압전체가 부착된 보의 다목적 상태궤환제어

박철휴† · 홍성일* · 박현철**

Multiobjective State-Feedback Control of Beams with Piezoelectric Devices

Chulhue Park, Seongil Hong and Hyunchul Park

Key Words : Piezoelectric material(압전재료), Linear matrix inequalities(선형행렬부등식), Multiobjective control (다목적제어), Vibration control(진동제어)

Abstract

The performance of a mixed H_∞ / H_2 design with pole placement constraints based on robust vibration control for a piezo/beam system is investigated. The governing equation of motion for the piezo/beam system is derived by Hamilton's principle. The assumed mode method is used to discretize the governing equation into a set of ordinary differential equation. A robust controller is designed by H_∞ / H_2 feedback control law that satisfies additional constraints on the closed-loop pole location in the face of model uncertainties, which are derived for a general class of convex regions of the complex plane. These constraints are expressed in terms of linear matrix inequalities (LMIs) approach for the multiobjective synthesis. The validity and applicability of this approach for vibration suppressions of SMART structural systems are discussed by damping out the multiple vibrational modes of the piezo/beam system.

1. 서 론

최근에는 재료과학의 발전에 힘입어 기능성 재료들이 많이 개발되었고 이러한 재료들을 진동제어 분야에 응용하면 구조물에 추가적인 질량 부가 없이 감지기와 작동기로 이용할 수 있다는 장점이 있다.(1) 본 논문에서는 이러한 지능 구조물이 외란에 의한 영향을 제거하거나 불확실한 시스템의 안정화를 위하여 H_∞ 와 H_2 제어기를 압전/보 시스템의 진동제어를 위하여 적용하고자 한다.(2) 하지만 H_∞ 제어는 주파수 영역에서 설계되기 때문에 시간영역에서의 응답을 개선하기 어렵다. 그러므로 극점의 구속조건을 추가하여 시간영역에서의 성능조건은 극점의 위치에 의해 결정되게 하여 시간영역과 주파수영역에서의 여러가지 성능조건은 선형구속 조건으로 표현될 수 있다.

이와 같이 여러 개의 선형구속 조건을 만족하면서 최적의 해를 찾아내는 방법 중에서 선형행렬부등식 (LMIs) 을 이용하면 다양한 구속조건이 추가되어도 내부점 최적화 기법을 이용하여 유한한 시간 안에 해를 구할 수 있다.(3) 본 논문에서는 빔의 진동을 제어하는데 있어 H_∞ 성능조건과 극점배치의 구속조건을 동시에 만족하면서 H_2 성능조건을 최소화하는 LMIs 기반의 다목적 제어 방법을 제시하고자 한다.

† 포항공과대학교 기계공학과
E-mail: drparkch@postech.ac.kr
TEL: (054)279-2962 FAX : (054)279-5899
* 포항공과대학교 기계공학과 대학원
** 포항공과대학교 기계공학과

2. 압전/보 시스템 방정식

제안된 지능구조물을 Fig. 1 에 나타내었다.

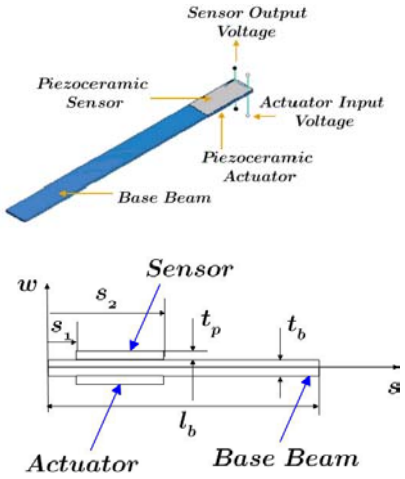

Fig. 1 Schematic diagram of smart structure

외팔보의 길이는 l_b, 폭은 b_b, 두께는 t_b, 밀도는 ρ_b, 탄성계수는 E_b 로 나타내고 PZT 의 두께는 t_p, 탄성계수는 E_p, 압전상수는 d_{31} 로 각각 나타낸다.

