

# 비례제어 경사응답에 기반한 공작기계의 비례-병렬 제어기 설계

길형균<sup>†</sup> · 이건복<sup>\*</sup>

## A P-Parallel Controller Design based on P-Control Ramp Response in Machine Tool

Hyeong Gyeun Gil, Gun Bok Lee

**Key Words:** Ramp response(경사응답), Error plot(오차곡선), Graphical method  
(도해적 방법), Error model(오차모델)

### Abstract

The work presented here deals with controller design by graphical method based on proportional control ramp response. The design aims at the improvement of transient response, disturbance rejection capability, steady-state error reduction with stability preservation. The first step is to generate tracking-error curve with proportional control only and decide the added error signal shape on the error curve. The effectiveness of the proposed controller is confirmed through the simulation and experiment.

### 기호설명

$E_{ss}$  : 정상상태오차,  $E_a$  : 부가 오차  
 $E_0$  : 단위비례제어기인 일 때의 추적오차,  
 $E_1$  : 현재오차  $E_t$  : 총 오차  $\epsilon_c$ : 윤곽오차

### 1. 서 론

본 논문은 CNC 밀링머신을 이용한 절삭가공을 수행하는 시스템을 대상으로 한다. 이 시스템은 직교하는 2축에 의하여 각기 독립적으로 지령경로를 따라 운동하지만 결과적으로는 하나의 통합

된 경로추적 운동을 하게 되며, 이 경로가 공구의 운동경로가 된다. 기존의 많은 연구자들은 각 축을 독립적으로 제어하여 각각의 지령경로에 대한 추적성능을 향상시킴으로써 위치정밀성을 높이는 방식에 대한 연구를 수행하였으며 추적성능과는 무관하게 가공면의 윤곽오차를 정의하여 그 오차를 최소화하는 방식인 윤곽제어<sup>(1)</sup>에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 또한 공정의 고속화 경향에 따라 절삭가공 공정은 더욱 안정적이면서도 요구되는 정밀성을 보유할 수 있는 제어방식을 필요로 하고 있다. 추적제어 방식이나 윤곽제어 방식 모두 정확한 위치제어를 통한 가공 시간 단축 및 정밀성을 향상시켜 생산성을 높이는 데 그 목적이 있다. 이러한 공정에서는 위치의 오버슈트로 인한 절삭부의 과절삭은 허용되지 않는 경우가 많다. 따라서 고속화 경향에 합당한 안정적인고, 위치 정밀성이 높은 제어방식이 요구된다. 비례제어는 가장 단순하면서도 많이 사용되

<sup>†</sup> 숭실대학교 대학원 기계공학과

E-mail : waycon67@empal.com

TEL : (02)813-9065 FAX : (02)820-0668

<sup>\*</sup> 숭실대학교 기계공학과

는 제어 알고리즘의 하나이다. 하지만, 그 고유의 특성상 항상 정상상태 오차를 수반할 뿐만 아니라 안정성의 문제로 인하여 큰계인의 선정에는 제약을 받게 된다. 비례제어의 단점을 보완시켜 주는 만족스러운 제어 알고리즘은 바로 비례적분 (PI) 제어이다. 적분 제어동작은 아름다울 정도로 완벽하다. 하지만, 이 제어방식은 위치의 오버슈트가 허용되지 않을 경우에는 그 사용이 제한적일 수밖에 없다<sup>(2)</sup>. 그리고 윤곽제어 방식은 가공부 윤곽의 정밀성 향상에 목적을 두고 있기 때문에 추적오차를 줄일 수 없는 단점을 갖는다.

따라서 본 연구는 비례제어에 기초하면서도 적분 동작의 기능을 부여하여 정상상태오차의 감소뿐만 아니라 윤곽오차의 감소를 동시에 만족시킬 수 있는 제어기 설계방법을 제안한다. 제안된 방법은 단위크기의 비례제어를 수행하여 나타난 현상을 토대로 하며, 도해적인 전개 방법을 사용하여 제어 알고리즘을 구성한다. 따라서, 설계의 단순성 및 정상상태 오차량의 조정성을 보유할 수 있는 특징을 갖게 된다.

