

물의 밀도 역전 현상을 고려한 수평 배관내의 자연대류 및 상변화 현상의 수치적 해석

정기호** · 정수인* · 김귀순* · 하만영**

Numerical analysis of phase change inside horizontal pipe with consideration of density inversion effect of water

Gi-Ho Jeong, Soo-In Jeong, Kui-Soon Kim and Man-Young Ha

Key Words: Phase change(상변화), Density-inversion(밀도 역전), Pipe freezing(배관 결빙)

Abstract

This paper deals with the numerical analysis of natural convection flow induced by the density inversion effect of water inside horizontal pipe. The numerical method is based on SIMPLE/PWIM in general coordinate for its wide applicabilities. The numerical tool was validated through the comparison with the previous results concerning the density inversion effect of water. It is shown that the developed numerical tool could predict the flow pattern and the heat transfer phenomena qualitatively. And it is also found that the density inversion effect of water has significant effects on the flow pattern.

	기호설명
h	엔탈피
k	열전도도
a	체적 비율
G	부력에 의한 체적력
T	온도 [°C]
t	시간 [second]
μ	그리스 문자 점성 계수
in	하첨자 초기 온도 조건

L	액체 상태
w	벽면 냉각 조건

1. 서론

상변화 열전달 과정은 2상 유동의 한 분야로서 물질이 열의 방출 또는 흡수를 수반하면서 하나의 상태(상, phase)에서 다른 상태로 변화하는 과정을 말한다. 그 중 액체-고체 상변화 과정은 가장 해석이 용이하고 일반적으로 많이 쓰이는 경우이며 고체의 용해와 액체의 응고 과정 해석이 많은 관심을 얻고 있다. 이러한 상변화 과정은 상 경계면을 중심으로 서로 다른 열역학적 물성을 가지고 있어서 해석의 대상이 되는 종속 변수(속도, 에너지)의 변화가 급격하게 발생하게 된다. 이러한 불안정한 상태와 상 경계면 자체를 예측하는 것은 많은 분야에서 중요한 연구 대상이 되어 왔으며, 특히 반도체나 합금 제조 분야

* 부산대학교 항공우주공학과

** 부산대학교 기계공학부

에서는 다성분물질의 응고과정이 중요하게 취급되고 있다(Shyy 1994).

그러나 이러한 상변화나 자연 대류에 관한 대부분의 연구들은 2차원 문제에 국한되는 경우가 많으며, 또한 축 방향 유동이 존재하여 Reynolds 수와 Rayleigh 수를 모두 고려해야 하는 복합 대류 열전달 상변화 과정을 해석한 연구는 부족한 실정이다. 이에 본 연구에서는 상변화 문제를 해석하기 위해 수치 해석 도구를 개발하고, 여러 가지 2, 3차원 문제에 적용하여 검증하였다. 또한 프로그램을 배관 결빙 과정에 적용하여 자연 대류와 상변화 과정을 수치적으로 고찰하였다.

2. 수치 해석 방법 및 전개

2.1 지배방정식의 전개

본 연구에서 적용된 지배 방정식을 텐서형태로 나타내면 다음과 같다.

- 질량 보존 방정식

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

- 운동량 보존 방정식

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial}{\partial t} (v_i) + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \\ = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial p}{\partial x_i} + S_{v_i} + G_i \end{aligned} \quad (2)$$

- 에너지 보존 방정식

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + v_i \frac{\partial (\rho h)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + S_{h_i} \quad (3)$$

지배 방정식을 일반좌표계에서 이산화하면 다음과 같은 유한체적법의 일반적인 대수방정식을 얻을 수 있다.

$$a_p \phi_p = \sum a_{nb} \phi_{nb} + B \quad (4)$$

집중격자계를 사용하며, 진동해의 허용가능성을 배제하기 위해 압력가중보간법을 적용하였다.