오일러 베르누이 보로 생각하고 PZT 는 보에 완전하게 접착되어있다고 가정한다. PZT 의 구성 방정식은 기계적 응력 σ 와 변형율 ε, 전기장의 세기 E, 전기변위(electric displacement) D 로 구성된다. 구성 방정식은 다음과 같다[4].

$$\begin{bmatrix}\sigma\\ E\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}E_p & -h_{31}\\ -h_{31} & \beta_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon\\ D\end{bmatrix} \tag{1}$$

여기서 h_{31} 은 압전상수이며 β_{33} 은 유전상수이다. 압전 보 시스템의 운동에너지는 다음과 같다[5].

$$T = T_b + 2T_p \tag{2}$$
$$T_b = \frac{1}{2}\int_0^{l_b}\rho_b A_b\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 ds$$
$$T_p = \frac{1}{2}\int_0^{l_b}\rho_p A_p\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)^2 \left[H(s-s_1)-H(s-s_2)\right]ds$$

여기서 T_b 는 기저보의 운동에너지며 T_p 는 압전재료의 운동 에너지이다. H 는 Heaviside 함수이다. 변형율 에너지는 다음과 같다.

$$U = U_b + U_s + U_a \tag{3}$$

$$U_b = \frac{1}{2}\int_0^{l_b} E_b I_b\left(\frac{\partial^2 w}{\partial s^2}\right)ds,$$
$$U_a = \frac{1}{2}\int_V\left(\varepsilon\sigma + E_a D_a\right)dV$$
$$= \frac{1}{2}\int_0^{l_b}\left[E_P I_P\left(\frac{\partial^2 w}{\partial s^2}\right)+2A_p h_{31} D_a z_n\left(\frac{\partial^2 w}{\partial s^2}\right)\right.$$
$$\left.+A_p\beta_{33}{D_a}^2\right]\left[H(s-s_1)-H(s-s_2)\right]$$
$$U_s = \frac{1}{2}\int_V \varepsilon\sigma dV$$
$$= \frac{1}{2}\int_0^{l_b}\left[E_p I_p\left(\frac{\partial^2 w}{\partial s^2}\right)\right]\left[H(s-s_1)-H(s-s_2)\right]ds$$

그리고 가상일은 두 부분으로 나뉘는데 첫 번째는 외부 힘이 한 일이고 두 번째 부분은 구조물이 가해지는 감쇠 부분이다.

$$\delta W = \int_0^{l_b} f(s,t)\delta w ds - \int_0^{l_b} c_b\frac{\partial w}{\partial s}\delta w ds, \tag{4}$$

다음의 해밀턴 원리로부터 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\delta H = \delta\int_{t_1}^{t_2}(T-U+W)dt = 0, \tag{5}$$

앞에서 유도한 에너지 식을 해밀턴 원리에 해당하는 부분에 대입하여 정리하면 다음의 운동방정식을 구할 수 있다.

$$\rho_b A_b\left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right)+c_b\left(\frac{\partial w}{\partial t}\right)+E_b I_b\left(\frac{\partial^4 w}{\partial s^4}\right)$$
$$+2\left[\rho_p A_p\left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right)+E_p I_p\left(\frac{\partial^4 w}{\partial s^4}\right)\right]\left[H(s-s_1)-H(s-s_2)\right] \tag{6}$$
$$= f(s,t)-\frac{1}{2}b_p h_{31} D_a t_p(t_b+t_p)\left(\frac{\partial^2}{\partial s^2}\left[H(s-s_1)-H(s-s_2)\right]\right).$$

아래와 같은 모드 형상함수를 이용하면 식 (6)을 각각의 모드로 분리된 상미분 방정식을 이끌어낼 수 있다[6].

$$w(s,t) = \sum_{i=1}^{\infty}\psi_i(s)\eta_i(t), \tag{7}$$

여기서

$$\psi_i(s) = \sin\beta_i s - \sinh\beta_i s + \alpha_i(\cosh\beta_i s - \cos\beta_i s),$$
$$\alpha_i = (\sin\beta_i l_b + \sinh\beta_i l_b)/(\cos\beta_i l_b + \cosh\beta_i l_b)$$

모드 형상함수를 식 (6)에 이용하면 상미분 방정식으로 표현할 수 있다.

