

신뢰성을 고려한 위상최적설계

민 승 재[†] · 방 승 현^{*}

Topology Optimization Considering Reliability

Seungjae Min and Seunghyun Bang

Key Words : Reliability(신뢰성), Topology Optimization(위상최적설계), Single-Loop Single-Vector(단일루프 단일벡터)

Abstract

New reliability-based topology optimization method is proposed by utilizing single-loop single vector approach, which approximate searching the most probable point in the probabilistic design domain analytically, to reduce the time cost and dealing with several constraints to handle practical design requirements. To examine uncertainties in the topology design of a structure, the modulus of elasticity of the material and applied loadings are considered as probabilistic design variables. The results of design examples show that the proposed method provides efficiency curtailing the time for the optimization process and accuracy satisfying the specified reliability.

1. 서 론

구조물의 설계에 있어서 설계변수나 시스템 파라미터는 불확실성(uncertainty)이 존재한다. 이러한 불확실한 요소들은 재료의 영률, 작용하중, 치수공차 등의 형태로 나타난다. 기존의 최적설계 기법은 설계변수나 시스템 파라미터의 불확실성을 고려하지 않고 시스템이 만족해야 할 제한조건하에서 목적함수를 최적화하는 과정으로 진행되었으며 이를 결정론적 최적설계(Deterministic Design Optimization)라고 한다. 이는 설계변수의 가변성을 고려하지 않으므로 설계자가 요구하는 신뢰성의 확보 여부를 판단하기 어렵다.

신뢰성 기반 최적설계(Reliability-Based Design Optimization; RBDO)는 설계상의 불확실성을 고려하여 목표하는 시스템의 파괴확률을 만족하는 동시에 목적함수를 최적화 하는데 그 목적이 있다. 기존 신뢰성기반 최적설계의 수행은 신뢰성지수

접근방법(Reliability Index Approach; RIA) 또는 목표성능값 접근방법(Performance Measure Approach; PMA)등을 사용하였다. 그러나 이러한 방법들은 외부최적화 과정과는 별도로 최대 파괴 가능점(Most Probable Point; MPP)을 찾는 내부 최적화 과정이 포함되므로 결정론적 최적설계에 비하여 상대적으로 많은 시간이 소요되었다. 이와 같이 외부 최적화 과정과 내부 최적화 과정이 필요한 기법을 이중루프 단일벡터 방법(Double-Loops Single-Vector; DLSV)이라고 한다. 이중루프 단일벡터 방법의 단점을 보완하기 위하여 많은 연구들이 이루어져왔는데 Chen 등⁽¹⁾은 최대 파괴 가능점을 내부 최적화 과정이 아닌 해석적인 방법으로 도출할 수 있는 방법을 고안하였다. 이는 하나의 최적화 문제와 결정론적 설계변수만으로 신뢰성기반 최적설계를 수행하므로 단일루프 단일벡터 방법(Single-Loop Single-Vector; SLSV)이라고 하며 최적화 과정 중의 신뢰성 해석 시간을 줄일 수 있었다.

과거의 위상최적설계는 재료의 탄성계수나 작용하중의 불확실성에도 불구하고 이 값들을 고정시켜 수행되어 왔으며, 이를 결정론적 위상최적설계(Deterministic Topology Optimization; DTO)^(2,3)라고 한다. 이후 설계변수나 시스템 파라미터의 불확실

[†] 한양대학교 기계공학부

E-mail : seungjae@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2290-0457 FAX : (02)2298-4634

^{*} 한양대학교 대학원 기계설계학과, 현재 LG 화학 배터리 연구소

성을 고려하여 위상최적설계를 수행하려는 연구가 진행되어 왔는데, 이를 신뢰성기반 위상최적설계 (Reliability-Based Topology Optimization; RBTO)라고 한다. Marti 와 Stöckle⁽⁴⁾은 봉요소를 사용하여 신뢰성기반 위상최적설계를 수행되었고, Bae 와 Wang⁽⁵⁾은 신뢰성지수 접근방법과 목표성능값 접근방법을 이용한 신뢰성기반 위상최적설계의 정적 문제와 고유값 문제에 관한 연구를 발표하였다. 또한 Maute 와 Frangopol⁽⁶⁾에 의해 MEMS 구조물에 대한 신뢰성기반 위상최적설계가 수행되었으며, Jeung⁽⁷⁾에 의하여 기하학적 비선형성을 고려한 구조물의 신뢰성기반 위상최적설계에 대한 연구가 있었다.

