미기압파 저감을 위한 고속전철 열차-터널 조건의 근사최적설계

김정희† · 이종수* · 권혁빈**

Approximate Optimization of High-speed Train Shape and Tunnel Condition to Reduce the Micro-pressure Wave

Junghui Kim, Jongsoo Lee and Hyeokbin Kwon

Key Words: Approximate Optimization(근사최적설계), Response Surface Model(반응표면모델), D-optimal Design(D-optimal 계획법), Micro-pressure Wave(미기압파)

Abstract

A micro-pressure wave is generated by the high-speed train which enters a tunnel, and it causes explosive noise and vibration at the exit. It is known that train speed, train-tunnel area ratio, nose slenderness and nose shape mainly influence on generating micro-pressure wave. So it is required to minimize it by searching optimal values of such train shape factors and tunnel condition. In this study, response surface model, one of approximation models, is used to perform optimization effectively and analyze sensitivity of design variables. Owen's randomized orthogonal array and D-optimal Design are used to construct response surface model. In order to increase accuracy of model, stepwise regression is selected. Finally SQP(Sequential Quadratic Programming) optimization algorithm is used to minimize the maximum micro-pressure wave by using built approximation model.

기호설명

V_{tr} : 열차의 속도 (kilo-meter)
R_{tn} : 터널의 반경 (meter)
S : 열차 전두부의 세장비
W1~W6 : 전두부 형상정의함수의 가중치값
y : 응답변수
X : 설계변수
β : 반응표면모델 반응계수
R^2 : 결정계수
R_{adj}^2 : 수정결정계수
SST : 총 제곱합
SSR : 회귀 제곱합
SSE : 잔차 제곱합

1. 서 론

고속전철은 도로 적체로 인한 물류비용을 감소시키는 것과 함께 에너지의 효율적 사용과 대기오염 측면에서 미래형 교통수단으로 개발되고 있다. 현재 국책과제로 개발 중인 차세대 한국형 고속전철은 최고 주행속도가 350 km/h이며 점점 더 고속화되어 가고 있는 추세이다. 이와 같은 고속의 열차가 터널에 진입하게 되면 공기의 압축성 효과로 인하여 압축파가 발생하게 되며 터널 내부를 음속으로 진행하다가 출구 부위에서 일부는 팽창파로 반사되며 일부는 미기압파 (Micro-pressure wave)(3)로 방사된다. 미기압파는 터널 출구 주변에서 심각한 환경소음문제와 진동

---

† 책임저자, 회원, 연세대학교 기계공학부
E-mail : jleej@yonsei.ac.kr
TEL : (02)2123-4474 FAX : (02)362-2736
* 연세대학교 기계공학부
** 한국철도기술연구원

을 야기하는 충격성 소음(Booming noise)의 원인이므로 저감책이 요구되어 왔다. 미기압파는 열차의 속도, 열차-터널 단면적비, 전두부의 세장비, 전두부의 형상 등에 의해 영향을 받는 것으로 알려져 있다. 따라서, 이 주요 인자들의 최적값을 도출함으로써 미기압파를 최소화시키는 것이 필요하다.

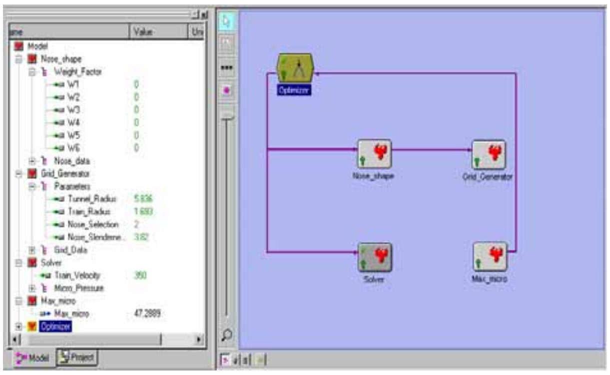
실제 고속전철의 미기압파 해석에 사용되고 있는 수치해석 프로그램은 오랜 해석시간과 복잡한 방법을 요구하므로 직접적인 최적화와 설계변수들의 경향파악에 어려움이 있으므로, 근사화 모델을 구성하는 것이 효율적이다. 그러나, 근사화 모델(Approximate Model)은 실제 해석 프로그램과 잘 맞지 않는 문제점이 발생할 수 있으므로 적절한 실험계획법을 선택하고 불필요한 변수항을 제거하는 변수선택법(1)을 사용함으로써 모델의 정확도를 높인 뒤 최적화하는 것이 바람직하다.