$$M_i\ddot{\eta}_i(t)+C_i\dot{\eta}_i(t)+K_i\eta_i(t) = f_{i,ext}+f_{i,piezo}, i=1,2,...,\infty \tag{8}$$

여기서

$$M_i = \rho_b A_b\int_0^{l_b}\psi_i(s)^2 ds$$
$$+2\rho_p A_p\int_0^{l_b}\psi_i(s)^2\left[H(s-s_1)-H(s-s_2)\right]ds,$$
$$C_i = c_b\int_0^{l_b}\psi_i'(s)^2 ds,$$
$$K_i = E_b I_b\int_0^{l_b}\psi_i''(s)^2 ds$$
$$+2E_p I_p\int_0^{l_b}\psi_i''(s)^2\left[H(s-s_1)-H(s-s_2)\right]ds,$$
$$f_{i,ext} = \int_0^{l_b}\psi_i(s)f(s,t)ds,$$
$$f_{i,piezo} = -\frac{1}{2}b_p d_{31}E_p V_c(t)\left(h_b+h_p\right)\int_0^{l_b}\psi_i(s)\left[\delta'(s-s_1)\right.$$
$$\left.-\delta'(s-s_2)\right]ds.$$

$V_c(t)$ 는 작동기의 입력 전압이다.

다음으로 감지기 층에서 얻어지는 전압식을 유도하기로 한다. 압전체의 전하는 변형율에 비례하여 발생한다.[7]

$$q(s,t) = \left(\frac{k_{31}}{g_{31}}\right)^2\varepsilon_c(s,t)b_p, \tag{9}$$

여기서 k_{31} 은 전기기계 연성계수이며 g_{31} 은 압전 응력상수 (piezoelectric stress constant) 이다. 압전체는 일종의 커패시터(capacitor)이기 때문에 아래와 같은 전압식을 얻을 수 있다.

$$V_s(t) = \frac{1}{C(s_2 - s_1)} \sum_{i=1}^{\infty} \left[\int_0^{l_b} \left(\frac{t_b}{2} + t_p \right) \frac{{k_{31}}^2}{g_{31}} \frac{\partial^2 \psi_i}{\partial s^2} \times \left[H(s - s_1) - H(s - s_2) \right] \right] \eta_i(t) \tag{10}$$

C 는 단위 면적당 커패시터이며 $b_p(s_2 - s_1)$ 은 압전체의 면적이다.

3. 설계조건의 선형행렬 부등식

식 (8)은 다음과 같은 모달 방정식으로 변환하여 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\eta}_i(t) + 2\varsigma_i \omega_i \dot{\eta}_i(t) + \omega_i^2 \eta_i(t) = \overline{f}_{i,ext} + \overline{f}_{i,piezo}, \tag{11}$$

$\eta_i(t), \omega_i, \varsigma_i$ 는 각각 모달 변위, 모달주파수, 모달 감쇠에 해당한다. 분리된 모달 방정식 (11)과 감지기 운동방정식 (10)는 아래의 상태 궤환 제어의 폐루프 시스템의 상태공간 방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (A + B_u K)x(t) + B_w w(t) \\ z_\infty(t) &= (C_\infty + D_{\infty u} K)x(t) + D_{\infty w} w(t) \\ z_2(t) &= (C_2 + D_{2u} K)x(t) + D_{2w} w(t). \end{aligned} \tag{12}$$

여기서 $x(t)$ 는 상태변수, $u(t)$ 는 제어입력, $w(t)$ 는 외란, $z_\infty(t)$ 와 $z_2(t)$ 는 제어된 출력변수, $y(t)$ 는 측정변수이다. $T_{wz_\infty}(s)$ 와 $T_{wz_2}(s)$ 는 각각 w 에서 z_∞ 과 z_2 로의 전달함수를 나타낸다.

