다.⁽⁵⁻⁶⁾

역해석을 위한 프로그램은 주어진 경계조건으로 내부의 물리량을 계산하는 기존의 직접적 해석(direct problem) 프로그램과 측정값과 추정값의 차이를 최소화하는 최적화 프로그램으로 구성된다. 최적화 방법으로는 Tikhonov 방법같은 비반복(non-iterative)조정법이나 공역구배법(conjugate gradient method)같은 기울기 정보를 이용하는 반복조정법이 주로 사용되어 왔다. 하지만, 기울기 정보를 이용하는 조정법을 사용할 경우 민감도

† KAIST 대학원 항공우주공학전공

E-mail : odoriko@kaist.ac.kr

TEL : (042)869-3754 FAX : (042)869-3710

* KAIST 항공우주공학전공

** 중앙대학교 기계공학과

문제(sensitivity problems)와 이와 더불어 비선형 문제의 경우 부가 문제(adjoint problems)를 풀어야 하는데,⁽⁷⁾ 기율기 정보를 의지하지 않는 탐색적 방법(search based method)을 사용하므로 이러한 수고를 줄일 수 있다.

본 연구에서는 원통 형상에서의 계측문제에 역 해석을 적용하여 역경계해석(inverse boundary analysis)을 수행하고, 측정 오차와 측정 지점의 수가 추정 정확도에 미치는 영향을 살펴보았다. 이를 수행함에 있어 역문제의 ill-posed 특성을 극복하기 위해 탐색적 방법 중의 하나인 유전 알고리즘을 반복조정법으로 채택하였다.

2. 이론 해석

2.1 직접적 문제

Fig. 1은 해석하고자 하는 원통 형상을 나타내고 있다. 모든 벽면은 확산적으로 방사 및 반사하고, 미소 면적들로 나누어져 있으며, 각각 온도와 방사율을 가지고 있다. 벽면의 임의의 미소 면적에서 방출되는 복사방출량(radiosity)를 계산하기 위해서 총 에너지 교환 법(net energy exchange method)을 채택하였고, 그 절차는 다음과 같다.

먼저, 다음과 같이 길이를 무차원화하면

$$\zeta = \frac{x}{D}, \quad \eta = \frac{y}{D}, \quad l = \frac{L}{D}, \quad r' = \frac{r}{R}$$

표면 1, $J_1(r'_1) = \epsilon_1 \sigma T_1^4 + \rho_1 H_1(r'_1)$ (1a)

$$H_1(r'_1) = \int_{\eta=0}^l J_2(\eta) dF_{r'_1-d\zeta} + \int_{r'_3=0}^1 J_3(r'_3) dF_{r'_1-r'_3}$$
 (1b)

여기서, J 와 H 는 각각 복사방출량(radiosity)와 조사(irradiation), ϵ 와 ρ 는 벽방사율과 반사율을 나타내며, $dF_{r'_1-d\zeta}$ 과 $dF_{r'_1-r'_3}$ 는 표면 1의 미세 면적에서 표면 2와 3의 미세면적으로 향하는 형태계수로서 다음과 같이 정의된다.⁽²⁻³⁾

$$dF_{r'_1-d\zeta} = \frac{8\zeta(4\zeta^2 + r_1'^2 - 1)}{\{(4\zeta^2 + r_1'^2 + 1)^2 - 4r_1'^2\}^{3/2}} d\zeta$$
 (1c)

$$dF_{r'_1-r'_3} = \frac{2R' l'^2 (l'^2 + R'^2 + 1)}{\{(l'^2 + R'^2 + 1)^2 - 4R'^2\}^{3/2}} dR'$$

$$= \frac{1}{r_1'} \left[\frac{2R' l'^2 (l'^2 + R'^2 + 1)}{\{(l'^2 + R'^2 + 1)^2 - 4R'^2\}^{3/2}} \right] dr'_3$$
 (1d)

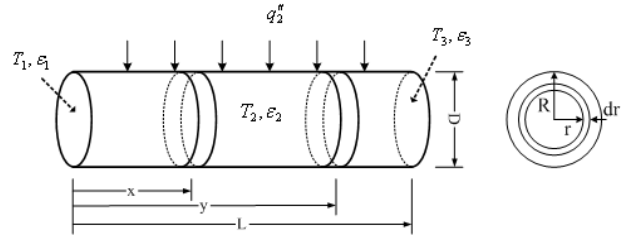


Fig. 1 Schematic of the physical system

여기서, $R' = \frac{r'_3}{r_1'}$, $l' = \frac{2l}{r_1'}$ 이다.