본 연구에서는 열차의 속도, 터널의 반경, 전두부의 세장비, 전두부의 형상함수 가중치 값 등을 설계변수로 하여 최대미기압파를 최소화할 수 있는 근사최적설계를 수행하였다. 근사화 모델은 공학 분야에서 가장 일반적으로 사용되고 있는 반응표면 모델(RSM, Response Surface Model)(4)을 사용하였다. 반응표면 모델을 구성함에 있어서 단계적 회귀법을 적용함으로써 불필요한 변수들을 제거시켜 모델의 정확성과 간편성을 증가시켰다. 근사화 모델을 구성하기 위한 실험계획법은 7개 이상의 많은 설계변수가 존재할 때 효율적인 Owen의 랜덤직교배열법(8)과 D-optimal 계획법(2)(7)을 적용하였다. 최적화 알고리즘으로 기존의 선형근사화를 이차근사화까지 확장하여 수렴속도와 정확도 높인 순차적이차계획법 (SQP,Sequential Quadratic Programming)(5)(6)을 적용하였다. 최종적으로 구한 설계변수들의 최적값을 실제 해석프로그램에 적용하여 최대미기압파 값을 비교하였다.

2. 전산실험계획

2.1 열차-터널 조건 모델링

고속전철의 터널 통과 시 발생하는 미기압파에 대한 해석은 한국철도기술연구원의 전용 해석프로그램을 사용한다. 전용 해석 프로그램은 총 6개의 포트란 프로그램을 따로 실행시켜야 하며 방법 또한 복잡하므로 ModelCenter$^{TM(9)}$라는 통합최적 설계 프로그램을 사용하여 한 번에 자동 실행하여 최대 미기압파를 구할 수 있는 프레임을 Fig.1과 같이 구성하였다. 해석을 위한 설계변수는 미기압파 발생의 주 영향요인으로 알려져 있는 열차의 속도(V_{tr}), 터널의 반경(R_{tn}), 전두부의 세장비(S), 6개의 전두부 형상정의함수에 대한 가중치값(W1~W6)으로 총 9개이다. 터널의 반경(R_{tn})은 열차-터널 단면적비를 구하고자 할 때 열차의 단면적은 고정시킨 상태에서 터널의 단면적을 계산하기 위한 값이다. 터널의 반경(Rtn)은 터널의 단면적을 2차원의 원으로 환산하였을 때 원의 반경으로 한다. 전두부의 세장비는 열차의 반경(R_{tr})과 전두부의 길이(L)의 비율로 정의한다. 형상함수의 가중치값은 실제의 하한값과 상한값을 각각 -1과 1로 환산한 정규값을 사용한다. 각 설계 변수들의 설계범위 및 초기값은 Table 1과 같다.



Model
Nose_shape
Weight_Factor
W1 0
W2 0
W3 0
W4 0
W5 0
W6 0
Nose_data
Grid_Generator
Parameters
Tunnel_Radius 5.836
Train_Radius 1.693
Nose_Selection 2
Nose_Slenderne... 3.82
Grid_Data
Solver
Train_Velocity 350
Micro_Pressure
Max_micro
Max_micro 47.2989
Optimizer

Fig. 1 Integrated Frame in ModelCenter

목적함수는 최대 미기압파(Micro-pressure wave)이며 단위는 Pa이고 터널 출구로부터 20m지점에서 측정한 값을 사용한다.