3.1 H_∞ 성능조건

H_∞ 성능조건은 모델의 불확실성에 대해 강인 안정성을 보장하며 외란에 대한 영향을 최소화 할 수 있다.[8-10] 제어목적은 폐루프 전달함수의 H_∞ 노옴이 주어진 값 γ보다 작게 만드는 상태궤환 이득을 찾는 것이다. 이제 아래 식을 만족하는 이차의 Lyapunov 함수 $V(x) = x^T P x, P > 0$ 존재한다고 가정하자. [11]

$$\frac{d}{dt} V(x(t)) + {z_\infty}^T(t) z_\infty(t) - \gamma^2 w^T(t) w(t) < 0. \tag{13}$$

그러면 $V(x(T)) \geq 0$ 이므로 이것은 곧 $\frac{\| z_\infty(t) \|_2}{\| w(t) \|_2} < \gamma$ 를 의미한다. 식 (13)은 Schur 분해법을 이용하여 정리하고 선형화하기 위해서 $L = KQ_\infty$ 를 도입한후 다음의 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} AQ_\infty + Q_\infty A^T + B_u L + L^T B_u^T & B_w & Q_\infty C_\infty^T + L^T D_{\infty u}^T \\ B_w^T & -\gamma^2 I & D_{\infty w}^T \\ C_\infty Q_\infty + D_{\infty u} L & D_{\infty w} & -I \end{bmatrix} < 0,$$
$$Q_\infty > 0 \tag{14}$$

여기서 $Q_\infty = P_\infty^{-1}$ 이다. 식 (14)을 만족하면서 γ 를 최소화하는 최적의 해를 찾는 것이 최적화 문제의 목표가 되겠다.

3.2 H_2 성능조건

H_2 상태궤환 제어는 $w(t)$ 에서 $z_2(t)$ 로의 폐루프 전달함수 $T_{wz_2}(t)$ 를 내부적으로 안정화 시키면서 H_2 노옴을 최소화 시키는 제어게인 K 를 찾는 것이다[12].

$$\| T \|_2^2 := \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} trace\{ T(j\omega)^T T(j\omega) \} \tag{15}$$

따라서 $\| T_{wz_2} \|_2^2 < trace(C_{cl_2} Q_2 C_{cl_2}^T)$ 가 된다. 아래 식 (16)을 만족하는 대칭행렬 Q_2 와 Y 가 존재하면 $\| T_{wz_2} \|_2^2 < trace(C_{cl_2} Q_2 C_{cl_2}^T) < trace(Y)$ 가 성립한다.

$$\begin{bmatrix} AQ_2 + Q_2 A^T + B_u L + L^T B_u^T & B_w \\ B_w^T & -I \end{bmatrix} < 0,$$
$$\begin{bmatrix} Y & C_2 Q_2 + D_{2u} L \\ Q_2 C_2^T + L D_{2u}^T & Q_2 \end{bmatrix} > 0, Q_2 > 0. \tag{16}$$

최적화 문제의 해는 식 (16)를 만족하면서 Y 를 최소화하는 Q_2 와 L 을 찾는 것이다.

3.3 극점의 구속조건

선형시스템의 과도 시간에서의 응답은 극점의 위치에 영향을 받는다.[13] 다목적 제어에서 사용하게 될 두 가지 영역은 Fig. 2 에 나타난 것처럼 하나는 원추 (conic sector) 영역이며 다른 하나는 수직 막대 (vertical strip) 영역이다.

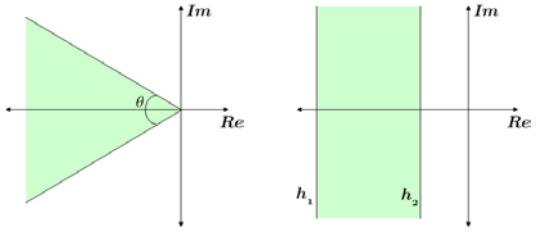

Fig. 2 Conic sector and vertical strip

내각 θ 를 가지고 중심이 원점에 있는 원추영역의 복소 평면상에서의 부등식과 수직 막대영역의 부

등식을 선형부등식 형태로 바꾸어 나타내면 원추 영역과 수직막대영역은 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} \sin\frac{\theta}{2}(A_{cl}Q_R + Q_R A_{cl}^T) & -\cos\frac{\theta}{2}(A_{cl}Q_R - Q_R A_{cl}^T) \\ \cos\frac{\theta}{2}(A_{cl}Q_R - Q_R A_{cl}^T) & \sin\frac{\theta}{2}(A_{cl}Q_R + Q_R A_{cl}^T) \end{bmatrix} < 0 \tag{17}$$

$$\begin{bmatrix} 2h_1 Q_R - (A_{cl}Q_R + Q_R A_{cl}^T) & 0 \\ 0 & (A_{cl}Q_R + Q_R A_{cl})^T - 2h_2 Q_R \end{bmatrix} < 0 \tag{18}$$

