

Double-ply로 구성된 타이어 측벽형상 최적설계를 위한 GUI기반 프로그램 개발

손정삼[†]·조진래^{*}·유완석^{**}

Development of GUI-based Program for Optimum Design of Double-ply Tire Sidewall Contour

Jung-Sam Shon, Jin-Rae Cho and Wan-Suk Yoo

Key Words: Maneuverability(조정성), Durability(내구성), Satisficing Trade-off Method(만족화 교환법), Optimum Sidewall Contour(최적 측벽형상), Double-ply(이중 플라이)

Abstract

In this paper, the optimum design of tire sidewall contour consisted of double plies for improving automobile maneuverability and tire durability is considered and a GUI program is developed for the purpose of the practical design. Each improvement of maneuverability and durability depends on the cord tension and strain energy distribution of tire sidewall. Satisficing trade-off method, which requires the judgment of aspiration levels, is used for the multi-objective optimization problem. Also, this paper presents the application to the practical sidewall contour design with the GUI program developed using visual Fortran.

1. 서 론

타이어는 물성치가 다른 여러 층의 고무로 구성된 복합구조에 금속 벨트(steel wire)와 폴리에스테르(polyester)의 코드층으로 강화된 구조를 가지고 있다. 이런 구조적인 측면과 재료적인 특성 때문에 타이어를 해석하고 이를 바탕으로 향상된 성능을 가진 타이어를 개발하는 것은 쉽지 않았다. 특히 본 논문에서 해석될 double ply 타이어는 single ply와는 달리 inner ply 와 outer ply의 특성을 고려해 줘야 한다.

본 논문에서는 조정성과 내구성 향상을 위해서 double-ply로 강화된 타이어의 측벽(sidewall)형상의 최적설계 문제를 다루고 있다. 조정성을 향상시키기 위해서는 비드쪽 코드장력이 최대로, 벨트쪽 코드장력은 최소가 되게 최적설계가 이루어져야 하며, 내구성의 향상을 위해서는 벨트가 장자리의 변형에너지강도가 최소가 될 수 있도록 형상을 설계하여야 한다. 이렇게 목적함수가 다수 개 존재하는 문제에서는 다목적 최적설계 기법이 적용되어야 하며, 그 중에서도 설계자가 최소한의 결정만으로 최적해를 얻을 수 있는 수치 기법이 적용되어야 한다.

따라서, 본 연구에서는 설계자가 설정한 목적함수에 대한 희망수준의 판단과 결정만을 요구하는 Satisficing Trade-Off Method(STOM)를 적용한다. 그리고 설계업무에서 설계자가 최적 설계 작업시 쉽게 최적화를 수행하도록 하기 위해서 GUI(Graphic User Interface)기반의 전문가 프로그램을 개발하였다.

[†] 부산대학교 대학원 기계설계공학과

^{*} 책임저자, 회원, 부산대학교 기계공학부

E-mail : jrcho@hyowon.pusan.ac.kr

TEL : (051)510-2467 FAX : (051)514-7640

^{**} 부산대학교 기계공학부

2. 타이어 형상 최적 설계

2.1 타이어 최적설계 정식화

2.1.1 목적함수

본 연구에서는 타이어의 조정성과 내구성 향상을 위해서 코드장력분포와 변형에너지를 목적함수로 정의하였으며 식 (1)과 같이 정식화 하였다.

$$F(X) = F\{f_1(X), \dots, f_r(X), f_{r+s}(X), \dots, f_{r+s}(X)\} \quad (1)$$

여기서, f_i 는 각 요소의 목적함수값을 나타내며, f_r 은 조정성 향상을 위한 r개의 요소수에 대한 코드장력을, f_{r+s} 는 내구성 향상을 위한 s개의 요소수에 대한 변형에너지를 나타낸다.

2.1.2 설계영역

설계영역은 Fig. 1에서 나타내었듯이, 타이어 sidewall부의 carcass를 설계영역으로 두었으며, 타이어의 형상변화는 설계영역내에서만 일어나도록 되어있다.