Table 1 Design variables and range

Design variable(unit)	Range	Initial Value
V_{tr} (km/h)	$250<V_{tr}<350$	350
R_{tn} (m)	$5.046<R_{tn}<5.836$	5.836
S	$2<S<5$	3.82
W1 ~ W6	-1<W1~W6<1	0

2.2 D-optimal 실험 계획

전산실험계획은 실험이 아닌 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 데이터를 얻는 과정을 수행하기 때문에 반복해석을 수행하여도 일반적으로 실험에서 발생하는 랜덤오차가 발생하지 않는다. 따라서 전산실험에서는 최대 3수준을 사용하는 기존의 실험계획보다는 "space filling"이라는 개념을 사용하여 최소 5수준 이상을 적용하여 설계영역 전체를 실험점으로 균일하게 채워주고 있으며 Owen이 제시한 랜덤직교배열 및 Latin Hypercuve sampling 등을 많이 적용하고 있다. 본 연구에서는 Owen이 제시한 9개 설계변수에 대한 9수준의 랜덤직교배열을 사용하여 162개의 실험점들을 생성한 후, D-optimal 실험계획법을 적용하여 이 중에서 최적의 실험점들만을 선택하였다. D-optimal 계획법은 설계변수가 7개 이상으로 많아질 경우 Fedorov의 교환 알고리즘을 적용하여 최대 분산을 최소화시키는 실험점들을 선택해 준다. 또한 실험자가 원하는 실험회수를 지정할 수 있으므로 전산실험의 회수를 획기적으로 감소시키는 것이 가능하다.

기존의 실험계획법을 사용할 경우 9개의 설계변수에 대한 3수준의 다원배치법(Full Factorial)은 3^9=19683회가 된다. 1차항의 선행설계를 수행한 후 2차 항으로의 확장이 가능하여 순차적인 설계를 수행할 수 있어 가장 많이 사용되는 중심합성법의 경우도 2^9+2*9+1=531회로실제 적용이 불가능하다. 그러나, 일반적으로 D-optimal 계획법에 의한 해석 회수는 9개의 설계변수에 대한 2차 반응표면 모델을 만들 경우 미지변수 55개의 1.5배에서 2배 정도의 회수이면 가능하다.

따라서 본 연구에서는 랜덤직교배열을 통해 만들어진 162개의 실험점 중 D-optimal 계획법을 이용하여 최종 100개의 실험점을 선택하였다. 선택된 실험점에 대한 미기압파 해석은 ModelCenter 내에서 구성된 프레임과 DOE 툴을 사용하여 Fig. 2와 같이 자동실행하였다. Fig. 2의 오른쪽 창은 D-opimal 실험계획을 위한 설계변수 및 목적함수의 설정하여 작성한 DOE 테이블을 나타내며 왼쪽 창은 총 100회에 대한 실험을 자동으로 수행하는 모습을 보여준다.

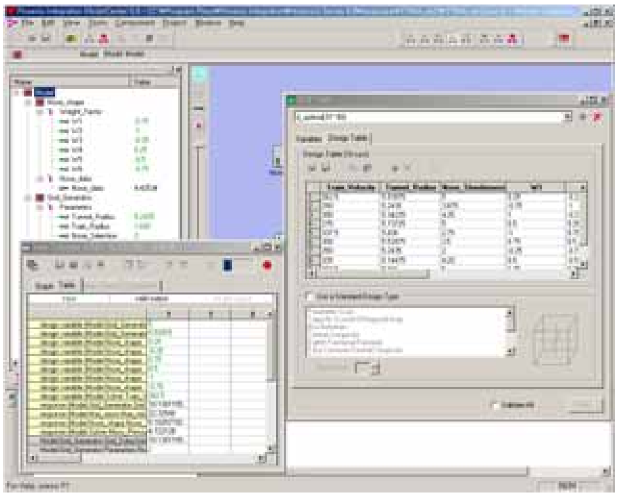


Fig. 2 D-optimal simulation in ModelCenter

2. 반응표면모델

3.1 반응표면모델

전산실험을 통해 얻은 데이터들을 바탕으로 식 (1)과 같은 반응표면모델을 구성한다.

$$y = X\beta + \varepsilon \tag{1}$$

여기서 y는 반응함수로서 최대미기압파이며 X는 설계변수들의 행렬이다. β는 반응표면모델의 계수항으로서 다음과 같은 최소제곱법을 통하여 구할 수 있다.

$$L = \sum \varepsilon^2 = \sum (y - X\beta)^T (y - X\beta)$$

$$\left.\frac{\partial L}{\partial \beta}\right|_b = -2X^T y + 2X^T X b = 0$$

$$\therefore b = (X^T X)^{-1} X^T y \tag{2}$$

따라서, 식(1)은 다음과 같은 최종 추정식으로 표현할 수 있다

$$y_{est} = Xb = X[(X^T X)^{-1} X^T y] \tag{3}$$

y_{est}는 반응표면 모델에 의한 y의 추정값이고 y는 미기압파 해석프로그램에 의해서 구해진 실제값 을 의미한다. 반응표면모델 구성을 위해 사용된 D-optimal 계획법은 (2)식의 $|X^T X|$의 값을