R_1과 R_2가 LMI 영역이라면 $R_1 \cap R_2$도 LMI 영역이기 때문에 시간영역의 성능조건을 만족시킬 수 있는 다양한 형태의 영역을 만들어 낼 수 있다.

4. 다목적 제어기의 설계

앞에서 열거한 시간 영역과 주파수 영역에서의 성능조건을 동시에 만족시키는 다목적 제어기를 설계하고자 한다[14].

a. 시스템의 LMI 안정성을 보장하고 최소한의 감쇠비를 가지는 영역에 극점을 배치시킨다.

b. $\| T_{wz_\infty} \| < \gamma$ 로 표현되는 H_∞ 성능조건을 만족시킨다.

c. 위에 열거한 두가지 성능조건을 만족시키면서 H_2 성능조건인 $\| T_{wz_2} \|_2$를 최소화 시킨다.

위 세 가지 조건을 만족시키는 공통 해를 구하기 위해서 $Q = Q_\infty = Q_2 = Q_R$ 라 둔다. 이렇게 함으로써 모든 성능조건이 하나의 Lyapunov 함수 $V(x(t)) = x^T Q^{-1} x$ 를 형성하게 된다. 이런 방법은 최적화 문제를 푸는 데 있어 다음과 같은 최적화 문제를 생각할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\textit{Minimize trace}(Y) \textit{ over } Q = Q^T > 0, Y = Y^T \textit{ and } L \\ &\textit{subject to the LMI} \text{ constraints} \\ &\begin{bmatrix} AQ + QA^T + B_u L + L^T B_u^T & B_w & QC_\infty^T + L^T D_{\infty u}^T \\ B_w^T & -\gamma^2 I & D_{\infty w}^T \\ C_\infty Q + D_{\infty u} L & D_{\infty w} & -I \end{bmatrix} < 0, \\ &\begin{bmatrix} Y & C_2 Q + D_{2u} L \\ QC_2^T + LD_{2u}^T & Q \end{bmatrix} > 0, \\ &\left[\alpha_{kl} Q + \beta_{kl}(AQ + B_u L) + \beta_{lk}(QA^T + L^T B_u^T) \right]_{1 \le k,l \le m} < 0. \end{aligned} \tag{19}$$

상태 궤환 제어 이득은 $K^* = L^*(Q^*)^{-1}$ 이며 H_∞ 성능지수는 γ^*를 넘지 않고 설계하고자 하는 영역 R 에 극점을 배치시키면서 H_2 성능지수는 $\sqrt{trace(Y^*)}$ 를 넘지 않는다.

5. 실험방법 및 결과

지능구조물의 다중모드 진동의 다목적 제어의 타당성을 검증하기 위해 수치적 시뮬레이션과 실험이 수행되었다. 최적 제어이득을 얻기 위한 수치적 시뮬레이션을 위해 MATLAB 의 *LMI Control Toolbox*[15]를 이용하였다. 사용한 시편은 기본 구조물인 알루미늄 보의 양쪽면에 Fuji 세라믹사의 압전세라믹을 보의 끝단 0.1㎝ 떨어진 곳에 에폭시를 이용하여 패치의 형태로 부착하였다. 한 쌍의 압전체는 두께방향으로 극화 (polling) 되었고 길이 방향으로 작동한다. Table 1 과 Table 2 에 수치모사와 실험에 사용한 알루미늄 보와 PZT 의 물리적, 기하학적 물성을 나타낸다.