2.2 고체상태 모델 및 이산화

내부 유체의 응고에 따른 운동량 변화를 적용하기 위해, 본 연구에서는 고체 상태와 액체 상태의 중간 영역으로서 머시 영역(mushy zone)을 가정하였다. 이러한 머시영역은 다공 물질 내에서의 유속을 기술한 Darcy's law를 이용하여 표현한다.(Bennon and Incropera 1987)

$$G_i = \frac{\mu}{K} v_i \quad (5)$$

여기서, K 는 머시영역의 다공도(porosity)로서 고체 영역에서의 속도를 제어하며, $K=\infty$ 이면 액체, $K=0$ 이면 고체 상태를 의미한다. 다공도에 대한 식으로서, 본 연구에서는 대부분의 기존 연구에서 널리 사용되고 있는 Carman-Kozeny의 식을 사용한다.

$$K = \frac{g_L^3}{K_0(1-g_L)^2} \quad (6)$$

여기서, K_0 는 다공 물질의 특성에 따라 정해지는 값이며 g_L 은 액체 상태의 체적비율이다.

자연 대류 문제에서 나타나는 부력에 의한 대류는 밀도 차이에 의한 대류 성분이지만, 비압축성 전산 해석 과정에서 밀도를 변화시키는 것은 계산의 불안정성을 가져올 수 있으므로 밀도구배를 온도구배와 열팽창 계수의 곱으로 표현하게 된다(Boussinesq 근사).

2.2 개발된 프로그램의 검증

2.2.1 Cavity 내의 온도 및 와류 분포 비교

2차원 정사각형 Cavity내의 층류 자연대류를 대상으로 하여 Rayleigh 수를 각각 10^3 , 10^6 , 10^7 의 경우에 대해 온도와 유선 분포를 기존연구(Ramaswamy, 1997)의 연구와 비교하였다. Fig 2(a), (b)는 Rayleigh 수가 10^3 인 경우로서, 각각 정상 상태에서의 온도와 유선분포를 나타내고 있다. 왼쪽의 기존 연구와 본 논문의 결과가 유사한 것을 확인할 수 있으며, 낮은 Rayleigh 수로

인해 단순한 열전도의 경우보다 온도구배가 곡선의 형태로 이루어져 있는 것을 확인할 수 있다. Fig 3, 4는 각각 Rayleigh 수가 10^6 , 10^7 인 경우의 온도(a), 유선(b) 분포를 나타내고 있다. 모든 경우에서 기존 연구와 본 연구의 결과가 유사한 것을 확인할 수 있으며, Rayleigh 수가 커짐에 따라 전도에 의한 영향보다 대류의 영향이 점점 커지게 되고 cavity의 왼쪽 위나 오른쪽 아래의 모서리에서 유동 도약 현상을 관찰할 수 있다.

2.2.2 직육면체 내의 온도 및 와류 분포 비교

Fig 5와 같은 형상을 가지는 직육면체의 내부 유체가 물인 경우의 자연대류 현상을 수치적으로 해석하였다. 계산에 적용된 온도조건으로서 각각 T_H 와 T_L 로 설정된 2개의 면을 제외한 나머지 면에 단열조건을 적용하였다. Fig 6은 Ho and Tu(2001)의 실험에 의한 유동 형태와 본 연구의 유동 형태를 비교한 것으로서 각각 $t=150s$, $360s$, $510s$, $840s$ 일 때의 Ho and Tu(2001)와 본 연구의 결과를 나타내고 있으며 두 결과의 유동 형태가 매우 유사하다는 사실을 확인할 수 있다.

Fig 7은 각각 Ho and Tu(2001)의 실험과 본 논문의 전산 해석에 의한 온도 분포, 즉 액정 영상을 나타낸 그림으로서, 각각 $t=150s$, $360s$, $510s$, $840s$ 에서의 결과를 의미한다. 두 결과의 온도 분포가 유사한 것을 확인할 수 있으며, 이는 본 논문에서 적용한 수치 해석 방법이 실제 물리적 현상을 잘 보여준다는 의미이다.