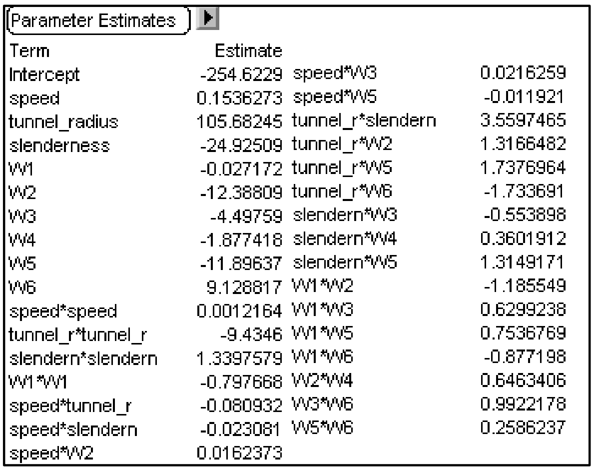
최대화 함으로써 분산을 최소화시켜주는 이론을 바탕으로 한다. 식 (3)을 통해 구한 반응표면 모델의 통계적인 신뢰성을 검증하기 위해 결정계수 R2을 주로 사용한다. 그러나 결정계수는 그 중요성의 유무와 상관없이 변수가 증가할수록 높아지는 단점을 가지고 있으므로 이를 보완하기 위해 조정결정계수 R_{adj}^2이 사용된다. 조정결정계수는 불필요한 변수가 추가되었을 때 그 값이 감소함으로써 필요한 변수들만의 선택에 유용하게 사용된다. 결정계수는 분산분석표(ANOVA,Analysis Of Variance)에서의 회귀제곱합(SSR, Regression sum of squares), 잔차제곱합(SSE, Residual sum of squares)총제곱합(SST, Total sum of squares), 을 통해 식 (4),(5)와 같이 구할 수 있다.

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST} \qquad (4)$$

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{SSE/(n-p)}{SST/(n-1)} \qquad (5)$$

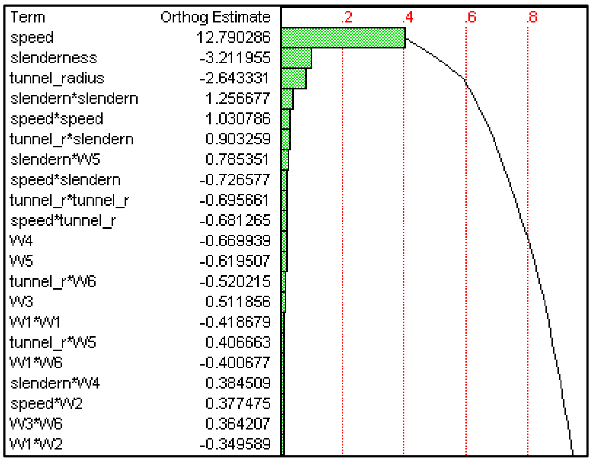
여기서 n은 전체 실험 회수이며 p는 반응표면모델을 구성할 계수의 개수를 의미한다.

본 연구에서는 반응표면모델구성과 ANOVA분석을 위해 JMP(10)라는 통계분석프로그램을 사용하였다. 반응표면 모델을 구성함에 있어서 불필요한 변수들을 제거함으로써 모델의 정확도와 간편성을 높일 수 있는 변수선택법이 사용된다. 일반적으로 순차적 회귀법이 많이 사용되고 있으며 순차적 회귀법에는 부분 F검정, t검정, Mallow의 Cp검벙 등을 사용하는 전방선택법, 후방선택법, 두가지를 결합한 선택법이 있다. 우선 각 설계변수의 2차항,1차항 55개를 모두 포함하는 반응표면모델에 대한 결정계수 R^2값은 99.45, 수정결정계수 R_{adj}^2값은 98.79임을 알 수 있었다. 전방선택법을 사용함으로써 불필요한 변수항을 제거한 결과 초기 55개에서 32개로 변수항을 46% 줄일 수 있었다. 반면에 R^2값은 99.35, R_{adj}^2값은 99.04으로 신뢰도는 오히려 조금 증가한 것을 알 수 있다. Fig.3 은 최종적으로 구성된 반응표면모델을 보여주고 있으며 Fig.4 는 미기압파에 대한 각 변수항들의 기여도를 나타내는 파레토 차트이다. 파레토 차트를 통해 열차 속도의 기여도가 가장 높으며 다음으로 전두부 세장비와 터널 반경이고 형상함수의 가중치는 상대적으로 기여도가 작음을 알 수 있다.