같은 방법으로 표면 2에서,

$$J_2(\zeta) = \epsilon_2 \sigma T_2^4 + \rho_2 H_2(\zeta)$$
 (2a)

$$H_2(\zeta) = \int_{\eta=0}^l J_2(\eta) dF_{d\zeta-d\eta}(|\eta-\zeta|) + \int_{r'_1=0}^1 J_1(r'_1) dF_{d\zeta-r'_1} + \int_{r'_3=0}^1 J_3(r'_3) dF_{d\zeta-r'_3}$$
 (2b)

$$dF_{d\zeta-d\eta}(|\eta-\zeta|) = \left[1 - \frac{|\eta-\zeta| \{2(|\eta-\zeta|)^2 + 3\}}{2\{(|\eta-\zeta|^2 + 1)\}^{3/2}} \right] d\eta$$
 (2c)

$$dF_{d\zeta-r'_{1,3}} = \frac{4\zeta(4\zeta^2 + r_{1,3}'^2 - 1)}{\{(4\zeta^2 + r_{1,3}'^2 + 1)^2 - 4r_{1,3}'^2\}^{3/2}} r_{1,3}' dr'_{1,3}$$
 (2d)

표면 3에서,

$$J_3(r'_3) = \epsilon_3 \sigma T_3^4 + \rho_3 H_3(r'_3)$$
 (3a)

$$H_3(r'_3) = \int_{\eta=0}^l J_2(\eta) dF_{r'_3-d\zeta} + \int_{r'_1=0}^1 J_1(r'_1) dF_{r'_3-r'_1}$$
 (3b)

$$dF_{r'_3-d\zeta} = \frac{8\zeta(4\zeta^2 + r_3'^2 - 1)}{\{(4\zeta^2 + r_3'^2 + 1)^2 - 4r_3'^2\}^{3/2}} d\zeta$$
 (3c)

$$dF_{r'_3-r'_1} = \frac{2R' l'^2 (l'^2 + R'^2 + 1)}{\{(l'^2 + R'^2 + 1)^2 - 4R'^2\}^{3/2}} dR'$$

$$= \frac{1}{r_3'} \left[\frac{2R' l'^2 (l'^2 + R'^2 + 1)}{\{(l'^2 + R'^2 + 1)^2 - 4R'^2\}^{3/2}} \right] dr'_1$$
 (3d)

여기서, $R' = \frac{r'_1}{r_3'}$, $l' = \frac{2l}{r_3'}$ 이다.

Fredholm 적분방정식으로 잘 알려진 위의 식들을 수치적으로 정확히 계산하기 위해 Nystrom 방법을 채택하였다.⁽⁸⁾

위의 식들에서 표면의 미세면적에서 방출되는 복사방출량을 얻게 되고, 이 값을 가지고 다음

식을 이용하여 열유속을 계산하게 된다.

$$q''(\xi) = \frac{\epsilon(\xi)}{1 - \epsilon(\xi)} \{ E_b(\xi) - J(\xi) \} \quad (4)$$

여기서, $E_b(\xi) = \sigma T^4(\xi)$ 는 흑체 방출능 (blackbody emissive power), σ 는 stefan-Boltzmann 상수이다.

2.2 혼합형 유전 알고리즘

유전 알고리즘은 공간 탐색 능력이 뛰어나지만 최적점 근처에서 최적점까지 도달하는데 많은 시간이 소요된다. 이는 유전 연산들이 확률적으로 일어나기 때문에 최적점 근처에서의 미세 조정 능력이 떨어지기 때문이다. 이를 보완하기 위해 다양한 방법들(즉, 혼합형 유전 알고리즘, 병렬 유전 알고리즘, 공진화, 에코 모델 등)이 연구되고 있는데, 이 중 혼합형 유전 알고리즘은 유전연산을 거친 해집단들에 지역 최적화 알고리즘을 적용하는 방식이다. 이러한 혼합형 유전 알고리즘은 유전 알고리즘의 미세 조정 능력을 향상시키고 수렴 시간을 단축시키며 유전파라미터에 대한 영향을 줄이는 장점이 있지만, 미세 조정에서 이용되는 지역 최적화 알고리즘의 공간 탐색 범위에 큰 영향을 받으며 각 해들에 대한 적합도 계산 (fitness evaluation)이 첨부되기 때문에 유전 알고리즘의 다른 구성 요소들에 비해 계산시간이 많이 소요된다는 단점을 가지고 있다.⁽⁹⁾