유동 현상적인 측면에서 살펴보면, 초기상태에서는 왼쪽 벽면 근처의 유체가 가열되면서 반시계 방향 순환 유동을 형성하게 되고 계속 가열되

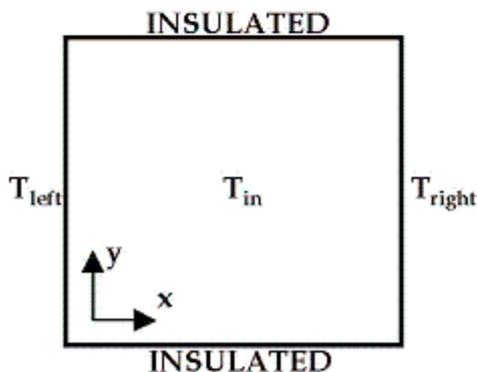


Fig 1 Specification of square cavity

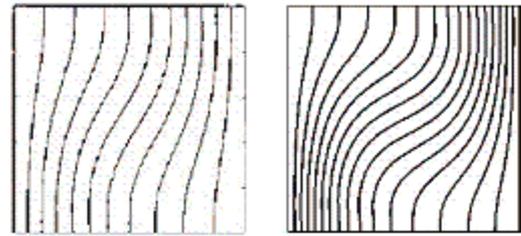


Fig 2(a) Isothermal lines for $Ra=10^3$

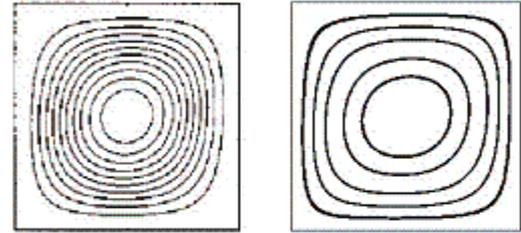


Fig 2(b) Streamline distribution for $Ra=10^3$

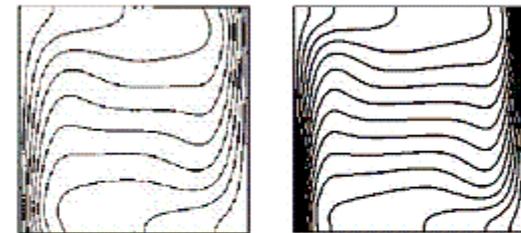


Fig 3(a) Isothermal lines for $Ra=10^6$

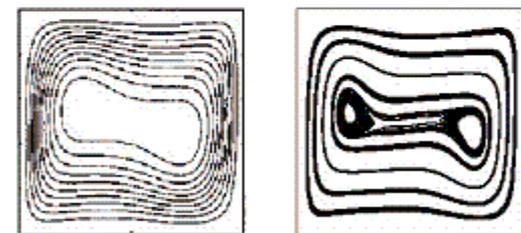


Fig 3(b) Streamline distribution for $Ra=10^6$

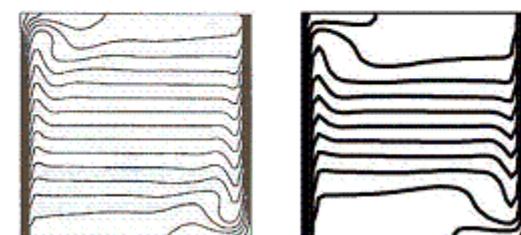


Fig 4(a) Isothermal lines for $Ra=10^7$

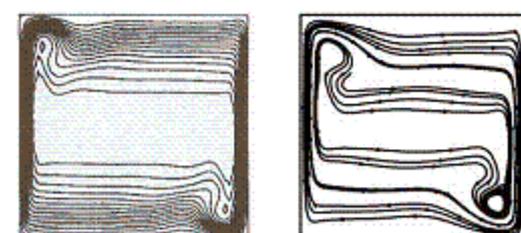


Fig 4(b) Streamline distribution for $Ra=10^7$

면 시계 방향으로 회전하는 유동이 왼쪽 아래 부분에서 성장한다. 이러한 유동들은 서로의 크기에 영향을 미치게 되고 전체 직육면체 내부의 유동 형태를 매우 불안정하게 만들게 되는데, 이러한 현상은 직육면체 내부에 크기가 작은 순환 유동들이 많이 발생하게 된 원인이 된다.