2.1.3 설계변수

타이어 Sidewall부의 carcass의 형상을 최적설계하기 위해서는 이 형상을 완전히 나타낼 수 있는 설계변수가 존재해야 한다. 설계변수에 의해서 carcass형상을 나타낼 수 있는 여러 가지의 방법 중에서 본 연구에서는 다항식 근사법을 적용하도록 한다. 다항식 근사법에 의해서 아래와 같이 타이어의 carcass 형상을 표현하였다.

$$r(\theta) = \sum_{i=1}^N R_i N_i(\theta), \quad N_i(\theta) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{(\theta - \theta_j)}{(\theta_i - \theta_j)} \quad (2)$$

2.1.4 제약조건

타이어의 형상을 최적 설계하기 위해서는 먼저 만족해야 할 조건이 있는데, 본 연구에서는 총 carcass의 acr 길이에 대한 제한을 다음과 같이 둔다.

$$(1 - \alpha)L_0 \leq \sum_{i=1}^{n-1} \sqrt{(y_{i+1} - y_i)^2 + (x_{i+1} - x_i)^2} \leq (1 + \alpha)L_0 \quad (3)$$

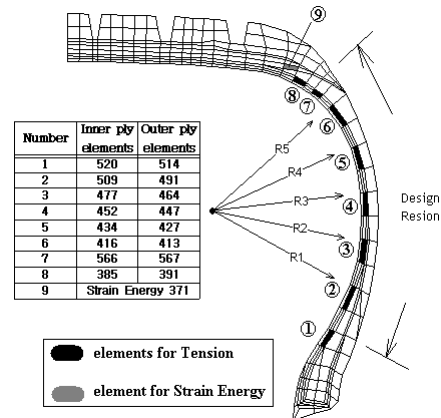


Fig. 1 Objective functions and design variables

여기서 α 와 p 는 설계영역내의 carcass 길이 상대 허용값과 설계영역내 carcass 라인 위의 총 절점수를 나타내고, (x_i, y_i) 는 carcass 라인 위의 절점 좌표를 나타낸다. 그리고 L_0 는 초기 carcass의 길이를 나타낸다. 또한, 설계변수의 반경 구속조건은 다음과 같다.

$$R_i^L \leq R_i \leq R_i^U, \quad i = 1, N \quad (4)$$

여기서 R_i^L 와 R_i^U 는 설계변수의 최소한계와 최대한계를 나타내고, N은 설계변수의 수이다.

2.2 Satisficing Trade-Off Method (STOM)

식(1)에서와 같이 타이어의 조정성과 내구성을 향상시키기 위한 최적설계문제는 목적함수가 다수개 존재한다. 이러한 다목적 최적설계 문제는 목적함수들의 연관성 때문에 하나의 목적성능을 향상시키면 다른 목적성능은 나빠질 수 있다. 이런 경우 중요성이 상대적으로 적은 목적성능의 희생을 필요로 한다. 따라서 설계자는 어떤 목적성능을 향상시킬 것인지와 희생시킬 것인지에 대한 결정을 해야 한다. 이것을 위해서 설계자는 많은 노력이 필요하게 되는데, 본 연구에서는 설계자의 노력을 최소화하기 위해 설계자에게 희망 수준의 결정만을 요구하는 STOM(satisficing trade off method)를 적용하였다. STOM 기법의 단계별 과정은 다음과 같다.¹⁾

(1단계) 이상수준 선정

(2단계) 이상수준과 초기 목적함수 사이에 희망 수준 선정

(3단계) 정의된 희망수준과 이상수준에 대한 가중치를 적용하고 min-max method 에 의해서 Pareto solution 을 구함

(4단계) 단계3에서 구한 Pareto solution 에 대해서 (i) 더욱 향상시킬지 (ii) 희생시킬지 (iii) 그 값을 그대로 받아들일지 결정

(5단계) 적합성 검사

식(1)의 다목적함수를 다음과 같이 각 반복단계 k에서의 단일 목적함수를 정의한다.