Table 1 Aluminum properties

Property	Symbol	Value
Yong's Modulus	E_b	$69\times10^9\,Pa$
Density	ρ_b	$2700 kg/m^3$
Base Beam Width	b_p	$20.7mm$
Base Beam Thickness	t_b	$2mm$
Base Beam Length	l_b	$250mm$
End Point of PZT	s_2	$5.1cm$
Start Point of PZT	s_1	$0.1cm$

Table 2 PZT properties

Property	Symbol	Value
Yong's Modulus	E_p	$5.9\times10^{10}\,Pa$
Density	ρ_p	$7800 kg/m^3$
PZT Width	b_p	$20.7mm$
PZT Thickness	t_p	$0.267mm$
PZT Charge Constant	d_{31}	$-260\times10^{-12}(C/N)$
Coupling Coefficient	k_{31}	0.36
PZT Voltage Constant	g_{31}	$9.5\times10^{-3}(m^2/C)$

본 연구에서 사용한 전체적인 실험 장치도는 Fig. 3에 나타내었다. 보를 가진시키는 진동원으로 TIRA사의 Vib5200 전동식 가진기(eletro-dynamic exciter)를 사용하였고 감지기로 레이저 센스(LM200)를 자유단 끝 중앙에 설치하였다. 시스템 주파수 응답을 측정하기 위한 입력으로써 스펙트럼 분석기(HP3566A FFT)내 소스모듈에서 발생시키는 랜덤 전압을 이용하였고 주파수 응답을 구하기 위해 레이저에서 감지된 시스템 응답 시그널을

스펙트럼 분석기로 피드백 시켰다. 그리고 본 SMART 구조물은 D/A와 A/D를 변환하는 ISA보드 (PCL818, Advantech Co.)를 거쳐 컴퓨터와 접속된다.

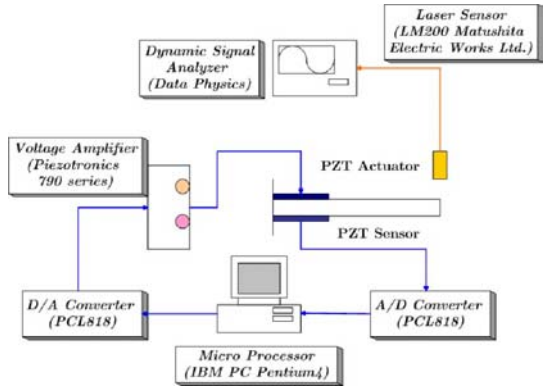

Fig. 3. Experimental apparatus for vibration control

상태관측기의 목적은 플랜트의 상태를 측정 할 수 없을 때 추정할 목적으로 이용한다. 분리이론 (Separation theorem)에 의해 Fig. 4 처럼 관측기와 제어기의 설계가 독립적으로 이루어 질 수 있으며 본 논문에서는 되먹임 시키고자 하는 상태변수는 모달 변위와 모달 속도로서 직접적인 측정이 불가능하다[16]. 시스템에서 측정된 출력 $\left[y(t)=Cx(t)\right]$ 과 관측기에서 미리 설계된 출력 $\left[\hat{y}(t)=C\hat{x}(t)\right]$ 의 차이 $\left[e(t)=x(t)-\hat{x}(t)\right]$ 를 줄임으로써 시스템을 안정화 할 수 있다. 게인 벡터를 적용한 점근 상태 예측기(asymptotic state estimator)의 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\hat{x}(t)}{dt}=\left(A-FC\right)\hat{x}(t)+B_u u(t)+F\left[y(t)-C\hat{x}(t)\right] \quad (20)$$

여기서 F 는 관측기의 이득이다. 관측기가 점근적으로 안정되기 위해서는 $(A\text{-}FC)$의 고유값(eigenvalue)이 음실수 부분 (negative real part) 에 존재하여야 한다. 본 연구에서는 제어기의 고유값 보다 허수축 (imaginary axis)에서 5 배 멀리 떨어지도록 관측기의 고유값을 설계하였다.