3. 배관 결빙 과정의 수치적 해석

배관 결빙(pipe freezing) 혹은 배관 막힘(ice plugging) 기술이란 극저온의 냉매를 이용하여 관내의 유체를 급속 결빙시켜 내부 유체 흐름을 차단하는 방법을 말하며, 배관 결빙 과정의 수치 해석을 위한 계산 영역은 Fig 8과 같다. 배관 내부 벽면 온도를 변화시키면서 결빙 시간과 최종 결빙 현상을 살펴보고 결빙 과정에 수반되는 온도 변화와 유동 현상을 축 방향 단면과 3차원으로 나타내었다.

3.1 유동 현상 및 온도 분포

축 방향의 유동이 없으므로 전체 유동 형태는 부력에 의해서만 발생할 것이며, 결빙 과정이나 최종 결빙 현상에 자연 대류 영향이 많이 나타날 것이라고 예상할 수 있다.

Fig 9(a)와 (b)는 배관 벽면의 온도를 0°C 로 설정하여 상변화가 일어나지 않는 경우를 계산한 것으로서 각각 결빙 재킷의 중간 부분의 단면에서의 속도 벡터와 온도 분포를 나타낸 것이다. 초기 단계에서는 첫 번째 순환 유동에 의해 낮은 온도 등온선의 간격이 크게 된다($t=200\text{s}$ 이상). 냉각이 계속되면서 밀도 역전 현상에 의한 두 번째 순환 유동에 의해 상부에서의 등온선의 간격이 커진다. Fig 9(b)를 살펴보면 4°C 부근의 유체가 가장 밀도가 크기 때문에 배관의 하부에 두껍게 위치해 있으며, 상부에는 최대 밀도점 이하의 유체가 위치해 있는 것을 알 수 있다($t=800\text{s}$ 이상). 더욱 냉각이 되어 전체 유체가 최대 밀도점을 지나게 되면 배관 단면의 등온선은 다시 규칙적인 형태를 이루게 된다($t=2000\text{s}$ 이상).

3.2 온도 조건에 따른 상변화 과정

Fig 10(a), (b)는 초기온도가 10°C 로 고정되어

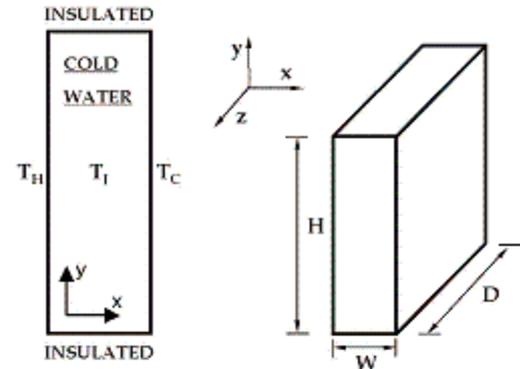


Fig 5 Specification of extended cubic

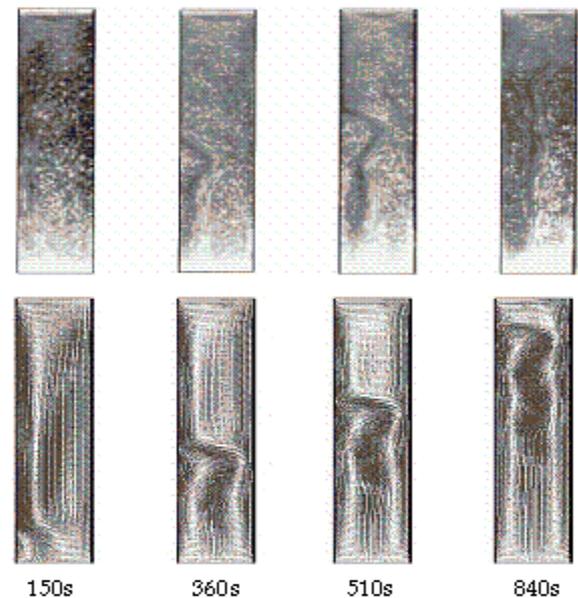


Fig 6 Comparison of flow patterns (Upper, U_0 and U_x , Lower, current)