$$F^k(X) = \max \{ w_i^k |f_i^* - f_i(X)| \}, \quad (5)$$

$$1/w_i^k = |f_i^* - \hat{f}_i^k|$$

다음으로 ALM(augment Lagrange mutiplier method)을 이용하여 단일 목적함수식과 제약조건을 조합하여 비제약 가목적 함수(unconstraint pseudo -objective function)를 정의한다.

$$A^k(X, \lambda_i, \gamma_p) = F(X) + \sum_{i=1}^{2(N+1)} [\lambda_i \psi_i^k + \gamma_p (\psi_i^k)^2],$$

$$\psi_i^k = \max \left[c_i^k g_i(X^{k-1}), -\frac{\lambda_i}{2\gamma_p} \right] \quad (6)$$

여기서, λ_i 는 라그란지 승수이고, γ_p 는 벌칙상수이다. 또한 c_i^k 는 각 구속조건의 정규화를 위한 척도계수이다. 위의 비제약 가목적 함수의 해는 다음절에 설명될 증분기법과 민감도해석에 의해 계산될 것이다.

2.3 증분기법과 민감도 해석

앞 절에서 정의된 가목적 함수 A^k 는 비선형 거동을 보이고 있기 때문에, 해를 구하기 위해서는 다음과 같은 증분기법을 필요로 한다. 2)

$$X^{k'} = X^{k-1} + \Delta X^l, \Delta X^l = a^l S^l \quad (7)$$

여기서 S 와 a는 각각 강화방향과 강화방향의 크기를 나타낸다. 강화방향의 계산은 A^k 을 미분하여 유한 차분법을 이용하여 구할 수 있고, 황금분할법과 다항식 근사기법에 의해서 양의 상수 a를 계산한다. 이렇게 계산된 a^l과 S^l을 이용해서 식(7)에서 X^{k'}을 구할 수 있다.

변화된 설계 변수 X^{k'}에 대한 목적함수를 구한 다음 다음 수렴조건식을 만족할 때까지 반복 수행한다.

$$|\lambda_i^l - \lambda_i^{l-1}| \leq \epsilon_\lambda, \quad |(F^{k'} - F^{k^{l-1}})/F^{k'}| \leq \epsilon_F \quad (8)$$

여기서 ϵ_λ 와 ϵ_F 는 최적설계를 위한 라그란지 승수와 목적함수의 수렴률을 나타낸다.

마지막으로 각 반복단계동안 라그란지 승수와 벌칙상수는 아래와 같이 갱신한다.

$$\lambda_i^{l+1} = \lambda_i^l + 2\gamma_p^l \left\{ \max \left[c_i g_i(X), -\frac{\lambda_i^l}{2\gamma_p^l} \right] \right\} \quad (9)$$

$$\gamma_p^{l+1} = \gamma \cdot \gamma_p^l \quad (10)$$

3. GUI기반의 전문가 프로그램 개발

본 연구에서는 설계자가 타이어 형상 최적설계 작업시 쉽게 프로그램을 수행할 수 있도록 Visual Fortran을 이용해서 STOM기법으로 코딩된 프로그램에 GUI기능을 추가하였다. 이 기능의 장점은 프로그램 실행 후, 각 단계에서 요구하는 데이터를 쉽게 입력할 수 있고 다음 단계로의 진행과정을 쉽게 확인 할 수 있다는 것이다. 그리고 도움말 기능의 추가로 각 단계 수행마다 실행이 용이하도록 하였다.

프로그램의 진행 과정은 다음과 같다. 먼저 프로그램을 실행시키면 Fig. 2와 같이 초기 화면이 뜬다. 초기 화면에서는 프로그램의 시작과 종료 선택할 수 있고, 설계변수의 반경을 변형시키는 미소변형량을 입력하게 된다. 이 과정을 수행하면 5개의 좌표파일(COOR1~COOR5.INP) 이 생성된다. Fig. 3에서는 강화방향 계산을 위한 화면이다. 좌표파일 (COOR0~COOR5)에 대해서 ABAQUS로 해석한 후 목적함수값을 넣고 강화방향계산>> 버튼을 클릭하면 Fig. 4와 같이 황금분할법 적용창이 뜬다.