외란에 의한 영향을 제거하고 불확실한 시스템의 안정을 위해 위의 관측기의 설계 조건을 만족하면서 다음의 H_∞ / H_2 최적화 문제를 생각하였다.

$$Minimize \quad \| T_{wz_2} \|_2 \; subject\ to \| T_{wz_\infty} \|_\infty < \gamma \quad (21)$$

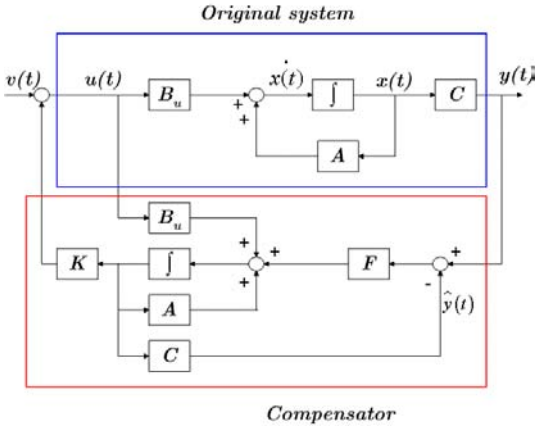

Fig. 4 Block diagram of system and state observer

여기서 H_∞ 와 H_2 의 성능지수는 동시에 최적화 될 수 없음을 알 수가 있으며 Trade off 문제가 발생한다. Fig.5 에서 볼 수 있듯이 H_∞ 성능조건 γ가 0.6 일 경우에 H_∞ 노옴 (norm)과 H_2 노옴이 동시에 최소값을 가지는 최적인 경우에 해당한다.

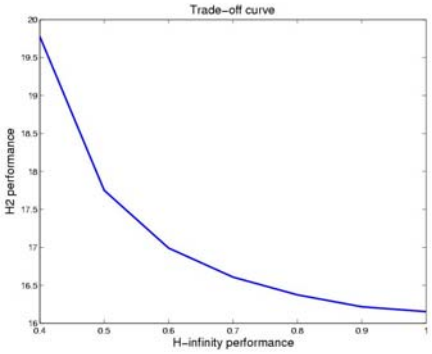

Fig. 5 Trade-off curve between H_∞ / H_2 performance

따라서 H_∞ 성능조건 γ가 0.6 인 경우에 극점 배치 구속 조건을 만족하면서 H_2 의 성능조건을 최소화 하였다. 기준모델의 경우 상태 궤환 제어기는 $\| T_{wz_\infty} \|_\infty = 0.22474 < \gamma = 0.6$ 과 $\| T_{wz_2} \|_2 = 4.4971 < trace(Y) = 16.99$ 의 성능값을 이론적으로 구한 다음 그에 상응하는 다목적 상태 궤환 최적제어 이득값을 구하였다. Fig. 6 와 Fig. 7 는 위에서 구한 다목적 상태 궤환 최적 제어 이득값을 실험에 적용하여 구한 랜덤 외란에 대한 시스템의 주파수 영역과 시간 영역에서의 응답효과를 보여준다. 1 차 진동모드에서 약 10dB 가 감소되었고, 2 차모드에서 약 3dB 가 감소, 3 차 모드에서는 약 7dB 의 최대 피크치 감소효과를 얻을 수 있었다. 그리하여 목표로 했던 보의 다중 모드 진동제어 효과를 얻을 수 가 있었다.

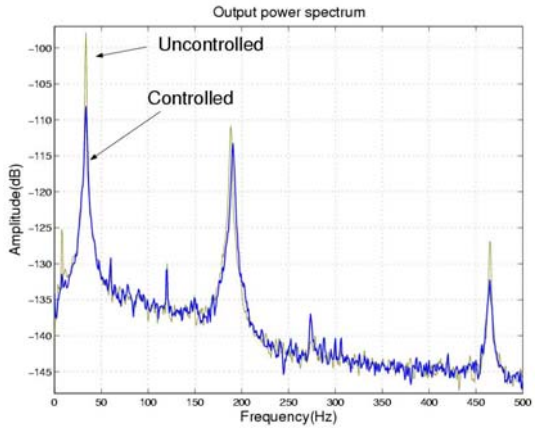

Fig. 6 The frequency response of the piezo/beam system.