본 연구는 다음으로 구성된다. 2장은 제어 대상에 대한 모델링 및 특성을 기술한다. 3장은 비례계인의 특성 및 제안된 방법에 대한 설명과, 제어기설계 방법에 대하여 설명한다. 4장은 제어대상에 대한 시뮬레이션 및 실험을 통하여 제안된 방법에 대한 타당성을 검증하고, 5장에서 본 연구에 대한 결론을 맺는다.

## 2. 시스템 모델링 및 특성

### 2.1 모델링

제어 알고리즘의 성능 평가를 위한 플랜트 모델로는 CNC 머시닝센터의 이송구동장치에 장착되는 X-Y table을 사용한다. 각 축의 이송구동장치는 3상 AC서보모터, 5mm피치의 볼 스크류, 작업 테이블로 구성되며, 이송 서보드라이버는 Yaskawa 속도 서보팩(velocity servo pack)으로서 아날로그 비례-적분(PI)제어 방식에 의해 속도 피드백 제어가 수행된다. 위치 검출을 위하여 1회전당 1500개의 펄스를 발생하는 엔코더에 의

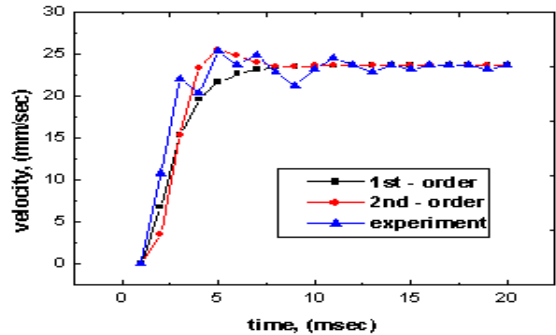


Fig. 1 Step response to system and 1st, 2nd order approximated model

해 이루어지며 이 펄스신호를 4채배하여 위치정밀도를 높였다. 서보드라이버에 표준시험신호로 계단 입력전압을 인가하여 500Hz의 샘플주파수로 100개의 데이터를 수집하였다.

a. 2차 지연형

$$G_i(s) = \frac{K_{vi}w_{ni}^2}{s^2 + 2\zeta_iw_{ni}s + w_{ni}^2}, \quad i = x, y$$

b. 1차 지연형 :

$$G_i(s) = \frac{K_{vi}}{\tau_{vi}s + 1}, \quad i = x, y$$

실험에 의한 실제응답과 근사적으로 구한 1차 및 2차 지연형 모델의 스텝응답을 Fig.1에서 나타내었다. 위의 1차지연형 모델을 제어기설계에 이용한다.

### 2.2 시스템 특성

실험에 사용된 시스템의 양(+)의 전압입력과 음(-)의 전압입력에 대한 속도 출력특성을 Fig. 2에 나타내었다. 또한, x축은 0.14V, y축은 0.04V까지의 무응답(dead zone) 구간을 나타내고 있다. 본 연구에서는 ±1V일 때의 계인에 대하여 전개하고, 무응답 구간은 발생하지 않는다고 가정한다.