혼합형 유전 알고리즘의 이러한 단점을 극복하기 위하여 다음과 같이 알고리즘을 구성하였다. 해집단의 수를 10으로 하고, 염색체의 표현은 실수형을 고려하였으며, 선택(selection)은 품질 비례 선택 방법 중에서 해들의 다양성 확보를 위해 제안된 확률 보편 샘플링(stochastic universal sampling)을 사용하였고, 교차(crossover)는 BLX- α 산술적 교차($\alpha=0.5$)를 사용하였으며, 돌연변이(mutation)는 시간이 지남에 따라 교란의 정도를 감소시키는 비균등 돌연변이(non-uniform mutation)를 적용 하였는데, 이 연산이 미세 조정과 유사한 작업을 하게 된다. 이러한 유전연산이 끝나면 엘리트 전략으로 그 세대에서 가장 품질이 좋은 해를 따로 보관하고, 이 해에게만 지역 최적화 알고리즘을 적용한다. 지역 최적화 알고리즘은 비균등 돌연변이에서 사용한 연산자를 사용하였다. Fig. 2는 본 연구에서 사용된 혼합형 유전 알고리즘의 순서도를 나타내며, 이에 대한

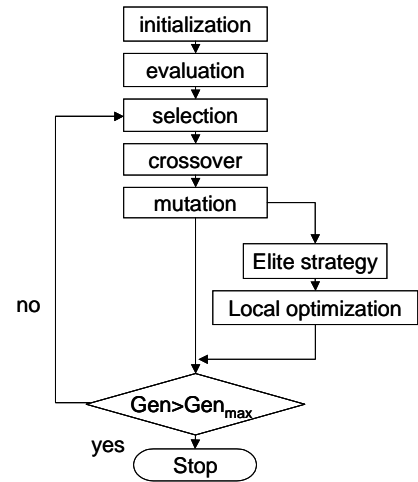


Fig. 2 The flowchart of a hybrid genetic algorithm

자세한 내용은 참고문헌을 참고하기 바란다.⁽¹⁰⁾

2.3 역해석 절차

본 연구에서는 계측문제에 역해석을 적용할 것이며, 그 절차는 다음과 같다.

직접적으로 구할 수 없는 물리량을 표면 2에서 측정된 열유속을 가지고 추정하였다. 이는 다른 물리량이나 경계조건들은 모두 안다고 가정 한 후, 측정위치에서 측정된 열유속과 임의의 추정치를 가지고 직접적 해석을 통해 계산된 열유속의 차이를 최소화함으로써 얻어진다.

위의 경우에 최소화해야하는 목적 함수가 다음과 같이 정의된다.

$$f = \sum_{i=1}^N (q_{i,A} - q_{i,B}^*)^2 \quad (5)$$

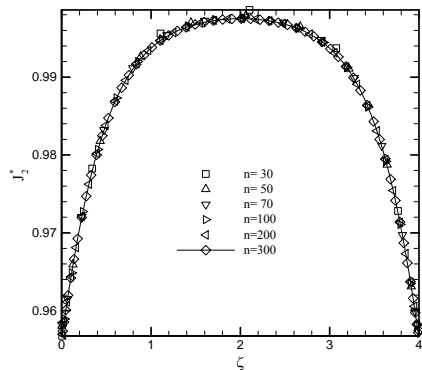
여기에서, N 은 측정위치의 개수, q^* 는 표면 2에서의 무차원 열유속이며, A 는 추정된 값, B 는 측정값을 각각 나타낸다.

식 (5)를 최소화하는데 혼합형 유전 알고리즘을 채택하였고, 민감도 문제는 따로 계산하지 않는다.