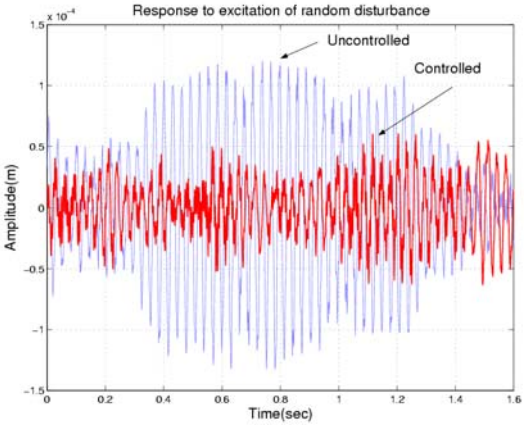

Fig. 7 The time response of the piezo/beam system.

6. 결 론

본 연구에서는 다목적 상태 궤환 제어기를 이용하여 압전/빔 구조물의 다중 진동 모드를 제어하였다. 해밀턴 원리를 이용하여 시스템에 대한 운동방정식을 유도하였고 감지기층에서 발생하는 감지전압을 유도하였다. 외란에 의한 영향을 최소화하거나 불확실한 시스템의 안정을 위하여 혼합된 H_∞ / H_2 제어기를 설계하였고 극점의 구속조건을 적용하여 시간영역에서의 응답을 결정하고 이러한 여러 가지 구속조건을 만족하면서 최적의 해를 찾아내는 선형행렬부등식을 사용하여 최적의 제어이득을 구할 수 있었다. 이렇게 이론적으로 구한 다목적 상태 궤환 최적 제어값을 실험에 적용하여 압전/빔 시스템의 다중 진동 모드 감쇠에 효과를 얻을 수 가 있었다.

참고문헌

(1) Tzou, H. S. and Anderson G. L., 1992, *Intelligent Structural Systems*, Kluwer Academic Publishers.

(2) Bernstein D. S. and Haddad W. M., 1989, "LQG control with an H_∞ performance bound: A Riccati equation approach", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 34, pp. 293-305.

(3) Khargonekar P. P. and Rotea M. A., 1991, "Mixed H_2 / H_∞ Control: A convex Optimization Approach", *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 36, No7, pp. 824-837.

(4) IEEE 1987 *IEEE standard on piezoelectricity* (IEEE Std 176-1987)

(5) Park C. H., 2003, "Dynamics Modeling of Beams with shunted Piezoelectric Elements", *J. of Sound and Vibration*, Vol. 268, pp.115-129.

(6) Rao S. S., 1995, *Mechanical Vibrations*, Addision Wesley.

(7) Pota H. R. and Alberts T. E., 1995, "Multivariable Transfer Functions for a Slewing Piezoelectric Laminate Beam", *Trans. of the ASME J. of Dyn. Syst, Meas, and Contr*, Vol. 117, pp. 352-359.

(8) Petersen I. R., 1987, "Disturbance Attenuation and H_∞ Optimization : A Design Method Based on the Algebraic Riccati Equation", *IEEE Trans. On Automatic Control,* Vol. 32, No. 5, pp. 427-429.

(9) Khargonekar P. P. , Petersen I. R., and Rotea M. A. ,1988, " H_∞ -Optimal Control with State-Feedback", *IEEE Trans. On Automatic Control*, Vol. 33, No. 8, pp. 786-188

(10) Gahinet P. and Apkarian P., 1994, "A Linear Matrix Inequality Approach to H_∞ Control", *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 4, pp. 421-448.

(11) Boyd S., Ghaoui L. E. and Feron E. and Balakrishnan V., 1994, *Linear Matrix inequalities in System and Control Theory*, SIAM.

(12) Scherer C., Gahinet P. and Chilali M., 1997, "Multiobjective Output-Feedback Control via LMI Optimization", *IEEE Trans. On Automatic Control*, Vol. 42, No. 7, pp. 896-911.

(13) Ogata K., 1997, *Modern Control Engineering*, Prentice-Hall.

(14) Chilali M. and Gahinet P., 1996, " H_∞ Design with Pole Placement Constraints : An LMI Approach", *IEEE Trans. On Automatic Control,* Vol. 40, No. 3, 1996, pp.358-367.

(15) Gahinet P., Nemirovski A., and Chilali M., 1995, "The LMI Control Toolbox, MathWorks.

(16) Antsaklis P. and Michel A., *Linear systems*, McGraw-Hill, 1997.