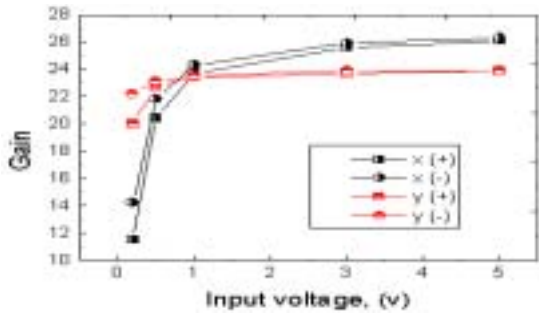


Fig. 2 Relation between input voltage and velocity loop gain

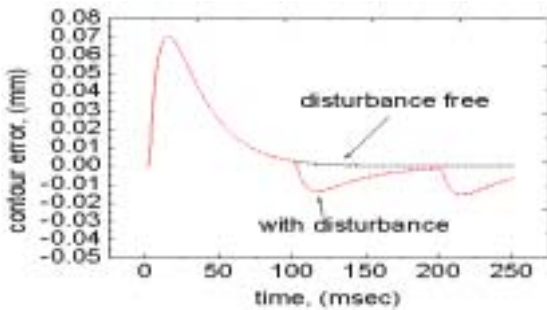


Fig. 3 Effect of a disturbance with PI control

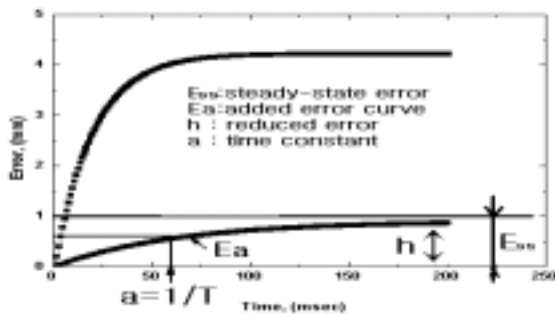


Fig. 4 Tracking Error and added error curve for unit gain P-control

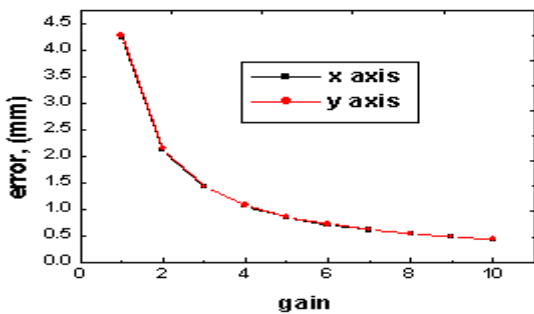


Fig. 5 Relation between tracking error and gain

### 3. 관련이론

#### 3.1 PI 제어 알고리즘

비례적분제어 알고리즘을 차분방정식으로 표현하면 다음과 같다<sup>(3)</sup>.

$$u_n = u_{n-1} + K_p(e_n - e_{n-1}) + K_i e_n$$

정상상태 진입 후에는 다음으로 축약된다.

$$u_n = u_{n-1} + K_i e_n$$

즉, 식의 두 번째 항은 현재의 동작상태엔 오차가 있음을 시스템에게 알려줌으로써 이전 입력에 그 오차량에 해당하는 입력량이 더해지게 된다. 시간이 흘러 오차=0이 되는 순간에서의 제어입력은 다음과 같다.

$$u_n = u_{n-1}$$

이때의 동작은 공작기계의 관점에서 추적오차 및 윤곽오차 모두 “0”인 상태에서 동작하게 된다. 하지만, 이 “오차=0”이라는 결과는 가공부의 윤곽의 입장에서는 큰 단점으로 작용할 수 있다. 왜냐하면, 작은 외란입력에도 임의의 방향으로의 동작을 나타내게 되고, 이것은 윤곽의 과, 부족 절삭으로 이어질 수 있기 때문이다. 그 예를 Fig.3에 나타내었다. Fig.3은 100스텝 당 x축 입력에 0.1V를 더해 주도록 외란입력을 생성하여 시뮬레이션을 통해 결과를 획득했다. 하지만, 위에서 설명한 제어기 동작의 개념을 내포한 제어기를 설계한다면 위의 문제를 해결할 수 있다.

#### 3.2 윤곽제어 알고리즘

윤곽제어 알고리즘은 다음과 같다<sup>(1)</sup>.

$$u(t) = K_p e(t) + G \epsilon_c$$

$$u(t) = (K_p + m_y^2 G_x) e_x(t) - (m_x m_y G_x) e_y(t)$$

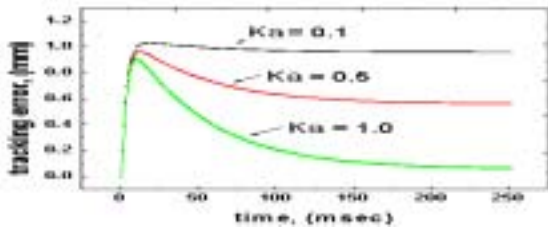


Fig. 6 Relation between tracking error and variable  $K_a$ , when  $a=10$

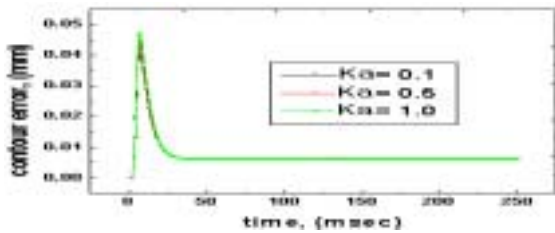


Fig. 7 Relation between contour error and variable  $K_a$ , when  $a=10$

여기서, 윤곽오차 벡터는 현재 위치로부터 경로에 대하여 수직한 한점으로 정의되기 때문에 부가되는 입력량의 작용 방향은 윤곽오차 벡터의 방향이 된다. 이와같은 이유로 윤곽제어 동작이 정상적으로 작용하고 있을 경우 경로상의 기준위치로부터 윤곽오차벡터가 가리키고 있는 점까지의 차이 만큼의 추적오차가 발생하게 된다. 따라서 추적성능 향상을 위해서는 부가적인 제어입력이 요구된다.