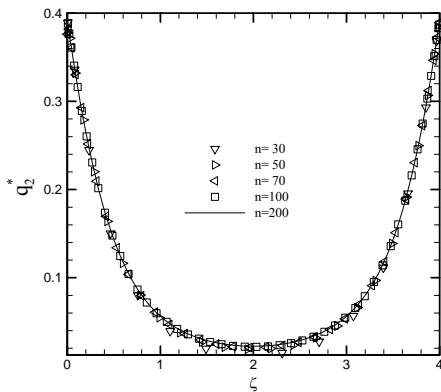
3. 결과 및 고찰

3.1 직접적 문제

먼저 설계표면(design surface, 표면 2)의 적절한 미세 면적 개수를 정하기 위해서 주어진 경계조건, 즉, $T_1 = T_3 = -\frac{T_{ref}}{2}$, $T_2 = T_{ref}$, $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = 0.9$ 을 가지고 표면 2에서의 열유속 분포



(a)



(b)

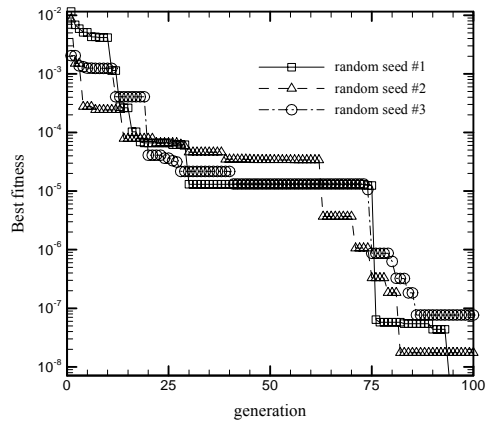
Fig. 3 (a) Non-dimensional heat flux; (b) Radiosity on surface 2 for various number of elements

를 계산하였다. Fig. 3(a)와 (b)는 표면 2에서의 복사방출량과 열유속 분포를 나타내며, 미세 면적 개수가 70이상에서 변화가 없음을 보여준다. 표면 1과 3은 미세 면적을 20으로 하였다. 여기서, 온도와 열유속, 복사방출량은 다음과 같이 무차원화 하였다.

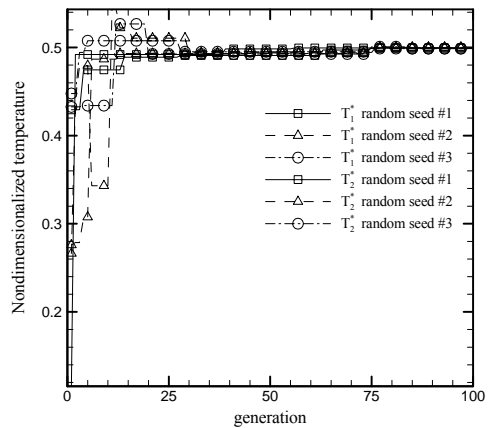
$$T_i^* = \frac{T_i}{T_{ref}}, \quad q_i^* = \frac{q_i''}{\sigma T_{ref}^4}, \quad J_i^* = \frac{J_i}{\sigma T_{ref}^4} \quad (6)$$

3.2 Case 1: T_1^* 과 T_3^* 의 동시추정

표면 2에서 측정한 열유속을 가지고 무차원 벽면 온도, T_1^* 과 T_3^* 를 추정하였다. 먼저, 본 연구에서 채택한 지역 최적화 알고리즘이 난수(random number)의 함수이므로, 난수의 종자(seed)가 혼합형 유전알고리즘에 미치는 영향을 살펴보았다. Fig. 4 (a)와 (b)에서 보는바와 같이 여러 난수 종



(a)



(b)

Fig. 4 (a) Variation of best fitness with generation; (b) Variation of non-dimensional temperature on surface 2 for various random number seeds

자에 대하여 최고 적합도(best fitness)의 차이가 무시할 만하고, 난수 종자에 관계없이 무차원 벽면 온도인 0.5를 정확히 추정함을 알 수 있다. 이러한 결과를 바탕으로 앞으로의 해석에서 난수종자를 고정하였다.

3.3 Case 2: T_1^* 과 T_3^* 및 ϵ_1, ϵ_3 의 동시추정

표면 2에서 측정한 열유속을 가지고 옆 벽면의 무차원 온도와 방사율을 추정하였다. 추정 결과, 표 1에서 보는 바와 같이 오차가 없는 측정값을 사용했는데도 추정 상대 오차가 각각 4%와 1%임을 알 수 있다. 이러한 결과는 Fig. 5에서 보는 바와 같이 온도와 방사율의 민감도 계수가 서로

Table 1 Non-dimensional temperatures and emissivities estimated for case 2.