황금분할법적용 창에서는 강화방향계산 단계 실행 후 생성되는 좌표파일(COOR1~COOR6)에 대해서 ABAQUS로 해석한 후 각 목적함수를 입력하면 된다. 황금 분할법 적용 후에는 다항 보간법 적용창이 뜨게 된다. 이 창은 Fig. 5에서 보는 것과 같이 좌표파일 COOR1에 대해서만

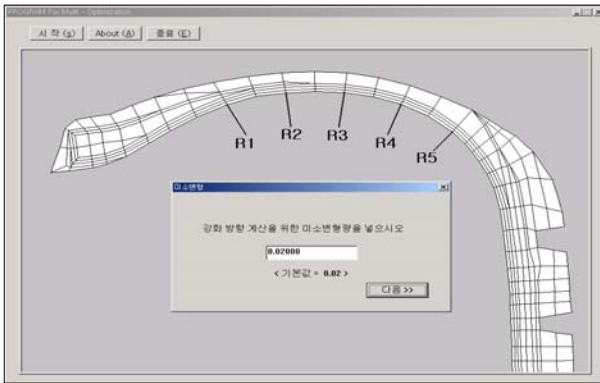


Fig. 2 Initial window for optimization design program

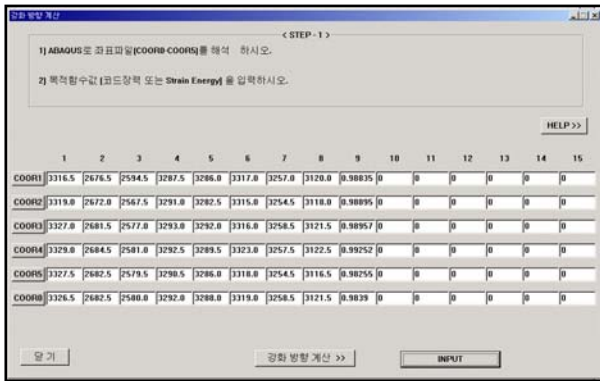


Fig. 3 Window for evaluating the search direction

ABAQUS로 해석한 후 그 목적함수값을 입력하면 된다. 다항 보간법 적용 후에는 Fig. 6과 같이 수렴체크 창이 뜬다. 여기서는 좌표파일 COOR0에 대해서 ABAQUS로 해석한 후 목적함수를 입력한다. 수렴체크를 실행 한 후 제한 수렴을 보다 수렴율이 크다면 강화방향계산 창이 다시 뜨고, 앞에서 설명한 과정을 다시 반복 수행하면 된다. 그리고 제한 수렴을 보다 작은 수렴율을 보이면 Fig. 7과 같이 TRADE-OFF 창이 뜬다. 이 과정은 희망 수준을 변경시키는 단계이다. 이 과정을 통해서 희망 수준을 변경하였다면 이제 강화방향계산 창이 다시 뜨고 앞에서 설명한 단계를 다시 반복 수행하면 된다.

앞에서 설명한 부분을 반복 수행한 후, 정의된 모든 목적함수가 받아들일 수 있다고 판단되면, TRADE-OFF 창의 결정란에 모두 'A'를 입력하면 Fig. 8과 같이 최종 목적함수값이 나타나게 된다. Fig. 8에서 종료 버튼을 클릭하면 각 설계변수의 반경 변화량을 볼 수 있는 Fig. 9의 창이 뜬다. 설계자는 이 값을 바탕으로 조정성과 내구성이 향상된 타이어의 측벽부 설계반경을 구할 수 있다.