#### 4. 제어기설계

##### 4.1 비례게인의 특성

Fig. 4는 게인( $K_p$ )과 추적오차( $E_0$ )사이의 관계를 나타낸다.

$$\text{즉, } E_{ss} = \frac{E_0}{K_p} \quad (1)$$

##### 4.2 오차신호의 변환 절차 및 변수 설정

원하는 시스템 운전속도에 대하여,

step 1: 경사입력에 대한 단위게인의 비례제어에 의한 오차곡선 획득.

step 2: 단위정상상태 오차가 되도록 비례게인  $K_p$  선정.

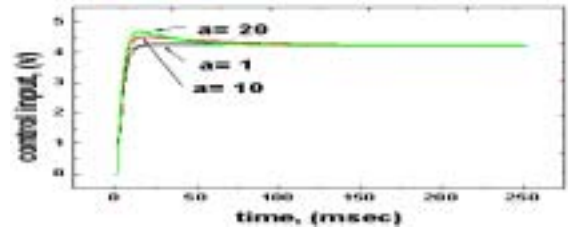


Fig. 8 Relation between control input and variable  $a$ , when  $h=1.0$

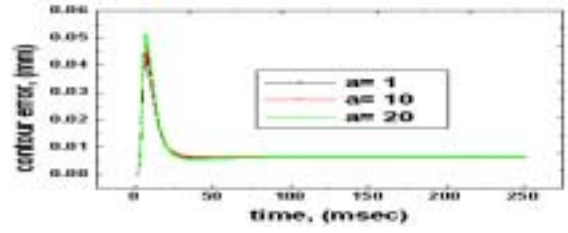


Fig. 9 Relation between contour error and variable  $a$ , when  $h=1.0$

step 3: 부가되는 오차곡선의 모델을 결정하고, 설정변수  $a$ ,  $K_a$ 를 선정한다.

step 4: 현재오차에 오차모델의 출력을 더하여 전체루프의 작동오차신호로 사용한다. 수정된 오차신호는 다음과 같다.

$$E_t(t) = E_1(t) + E_a(t)$$

##### 4.3 직선 경로에 대한 오차모델

Fig. 4로부터, 부가되는 오차는 다음과 같다.

$$E_a(t) = h(1 - e^{-at}) \times \Delta R(t) \quad (2)$$

여기서,  $\Delta R(t) = R(t) - R(t-1)$  이며, 시스템의 정지 상태에서 부가되는 오차량의 영향을 소멸시키기 위한 항이다. 본 연구에서의  $\Delta R(t)=0.2$ 로 일정하므로 이후부터는  $K_a=h \times \Delta R$  로 놓고 전개한다. 따라서 총 오차신호는 다음과 같다.

$$E_t(t) = E_1(t) + K_a(1 - e^{-at}) \quad (3)$$

식(3)에서, 지수함수의 역할은 변수  $a$ 에 따른 부가되는 오차곡선의 기울기에 관여하기 때문에 과도상태에서의 입력의 형태를 결정한다. 하지만 시간이 지남에 따라 그 영향은 소멸하게 되어 정