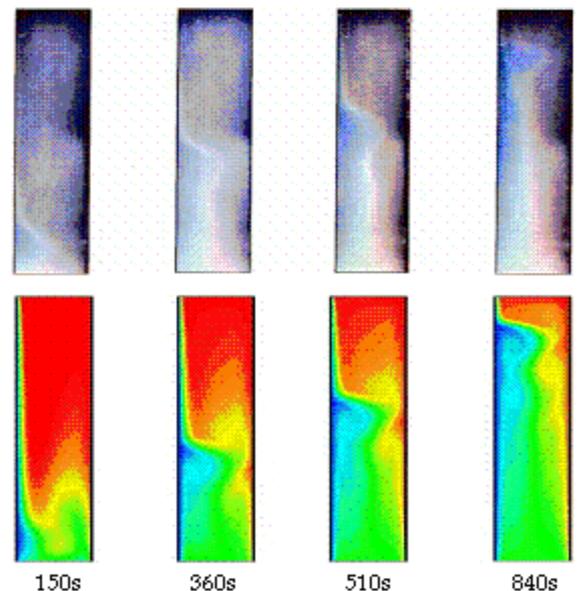


Fig 7 Comparison of temperature distribution (Upper, U_0 and U_x , Lower, current)

있고 벽면의 냉각온도가 각각 -10°C , -40°C 일 때의 상변화 과정을 배관단면에 대하여 나타낸 것이다. 전체적인 결빙 과정을 살펴보면, 결빙이 시작된 초기 상태에서는 결빙 되지 않은 부분의 중심이 배관 단면의 중심보다 약간 위쪽에 위치하고 있다. 그러나 초기 상태를 지나면서, 배관 내 유체의 상당 부분이 최대 밀도점을 지나게 되고 밀도는 다시 작아진다. 시간이 지나면 배관의 상부 영역에서 형성된 응고 영역은 점점 배관의 중심부로 이동하기 시작하며 동시에 하부 영역에서도 응고가 시작된다.

냉각온도가 결빙 형상에 미치는 영향을 살펴보면, 냉각온도가 높을수록 배관 상부 영역에서의 결빙이 먼저 이루어지고, 냉각온도가 낮을수록 결빙 영역에서의 열전도가 더욱 활발해지는 관계로 배관 단면의 하부 영역에서의 결빙 영역이 더 두텁다. 그러므로 냉각 온도가 낮아질수록 배관 단면의 응고 형상은 위쪽이 뾰족한 타원형상에서 아래쪽이 뾰족한 타원 형상으로 바뀌어간다.

3.3 Rayleigh 수에 따른 결빙 시간의 변화

Table 1은 배관 내의 초기온도가 10°C 일 때, 냉각 온도를 변화시키면서 계산한 결과를 정리한 것이다. 온도 조건과 Rayleigh 수에 따른 최종 결빙 시간을 정리하였으며, 물의 밀도 역전 효과의 정도를 나타내기 위해 다음의 식으로 정의되는 밀도 역전 계수를 나타내었다.

$$f_{inv} = \frac{4^{\circ}\text{C} - T_w}{T_{is} - T_w} \quad (7)$$

결과를 살펴보면, Rayleigh 수가 1.3×10^6 에서 2.0×10^6 로 1.5배 증가하는 경우에 결빙 시간은 2.2배 정도 짧아지는 것을 확인할 수 있다. 그러나 2.0×10^6 에서 2.7×10^6 로 1.3배 증가하면, 결빙 시간은 1.5배 짧아지는 데 그치게 된다. 즉, Rayleigh 수가 점점 커질수록 결빙 시간이 짧아지는 효과가 점점 작아지는 것을 확인할 수 있다.