본 연구에서는 과거 이중루프 단일벡터 방법을 이용한 신뢰성기반 위상최적설계의 문제점인 시간 비용의 비효율성을 개선하기 위하여 해석적인 방법으로 최대 파괴 가능점을 찾아내는 단일루프 단일벡터 방법을 이용한 신뢰성기반 위상최적설계를 제안하고, 이를 이중루프 단일벡터 방법을 이용한 신뢰성기반 위상최적설계의 결과와 비교하여 그 효율성과 정확성을 입증하고자 한다. 확률변수는 재료의 영률과 작용하중을 사용하였으며, 한계상태 방정식은 변위 제한조건으로 하였다. 수치적인 예제로는 MBB beam 설계를 수행하였으며, 목표신뢰성은 성공확률 99.87%(3 시그마)와 성공확률 99.999999%(6 시그마)에 대하여 수행해 보았고 각 경우의 최적 형상과 수행시간을 비교하여 보았다.

2. 신뢰성기반 최적설계

신뢰성기반 최적설계는 요구되는 제한조건 하에서 목적함수를 최소화시키는 동시에 목표로 하는 신뢰성을 획득하는데 그 목적이 있다.

Fig. 1 과 같이 설계변수들은 확률적인 분포로 표현할 수 있다. Fig. 1(a)의 결정론적 최적설계의 경우 설계 파라미터의 가변성을 무시하고 평균점에서 최적설계를 수행하지만, 그림과 같이 유용영역을 벗어날 수 있는 확률을 내포하고 있음을 알 수 있다.

반면에 Fig. 1(b)의 신뢰성기반 최적설계의 경우는 설계변수들의 확률적인 분포를 고려하여 원하는 신뢰성의 수준으로 최적설계를 수행하는 것을 알 수 있다. 신뢰성기반 최적설계의 일반적인 정식화는 다음과 같이 기술할 수 있다.

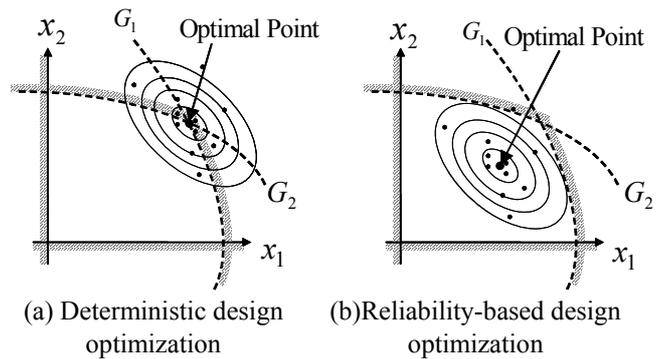


Fig. 1 Concept of deterministic and stochastic design optimization

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && f(\mathbf{Y}) \\ & \text{subject to} && P_f(\mathbf{Y}) = P[g_j(\mathbf{Y}) < 0] \leq P_t \quad (j=1, \dots, n) \quad (1) \\ & && \mathbf{Y}^L \leq \mathbf{Y} \leq \mathbf{Y}^U \end{aligned}$$

여기서 P_f 는 $g_j(\mathbf{Y}) < 0$ 인 파괴 확률, P_t 는 만족해야 할 파괴확률의 한계값, \mathbf{Y} 는 확률변수, \mathbf{Y}^L 와 \mathbf{Y}^U 는 각각 확률변수의 상한값과 하한값을 나타낸다.

2.1 이중루프 단일벡터 방법

확률론적 제한조건은 신뢰성지수와 성능값의 형태로 표현할 수 있는데, 신뢰성지수로 표현되는 확률론적 제한조건을 이용하면 신뢰성지수 접근방법이라 하고, 성능값으로 표현되는 확률론적 제한조건을 이용하면 목표성능값 접근방법이라고 한다. 이상의 두 가지 방법은 각각 최대 파괴가능점을 찾는 내부 최적화 과정을 포함하므로 이중루프 단일벡터 방법이라 한다.