Parameter Estimates

Term	Estimate		
Intercept	-254.6229	speed*W3	0.0216259
speed	0.1536273	speed*W5	-0.011921
tunnel_radius	105.68245	tunnel_r*slendern	3.5597465
slenderness	-24.92509	tunnel_r*W2	1.3166482
W1	-0.027172	tunnel_r*W5	1.7376964
W2	-12.38809	tunnel_r*W6	-1.733691
W3	-4.49759	slendern*W3	-0.553898
W4	-1.877418	slendern*W4	0.3601912
W5	-11.89637	slendern*W5	1.3149171
W6	9.128817	W1*W2	-1.185549
speed*speed	0.0012164	W1*W3	0.6299238
tunnel_r*tunnel_r	-9.4346	W1*W5	0.7536769
slendern*slendern	1.3397579	W1*W6	-0.877198
W1*W1	-0.797668	W2*W4	0.6463406
speed*tunnel_r	-0.080932	W3*W6	0.9922178
speed*slendern	-0.023081	W5*W6	0.2586237
speed*W2	0.0162373		

Fig.3 Response Surface Model



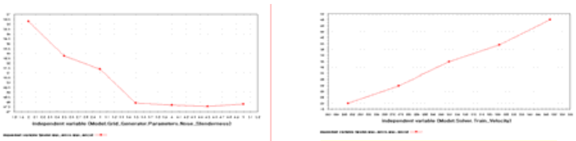
Term	Orthog Estimate
speed	12.790286
slenderness	-3.211955
tunnel_radius	-2.643331
slendern*slendern	1.256677
speed*speed	1.030786
tunnel_r*slendern	0.903259
slendern*W5	0.785351
speed*slendern	-0.726577
tunnel_r*tunnel_r	-0.695661
speed*tunnel_r	-0.681265
W4	-0.669939
W5	-0.619507
tunnel_r*W6	-0.520215
W3	0.511856
W1*W1	-0.418679
tunnel_r*W5	0.406663
W1*W6	-0.400677
slendern*W4	0.384509
speed*W2	0.377475
W3*W6	0.364207
W1*W2	-0.349589

Fig. 4 Pareto Chart

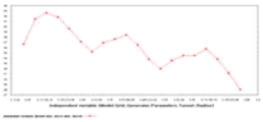
3. 근사최적화

3.1 설계변수들의 파라메트릭 스터디

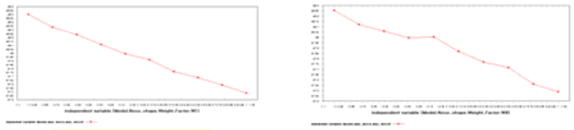
각 설계변수들이 미기압파에 미치는 영향을 파악하기 위하여 파라메트릭 스터디를 수행하였다. 최대 미기압파를 출력값으로 하여 각 설계변수를 해당 설계영역 내에서 변화시킨 결과 Fig.5와 같은 결과를 얻을 수 있었다. Fig.5를 통해 설계변수들에 대한 최대미기압파의 변화가 비선형성이 강하지 않으며 비교적 단순한 형태로 변화하고 있음을 알 수 있다. 또한 열차의 속도가 클수록



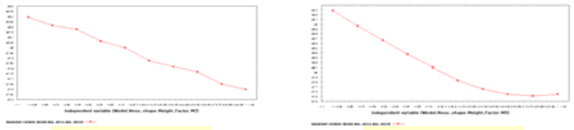
전두부 세장비 (2 < S < 5)　　열차 속도 (250<Vtr< 350)