Fig 11은 Rayleigh 수와 결빙 시간과의 관계를 그래프로 나타낸 것이다. Rayleigh 수가 점점 증

가할수록 결빙 시간이 짧아지지만 결빙 시간이 짧아지는 효과는 점점 줄어들게 되고, 배관 내의 초기 온도가 다르면 비록 Rayleigh 수가 같은 경우라도 결빙 시간이 달라지는 것을 알 수 있다. 즉 Rayleigh수만을 가지고는 정확하게 유동 현상이나 상변화 현상을 예측하기는 어렵고 초기 온도와 냉각 온도를 동시에 고려해야 한다는 결론에 이르게 된다. 이처럼 결빙 과정에 영향을 미치는 요인은 여러 가지가 있지만 특히, 벽면 온도, 초기 온도, 냉각 온도 등의 온도 조건과 배관

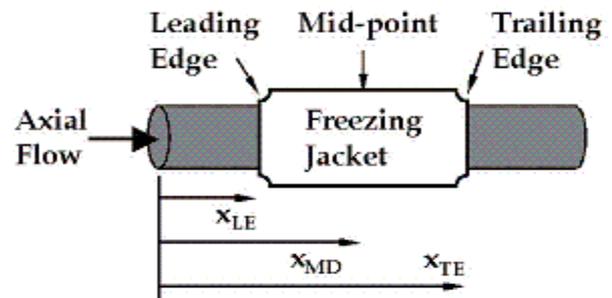


Fig 8 Specification of pipe freezing

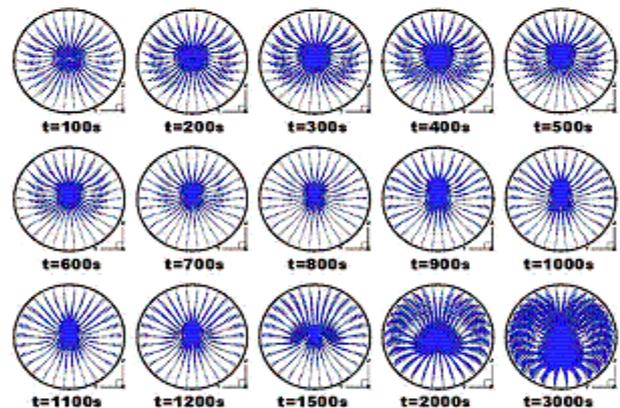


Fig 9(a) The time change of velocity vectors

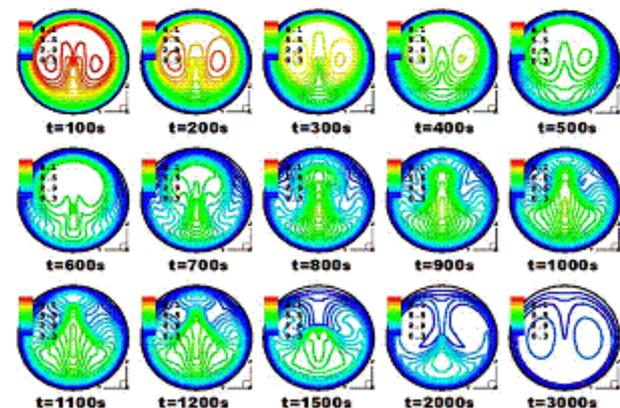


Fig 9(b) The time change of isothermal lines

의 직경, 결빙 재킷의 길이 등의 기하학적인 조건 등이 가장 큰 영향을 끼치는 요소로 생각할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 수평 배관을 대상으로 내부 유체가 물인 경우에 대한 자연 대류와 상변화 현상을 고찰하였다. 지금까지 살펴본 바와 같이, 물의 고유한 성질인 비선형 온도-밀도 관계에 의해 발생하는 밀도 역전 효과는 내부 유동의 형태를 결정하는 큰 원인이 되는 것을 알 수 있다. 내부 유체가 물인 경우에는 기존의 무차원 상수들로는 정확하게 유동 현상을 설명할 수 없으며, 일반적인 현상을 고찰하기 위해 또 다른 무차원 상수의 정의가 요구된다.