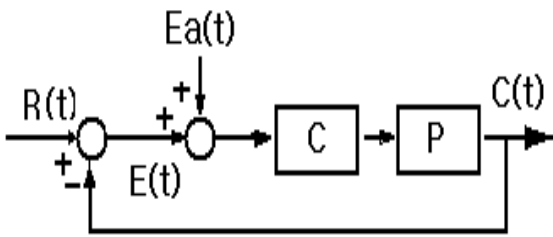


Fig. 10 Block diagram of closed-loop system

정상상태 진입 후에는 시스템의 동작은 변수  $K_a$ 의 값에 지배된다. 변수  $a$ 의 선택은 더해지는 곡선의 시정수(time constant)를 정하고 그의 역수를 취한다. 그리고 정상상태 오차량의 감소정도를 나타내는 변수  $K_a$ 는 예상되는 정상상태오차  $E_{ss}$ 보다 작아야 한다. 따라서 시스템의 정상상태 동작은 변수  $K_a$ 의 크기만큼을 현재의 오차량( $E_1$ )에 더해지게 되고, 약  $E_{ss}-K_a$  만큼의 정상상태 오차를 유지하면서 시스템을 동작시키게 된다. 식(3)에서, 만약  $K_a=0$  이면 비례제어가 된다. Fig. 6과 Fig. 7은 변수  $K_a$ 의 값에 대한 추적오차와 윤곽오차의 변화를 나타내고, Fig. 8과 Fig. 9는 변수  $a$ 의 값에 대한 제어입력과 윤곽오차의 변화를 나타낸다. 그림으로부터 변수  $a$ 는 제어입력의 형태에, 변수  $K_a$ 는 추적오차에 주로 영향을 끼치고, 윤곽오차의 크기에는 영향을 주지 않음을 확인할 수 있다. 따라서 윤곽오차는 비례게인  $K_p$ 에 의해 영향을 받는다는 것을 알 수 있다. 이러한 이유로 비례게인  $K_p$ 를 선정할 때 부정합시스템(mismatched system)의 경우에는 과도상태 또는 정상상태에서 윤곽오차의 변화가 음과 양으로 교차할 수 있는 가능성이 존재하기 때문에 시스템 특성을 고려하여 선정해야 한다. 윤곽오차의 계산은 Srinivasan<sup>(1)</sup> 등에 의해 제안된 모델을 사용하였다. 즉,

$$\epsilon_x = m_y^2 e_x - m_x m_y e_y$$

$$\epsilon_y = m_x^2 e_y - m_x m_y e_x$$

여기서,  $m_x = \cos\theta, m_y = \sin\theta$ 이다.

Fig. 5로부터, 비례게인  $K_{px}=1$  의 경우 x축의 오

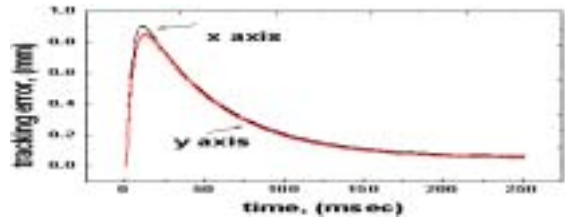


Fig. 11 Simulation result for the proposed algorithm with disturbance( $u(t)=u(t)+0.1$ )

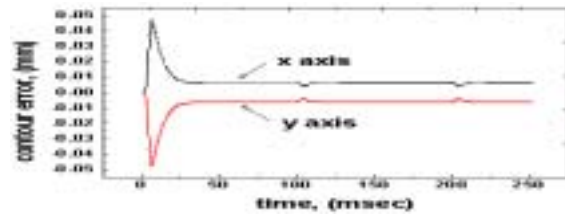


Fig. 12 Simulation result for the proposed algorithm with disturbance( $u(t)=u(t)+0.1$ )

차는  $E_{ss}=4.22$  이므로 식(1)의 관계로부터  $K_p=4$ 로 설정하면 정상상태오차는  $E_{ss}=1.05$ 이기 때문에 부가되는 오차모델의 매개변수  $K_a=1.0, a=10$ 으로 결정한다. 같은 방법으로 y축은  $E_{ss}=4.27$ 이므로  $K_p=4.1$ 로 선정하면 정상상태 오차  $E_{ss}=1.04$  이므로,  $K_a=1.0, a=10$ 로 설정한다. 제어 입력  $u(t)$ 는 다음과 같다.

$$u_x(t) = 4(E_1(t) + 1.0(1 - e^{-10t}))$$

$$u_y(t) = 4.1(E_1(t) + 1.0(1 - e^{-10t}))$$

전체 시스템에 대한 블록선도는 Fig. 10에 나타내었다.