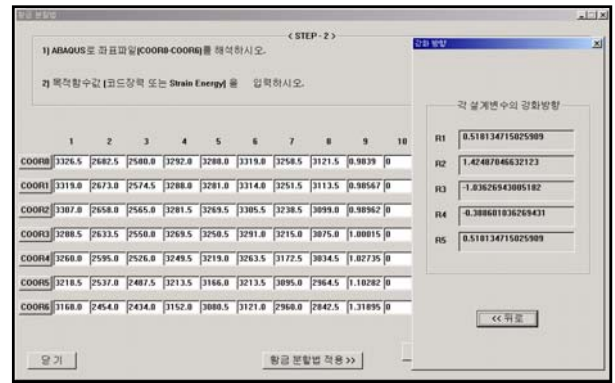


Fig. 4 Window for applying golden section method

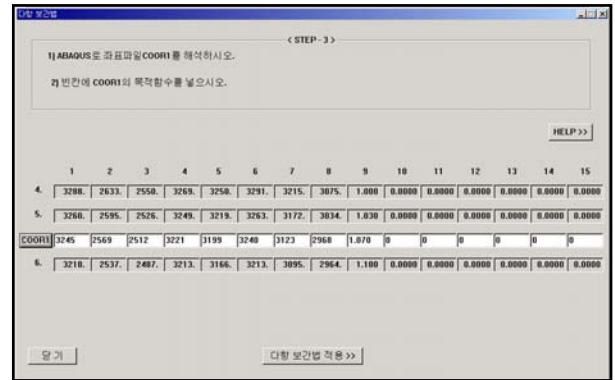


Fig. 5 Window for applying polynomial interpolation

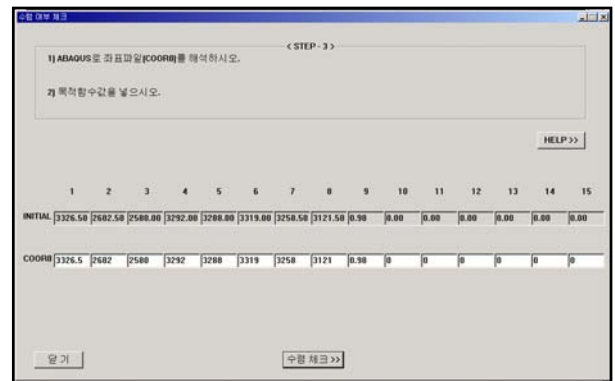


Fig. 6 Window for checking convergence

4. 수치 실험 및 결과

앞에서 설명한 최적설계 알고리즘을 바탕으로 코딩된 GUI기반의 프로그램과 상용 유한요소 해석프로그램인 ABAQUS를 통해서 조정성과 내구성 향상을 위한 타이어 측벽부 형상 최적설계를 수행하였다. 해석시 사용된 타이어는 205/65R15이며, ABAQUS 해석시 타이어 각 부분별 고무소재는 초탄성(hyperelastic)재료로 정의하였고, 코드

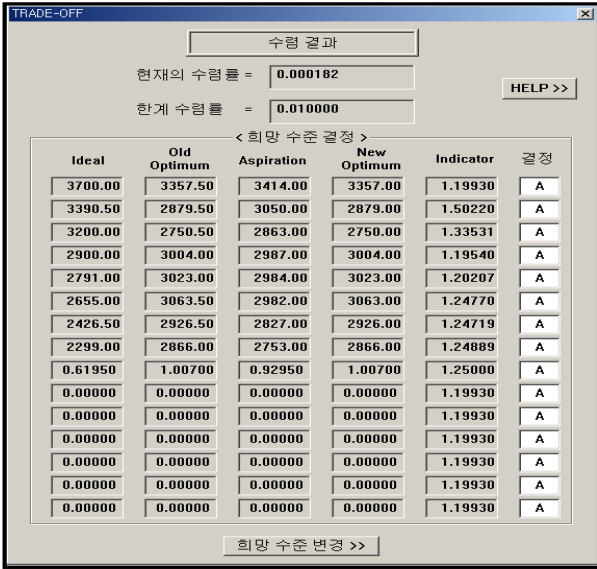


Fig. 7 Window for trade-off



Fig. 8 Window for final objective functions

소재의 경우는 과탄성(hypoelastic) 재료로 정의하였다. 또한, steel wire로 강화된 벨트부와 polyester로 강화된 inner ply 및 outer ply 는 rebar 요소를 사용하였다.