후 기

본 연구는 부산대학교 연구(보조)비(4년과제)의 지원에 의한 결과임을 밝히며 이에 감사드립니다.

참고문헌

[1] Berman, W. D. and Incropera, F. P., 1987, A continuum model for momentum, heat, and species transport in binary solid-liquid phase change systems - I. Model formulation, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 30, No. 10, pp. 2161-2170.

[2] Ho, C. J. and Tu, F. J., 2001, Visualization and Prediction of Natural Convection of Water near its Density Maximum in a Tall Rectangular Enclosure at high Rayleigh numbers, *Transaction of the ASME*, Vol.123.

[3] Ramaswamy, B. and Moreno, R., 1997, Numerical study of three-dimensional incompressible thermal flows in complex geometries, *International Journal for Numerical methods for Heat & Fluid flow*, Vol.7, No.4, pp. 297-343.

[4] Shyy, W., 1996, *Computational fluid dynamics with moving boundaries*, Taylor and Francis.

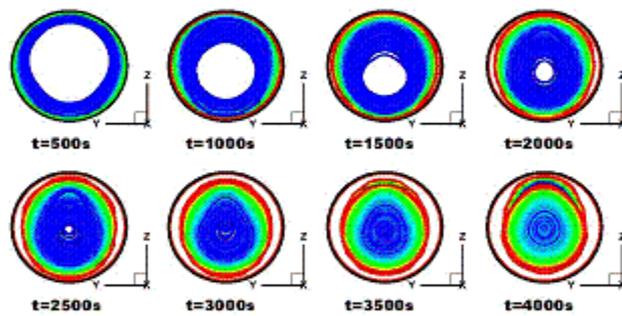


Fig 10(a) The ice plug formation($T_w = -10^\circ\text{C}$)

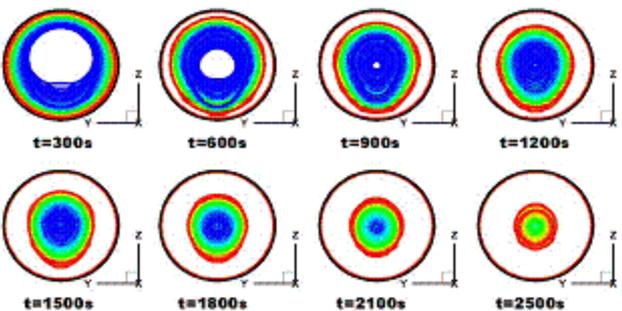


Fig 10(b) The ice plug formation($T_w = -40^\circ\text{C}$)

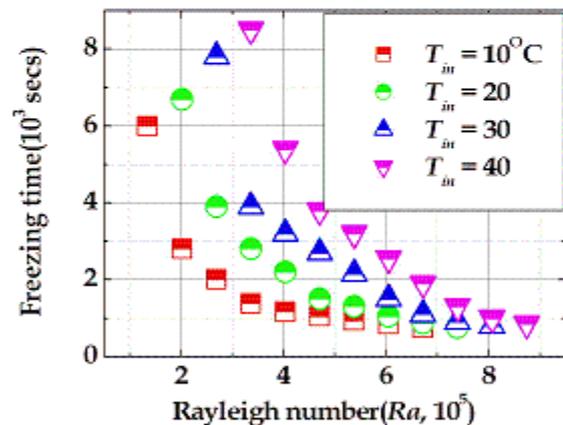


Fig 11 The effect of T_{in} on freezing times

T_w	dt	Ra	t_{fzs}	f_{bu}
-10.	10.	134480	6000	0.7
-20.	5.	201720	2800	0.8
-30.	5.	268960	2000	0.85
-40.	1.	336200	1380	0.88
-50.	1.	403440	1160	0.9
-60.	1.	470680	1050	0.915
-70.	1.	537920	940	0.925
-80.	1.	605160	840	0.933
-90.	1.	672400	750	0.94

Table 1 The freezing time of various condition