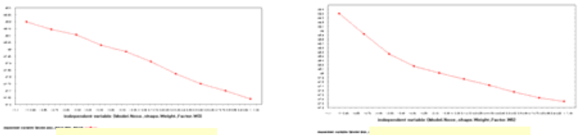
터널 반경 (5.046 <Atn< 5.836)



(-1 < w1 < 1)　　(-1 < w4 < 1)



(-1 < w2 < 1)　　(-1 < w5 < 1)



(-1 < w3 < 1)　　(-1 < w6 < 1)

Fig. 5 Parametric studies of design variables

미기압파는 증가하고, 터널의 반경과 전두부의 세장비는 클수록 감소함을 알 수 있다. 전두부 형상정의 함수의 가중치값들은 6개의 조합을 통해 미기압파에 영향을 미치게 된다.

3.2 순차적이차계획법을 이용한 최적화

각 변수들의 미기압파에 대한 비선형성이 강하지 않고 반응표면모델을 통해 2차식 형태로 표현하였으므로 순차적이차계획법(SQP, Sequential Quadratic Programming) 최적화 알고리즘을 적용하였다. 순차적이차계획법은 기존의 선형근사화를 이차 근사화까지 확장시킴으로써 수렴속도와 정확도를 향상시킨 알고리즘이다. 최적화를 수행하기 전에 각 변수들의 초기값에 대한 최대미기압파 값을 구해본 결과 47.55Pa로 나타났다. 초기값은 한국형고속전철을 기준으로 열차속도 350km, 터널 반경 5.836m, 전두부 세장비 3.82, W1~W6는 중간값인 0으로 설정하였다. 최적화 문제는 수식 (6)으로 표현된다.

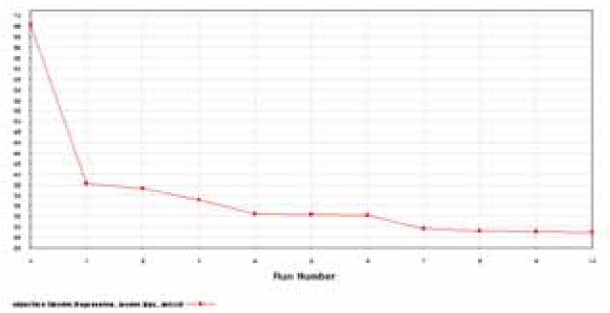


Fig.5 Result of optimization

$$\text{Minimize} \qquad f\ (V_{tr}, R_{tn}, S, W1\sim W6) \qquad (6)$$

$$250\text{km} \leq V_{tr} \leq 350\text{km},\quad 5.046\text{m} \leq R_{tn} \leq 5.836$$
$$2 \leq S \leq 5,\ -1 \leq W1\sim W6 \leq 1$$

여기서 f는 터널출구에서의 최대미기압파를 말한다. 구성된 반응표면모델에 대하여 ModelCenter 프로그램 내의 최적화 툴을 사용한 결과 Fig.6 과 같이 10번의 수렴과정을 거쳐 최적값에 도달하였다. 최소화된 최대미기압파는 16.13Pa 이었으며 그 때의 열차속도= 250km/h, 터널 반경= 5.836m, 전두부 세장비=4.136, W1=-1, W2=-1, W3=-1 W4=1, W5=-1, W6=1로 나타났다. 실제값과의 비교를 위하여 최적값으로 도출한 설계변수들의 값을 실제해석 프로그램에 적용하여 최대미기압파

Table 2 Comparison of Results

	Estimated Value(Pa)	Exact Value(Pa)	Error(%)
Initial Micro-pressure	49.13	47.55	3.3 %
Minimum Micro-pressure	16.13	17.2	6.2 %

Table 3 Comparison of Results at fixed velocity

	Estimated Value(Pa)	Exact Value(Pa)	Error(%)
Initial Micro-pressure	49.13	47.55	3.3 %
Minimum Micro-pressure	42.2	43.7	2.0 %

를 구하였다. 그 결과 17.2Pa로 6%의 적은 차이로 유사한 결과를 보임을 알 수 있었다. 이는 초기값과 비교하여 63.8% 감소한 수치이다. 그러나 최대미기압파에 대한 열차속도의 기여도가 다른 설계변수에 비해 매우 높고 실제 열차의 속도를 크게 변화시키는 데에 어려움이 있으므로 그 값을 초기값 350km/h로 고정하여 다시 최적화를 수행해 본 결과 43.07Pa로써 9.5% 감소하는 데 그쳤다. 각 경우에 대한 반응표면모델을 통한 추정값과 실제 해석프로그램값과의 비교는 Table.2에 정리하였다. 열차속도를 350km/h로 고정하였을 때의 결과는 Table.3과 같다. 오차는 2~6%정도로 비교적 잘 맞는 결과를 보였다.