	Range	True value	Estimated value	Relative error (%)
ϵ_1	0-1	0.9	0.9125	1.3
ϵ_3	0-1	0.9	0.8907	1.0
T_1^*	0-1	0.5	0.5215	4.3
T_3^*	0-1	0.5	0.4798	4.0

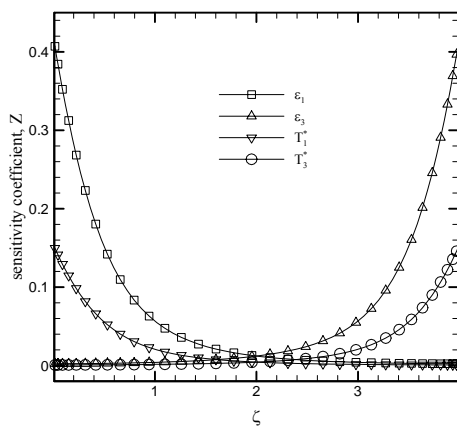


Fig. 5 Sensitivity coefficients for wall temperature and emissivity for case 2.

의존적이어서 동시 추정이 어렵기 때문이다. 또한, 방사율의 민감도 계수가 더 커서 더 정확히 추정됨을 알 수 있다. 하지만, 혼합형 유전 알고리즘은 비교적 정확한 추정을 하였고, 여기에서 민감도 계수는 다음과 같이 구하였다.

$$Z_{T,i} = -\frac{\partial q_2''}{\partial T_i}, \quad Z_{\epsilon,i} = -\frac{\partial q_2''}{\partial \epsilon_i}, \quad i=1,2 \quad (7)$$

3.4 Case 3: 10개의 ϵ_2 추정

표면 2를 10개의 요소로 균등하게 나누어 다수의 파라미터 추정에 혼합형 유전 알고리즘을 적용하고, 측정 오차가 추정의 정확도에 미치는 영향도 살펴보았다. 유전 알고리즘은 기울기 정보, 즉, 민감도 문제를 풀지 않기 때문에 이 경우와 같이 추정해야 하는 파라미터의 수가 많을 경우 매우 유용하다.

측정 오차를 포함하는 측정값을 모사 (simulation) 하기 위해 다음의 식을 사용하였다.

$$(q_{2,i}'')_{measured} = (q_{2,i}'')_{exact} + \sigma_{st}\zeta \quad (8)$$

Table 2 Emissivities estimated on surface 2 for different standard deviations

Point	True value	$\sigma_{st}=0$		$\sigma_{st}=0.001$		$\sigma_{st}=0.005$	
		Value	Rel. error (%)	Value	Rel. error (%)	Value	Rel. error (%)
1	0.9	0.9001	0.02	0.9009	0.10	0.9018	0.20
2	0.9	0.9014	0.15	0.9033	0.36	0.9119	1.32
3	0.9	0.9035	0.39	0.9025	0.28	0.9218	2.42
4	0.9	0.9068	0.76	0.9079	0.88	0.9754	8.38
5	0.9	0.9087	0.97	0.8901	1.09	0.8888	1.23
6	0.9	0.9072	0.80	0.9059	0.66	0.9430	4.78
7	0.9	0.9040	0.45	0.9366	4.07	1.0000	11.1
8	0.9	0.9017	0.19	0.9018	0.20	0.9068	0.75
9	0.9	0.9005	0.05	0.9020	0.23	0.9137	1.53
10	0.9	0.9001	0.01	0.9001	0.01	0.9007	0.08
Avg. error			0.37		0.78		3.17

여기에서, σ_{st} 는 측정값의 표준편차이고, ζ 는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.

측정값에 오차가 없을 때, 표 2에서와 같이 표면 2의 방사율들이 모두 추정상대오차 1% 미만으로 정확히 추정되었다.

하지만, 측정값의 표준편차가 0.001에서 0.005로 증가하면서 평균 추정 상대오차는 0.78%에서 3.17%로 증가하였다. 같은 표준편차에서도 상대 추정오차가 큰 지점이 있는데 이것은 혼합형 유전 알고리즘의 확률적인 특성으로 생각되어진다. 그럼에도 불구하고, 혼합형 유전 알고리즘이 파라미터가 많은 경우에 민감도 문제를 풀지 않고도 정확히 추정하였다.

3.5 Case 4: T_1^* 과 T_3^* 및 ϵ_2 의 동시 추정

T_1^* 과 T_3^* 및 ϵ_2 을 동시 추정하면서 측정점의 개수가 추정의 정확도에 미치는 영향을 살펴보았다. 먼저 민감도 분석 결과 Fig. 6과 같이 온도와 방사율의 민감도 계수가 Case 2와 달리 서로 독립적이어서 동시 추정이 가능하다.