다목적 최적설계를 수행하기 위해서는 목적함수의 선정과 함께 이상수준을 정의해야 한다.

코드장력에 대한 목적함수의 선정을 위해서는 double ply의 특징에 대해서 먼저 알아야 하기 때문에 설계변수 R1을 0.1in만큼 증가시켜 outer ply 와 inner ply의 코드장력의 거동을 살펴봤다. Table. 1에서 알 수 있듯이 inner ply와 outer ply의 코드장력은 설계변수가 변함에 따라 서로 반대의 경향을 보이고 있다.

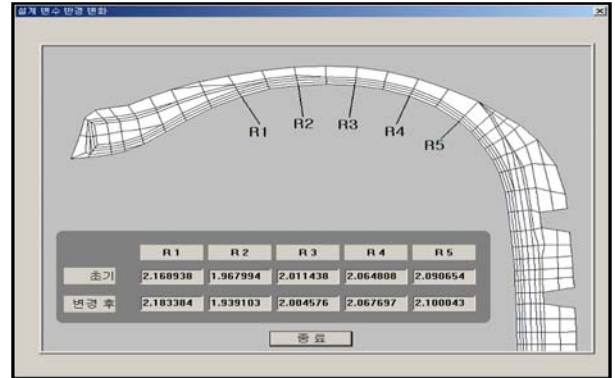


Fig. 9 Window for changing the design radii

Table. 1 Cord-tension distribution of inner ply and outer ply after changing radius of R1

		num	1	2	3	4
변경 전	inner ply		1.535	1.431	1.263	1.112
	outer ply		1.917	1.529	1.565	1.976
0.1 in 증가	inner ply		1.507	1.484	1.260	1.091
	outer ply		1.899	1.496	1.573	2.000

따라서, 하나의 ply에 대해서만 목적함수를 선정한 후 최적 설계를 수행한다면 다른 ply의 코드장력은 초기치보다 나쁜 결과가 나올 것이다. 이런 문제점에 대한 대처방안으로 본 연구에서는 outer ply의 코드장력과 inner ply의 코드장력의 평균값을 조정성 향상을 위한 목적함수로 정의하였다. 그래서 각 목적함수는 Fig. 1에서와 같이 비드쪽(num 1, 2, 3, 4)과 벨트쪽(num 5, 6, 7, 8)의 코드장력값과 벨트가장지리(num 9)의 변형에너지값으로 두었다.

이상수준의 선정을 위해서 단일 최적설계를 수행한 후 각 목적함수의 한계치를 구했다. 이 값을 조정된 뒤 이상수준을 선정하여 Table. 2에 나타내었다. 이 이상수준을 바탕으로 다목적 최적설계를 수행한 결과를 Fig. 10에 나타내었는데, 중앙부(num 4, 7)의 회생을 통해 비드쪽(num 1, 2, 3)의 코드장력이 증가했고, 벨트쪽(num 5, 7, 8)의 코드장력값은 감소한 것을 알 수 있다. 그리고 벨트가장지리의 변형에너지강도는 1.007에서 0.944로 감소하였다. 다음으로 최적설계 후 inner ply와 outer ply 각각에 대한 코드장력의 변화량을 Fig. 11에 나타내었다. Inner ply의 num 6, 7을 제외하고 비드쪽(num 1, 2, 3)과 벨트쪽(num 6, 7, 8)의 코드장력은 연구목적과 부합된다.