4. 결 론

본 연구에서는 고속전철의 터널 통과시 발생하는 미기압파를 최소화시키기 위해 근사최적화를 수행함으로써 열차-터널 조건의 최적값을 도출하고자 하였다. Owen의 랜덤직교배열과 D-optimal 계획법을 통해 구성한 반응표면모델은 실제 해석프로그램을 적은 오차 내에서 반영하고 있다. 반응표면 모델을 구성함에 있어서 변수선택법으로 순차적회귀법 중 전방선택법을 사용함으로써 불필요한 변수항을 제거하여 모델의 정확도 및 간편성을 높일 수 있었다. 각 설계변수들의 최대미기압파에 대한 기여도는 분석결과 열차의 속도, 전두부 세장비, 터널 반경, 전두부의 형상함수 가중치 값 순으로 나타나며 열차의 속도가 미치는 영향이 매우 큰 데 반해 형상함수 가중치에 의한 변화는 크지 않음을 알 수 있었다. 반응표면모델에 대하여 순차적이차계획법(SQP) 최적화 알고리즘을 적용하여 초기값 47.55Pa보다 63.7% 감소한 17.2Pa로 최소화시킬 수 있었다. 그러나 최대미기압파에 대한 열차의 속도가 미치는 기여도가 매우 크므로 열차의 속도를 초기값 350km로 고정시킬 경우에는 9.5% 감소한 43.07Pa을 보였다. 최대미기압파는 열차의 속도가 낮을수록 터널의 반과 전두부 세장비는 클수록 저감됨을 알 수 있다. 또한 전두부 형상함수의 6개 가중치값은 하한값과 상한값의 조합을 통해 최적값이 구성되었다. 오랜 해석시간과 복잡한 방법을 요구하여 직접적인 최적화와 설계변수들의 경향파악이 어려운 실제 미기압파 해석 프로그램은 근사화모델을 구성함으로써 최적화시키는 것이 유용함을 알 수 있었다. 실제 열차의 속도를 낮추면 운행시간이 증가하고, 감속에 의한 에너지 효율의 감소가 예상된다. 따라서 열차 속도의 변화 범위를 최소화시킨 상태에서 압력저항과 같은 구속조건을 추가하여 다른 변수들에 대한 근사화 모델을 구성한다면 좀 더 정확도를 높이고 실질적인 최적값의 도출이 가능할 것으로 예상된다.

참고문헌

(1) Kyung-Jin, Hong, 2000, A study on the Construction of Response Surface for Design Optimization, KSME, Vol.24, No.6, 1408~1418

(2) Min-Soo, Kim, 2002, Augmented D-optimal Design for Effective Response Surface Modeling and Optimization, KSME, Vol.16, No.2, 203~210

(3) Hyeok-bin, Kwon, 2001, Nose Shape Optimization of High Speed Train for Minimization of Tunnel Sonic Boom, Series C, Vol.44, No.3, 890~899

(4) Myers, Montgomery, 1995, Response Surface Methodology - Process and Product Optimization Using Designed Experiments, John wiley & Sons, New York

(5) Arora, J.S, 1989, Introduction to Optimum Design, McGraw-Hill

(6) Garret N.Vanderplaats, 1984, Numerical Optimization Techniques for Engineering Design, McGraw-Hill

(7) Box, M.J. and Draper, N.R., 1971, "Factorial Designs, the |X'X| Criterion and Some Related Matters", Technometrics, 13, 731~742

(8) Owen, Art B., 1992, Orthogonal Arrays for computer experiments, Integration and Visualization , Statistica Sinica, 2,439~452

(9) Phoenix Integration Inc., 2001, ModelCenter v.3.0 User's Guide

(10) SAS, Inc(1998), "JMP User's Guide".