## 5. 시뮬레이션 및 실험

### 5.1 직선경로에 대한 시뮬레이션

제안된 설계방법에 의하여 직선경로에 대하여 각 축의 이송속도 100mm/sec,  $\theta=45^\circ$  방향으로의 추적제어를 룽게쿠타 4차 방법을 이용하여 시뮬레이션을 실시하였다. Fig. 11은 추적오차 결과이며, Fig. 12는 Fig. 4의 PI 제어의 경우와 동일한 입력에 대한 결과로서, 외란에 대한 반응이 안정적임을 확인할 수 있다.

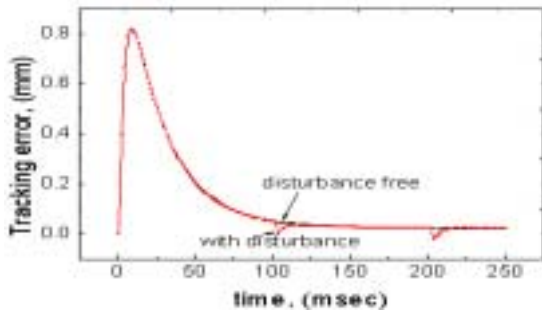


Fig. 13 Experimental result for the proposed algorithm about x-axis

### 5.2 직선경로에 대한 실험

앞에서 설명한 설계방법에 의한 설정변수들의 값은 다음과 같다.

$$K_{px}=3.8, K_{ax}=1.0, a_x=20$$

$$K_{py}=4.18, K_{ay}=1.0, a_y=21$$

X-Y table의 이동속도는 x축에 대하여  $\theta=45^\circ$  방향의 100mm/sec 이다. Fig. 13은 외란입력이 없을 때와 100스텝 당 1V 외란입력이 들어올 때의 x축에 대한 추적오차량의 변화의 형상을 나타내고, Fig. 14는 윤곽오차의 변화에 대한 결과이다. 그림으로부터  $E_{ss} \neq 0$  인 일정상태를 유지하면서 동작할 때, 윤곽오차 또한 일정량을 유지하면서 동작하고 있음을 볼 수 있다. 또한, 외란입력에 대하여 기준경로를 크게 이탈하지 않고 있음을 확인할 수 있다.

## 6.결 론

비례제어에 기초한 도해적인 방법에 의한 제어 기설계법을 제안하였다. 현재 오차량에 일정량의 오차를 부가하여 이를 제어기 입력으로 사용함으로써 과도응답의 안정성 확보 및 정상상태 오차를 감소시킬 수 있고, 정상상태 오차의 정도를 쉽게 조정하고, 예측할 수 있기 때문에 고속가공시 작업의 편의성을 도모할 수 있음을 확인하였다. 또한, 실험으로부터 얻어진 결과에 기초하기 때문에 설계가 정확하고 간편하여 현장에서 쉽게 응용할 수 있을 것으로 기대한다.

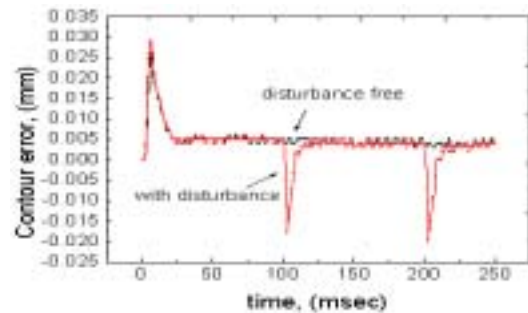


Fig. 14 Experimental result for the proposed algorithm about x-axis

앞으로의 연구는 코너 경로, 원의 경로 등에 대한 지속적인 연구 및 시스템의 비선형 특성을 고려한 설계 방법에 대하여 추가적인 연구를 수행해야 하며, 이론적 관점에서 제안된 알고리즘의 타당성에 대한 해석이 요구된다.

## 참고문헌

1. Kulkarni, P.K. and Srinivasan, K.. 1990, "Cross-Coupled Control of Biaxial Feed Drive Servomechanisms", ASME J. of Dynamics systems, Measurement and Control. Vol. 112, pp. 225~232.
2. S. J. Kim, 2000, "Automatic control." Seong An Dang, seoul, pp. 104~105.
3. John G. Bollinger, Neil A. Duffie 1989, "Computer Control of Machines and Processes" Addison-Wesley, pp. 24~26