Table. 2 Single optimums and ideal values

Number	Element-averaged carcass cord tension (lbf)								Strain Energy
	1	2	3	4	5	6	7	8	
Initial value	1.726	1.480	1.414	1.544	1.554	1.575	1.504	1.473	1.007
Single Optimum	1.981	1.743	1.785	1.679	1.435	1.365	1.247	1.182	0.6195
Ideal level	1.902	1.743	1.645	1.491	1.435	1.365	1.247	1.182	0.9165

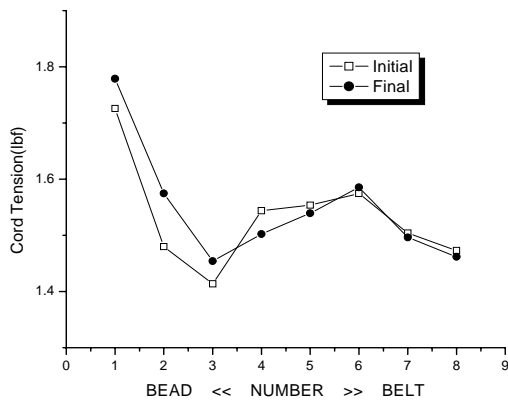


Fig. 10 Final averaged cord-tension distribution

5. 결론

본 논문에서는 double ply로 구성된 타이어의 조정성과 내구성을 향상시키기 위해서 타이어 측벽부 형상에 대한 최적설계문제를 수행하였다. 그리고 개발된 GUI기반의 전문가 프로그램을 통해서 얻은 수치해석결과를 통해 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다. 먼저 총 6회의 반복과정을 통해서 타이어 측벽부의 코드장력 분포를 향상시키고, 벨트가장자리의 변형에너지분포는 감소되는 최적의 타이어 측벽부 형상을 제시하였다. 그리고 double ply로 강화된 타이어의 경우 inner ply와 outer ply의 코드장력의 평균치를 목적함수로 정의하여 double ply 타이어의 측벽부 형상 최적 설계문제에서 목적함수 선정의 기준을 제시하였다. 마지막으로 GUI기반의 전문가 프로그램을 통해서 설계업무에서 설계자가 쉽게 최적 설계를 할 수 있게 설계자의 편의를 도모하였다.

후기

본 연구의 일부는 과기부 국가지정연구실(NRL)

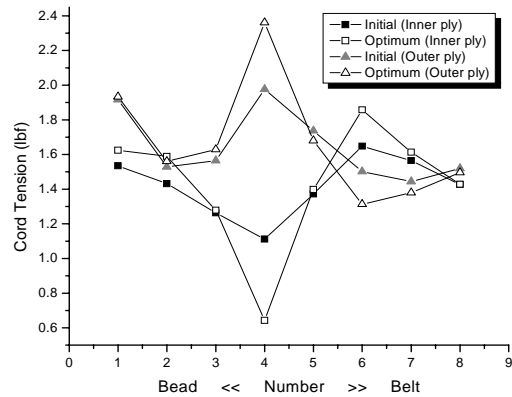


Fig. 11 Final cord-tension distribution of inner ply and outer ply

사업의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Nakyama, H. and Furukawa, K., 1985, "Satisficing trade-off method with an application to multiobjective structure design," *Large Scale Systems*, Vol. 8, pp. 47~57.
- (2) Vanderplaats, G. N., 1984, *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Applications*, McGraw-Hill, Singapore.
- (3) Michael, E. and Karen, D. 1999, *Digital Visual Fortran Programmer's guide*, Digital Press, Boston.
- (4) Yamagishi, K., Togashi, M., Furuya, S., Tsukahara, K, and Yoshimura, N., 1987, " A Study on the Contour of the Radial Tire: Rolling Optimization Theory-(RCOT)," *Tire Science and Technology, TSTCA*, Vol. 15, No. 1, pp. 3~29.
- (5) Jin-Rae Cho, Hyun-Sung Jeong, Hong-Woo Lee, Nam-Jeon Kim and Kee-Woon Kim, 2001, "Optimal Design of Tire Sidewall Contours for Improving Maneuverability and Durability," *Trans. Of KSME*, Vol. 25, No. 6, pp. 1636~1643.
- (6) Jin-Rae Cho, Hyun-Sung Jeong, Hong-Woo Lee, Nam-Jeon Kim and Kee-Woon Kim, 2001, "Finite Element analysis for the Variation of Carcass Tension Distribution to the SidewallRadius Change," *Trans. Of KSME*, Vol. 25, No. 6, pp. 980~987.