표 3의 결과와 같이 측정점의 개수를 1/4까지 줄여도 추정상대오차의 차이는 무시할 만 하였고, 이는 전체 측정 범위에 걸쳐 민감도 계수가 서로 독립적이기 때문으로 사려된다. 동시추정에 있어서 민감도 계수들의 상호 독립성이 중요함을

Table 3 Temperatures and emissivity estimated for different number of measurement points.

	True value	N		N/2		N/4	
		Value	Rel. error (%)	Value	Rel. error (%)	Value	Rel. error (%)
ϵ_2	0.9	0.8995	0.05	0.8976	0.25	0.8991	0.10
T_1^*	0.5	0.4968	0.62	0.4956	0.88	0.4995	0.10
T_3^*	0.5	0.4976	0.49	0.4956	0.88	0.4984	0.32

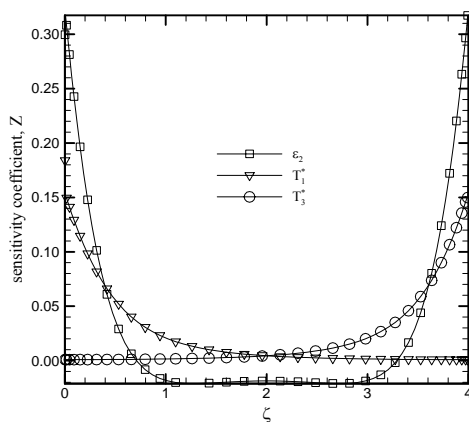


Fig. 6 Sensitivity coefficients for wall temperature and emissivity for the case 4.

다시 한번 확인할 수 있었다.

4. 결론

축대칭 원통 형상에 역해석을 적용하여, 측정값의 오차와 측정점의 개수가 추정 정확도에 미치는 영향을 살펴보고 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(a) 혼합형 유전 알고리즘은 다수의 파라미터 추정문제에서 민감도 문제를 따로 풀지 않고도 정확한 값을 추정하였다.

(b) 동시 추정에 있어서 민감도 계수가 서로 의존적이지 않을 때, 측정점의 개수가 추정 정확도에 미치는 영향은 무시할 만 하였다.

후 기

이 연구는 과학기술부 지원으로 수행하는 21세기 프론티어 사업(이산화탄소 저감 및 처리 기술

개발)의 일환으로 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Baek, S. W., Kim, H. S., Yu, M. J., Kang, S. J., and Kim, M. Y., 2002, "Application of the Extended Weighted Sum of Gray Gases Model to Light Fuel Oil Spray Combustion," *Combust. Sci. Tech.*, Vol. 174, pp. 65~98.
- (2) Usiskin, C. M. and Siegel, R., 1960, "Thermal Radiation from a Cylindrical Enclosure with Specified Wall Heat Flux," *J. Heat Transfer*, Vol. 82, pp. 369~374.
- (3) Sparrow, E. M., Albers, L. U., and Eckert, E. R. G., 1962, "Thermal Radiation Characteristics of Cylindrical Enclosures," *J. Heat Transfer*, Vol. 84, pp. 73~81.
- (4) Kurpisz, K. and Nowak, A. J., 1995, *Inverse Thermal System*, Computational Mechanics Publication, USA, pp. 230~235.
- (5) Howell, J. R., Ezekoye, O. A., and Morales, J. C., 2000, "Inverse Design Model for Radiative Heat Transfer," *J. Heat Transfer*, Vol. 122, pp. 492~502.
- (6) Ertürk, H., Ezekoye, O. A., and Howell, J. R., 2002, "Comparison of three regularized solution techniques in a three-dimensional inverse radiation problem," *J. Quant. Spect. Radiative Transfer*, Vol. 73, pp. 307~316.
- (7) Özisik, M. N. and Orlande, H. R. B., 2000, *Inverse Heat Transfer*, Taylor & Francis, New York, p. 66.
- (8) Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., and Flannery, B. P., 1992, *Numerical recipes*, Cambridge University Press, New York, pp. 779~785.
- (9) Moon, B. R., 2001, *Genetic Algorithms*, Dasung, Korea, pp. 101~103.
- (10) Kim, K. W., Baek, S. W., Kim, M. Y., and Ryou, H. S., 2003, "A Study on a Hybrid Genetic Algorithm for the Analysis of Inverse Radiation," *Trans. KSME(B)*, Vol. 27, No. 10, pp. 1516~1523.