Fig. 2 는 신뢰성지수 접근방법과 목표성능값 접근방법의 개념을 도식화한 것으로 정규분포인 확률변수공간을 표준정규분포인 확률공간으로 사상(mapping)한 후 Fig. 2(a)와 같이 신뢰성지수 접근방법은 신뢰성지수 β 를 정의하여, 한계상태 방정식을 일차 또는 이차로 근사화함으로써 FORM 또는 SORM 이 결정되며, 최대 파괴 가능점은 원점과 일차 또는 이차로 근사화된 한계상태 방정식과 최소거리를 찾음으로써 구한다. Fig. 2(b)와 같이 목표성능값 접근방법은 표준정규분포공간상에서 목표신뢰성지수 β_t 만큼의 거리를 고정시키고 한계상태 방정식을 최소화시킴으로써 최대 파괴 가능점을 찾는다. 목표성능값 접근방법의 특징은 목표신뢰성지수를 만족하면서 최적화를 수행한다는 데 있다.

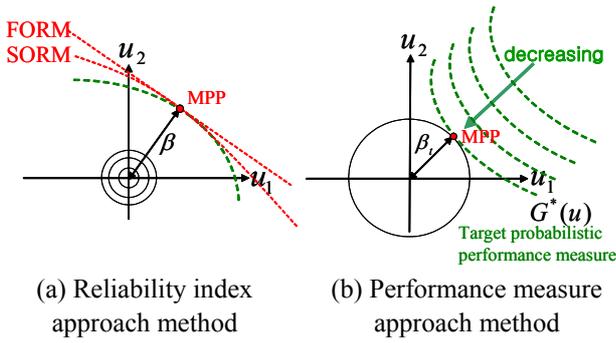


Fig. 2 Concept of the reliability index approach method and the performance measure approach method

2.2 단일루프 단일벡터 방법

단일루프 단일벡터 방법의 과정을 살펴 보면, 확률변수 Y 를 다음과 같이 변환시킨다.

$$S = \frac{Y}{\sigma_Y} \quad (2)$$

여기서 S 는 매개변수, σ_Y 는 확률변수 Y 의 표준편차이다. j 번째 한계상태 방정식을 G_j 라고 하면 최대 파괴 가능점은 다음 식을 만족해야 한다.

$$G_j(S) = G_j(\sigma_Y S) = 0 \quad (3)$$

여기서 한계상태 방정식을 만족하는 최대 파괴 가능점 S^* 는 확률변수 S 와 평균점 μ_S 간의 최소거리로 정의되며, 이는 거리 D 를 최소화시키는 문제로 다음과 같이 정식화할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } D(S) \\ &\text{subject to } G_j(S) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

그러나, 최대 파괴 가능점을 찾는 과정에서 별도의 최적화라는 노력이 필요하므로, 평균점으로부터 한계상태 방정식까지의 벡터를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$S^* - \mu_S = \pm \beta_i \alpha^* \quad (5)$$

Fig. 3 은 $G(S)$ 의 안전영역이 음수인 경우에 최대 파괴 가능점을 찾는 과정을 표현한 것이다.

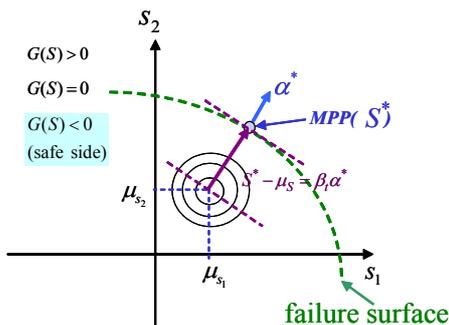


Fig. 3 Concept of the single-loop single-vector method

여기서 α^* 는 최대 파괴 가능점에서의 단위법선 벡터로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\alpha^* = \frac{\nabla_S G(S)}{\|\nabla_S G(S)\|} \quad (6)$$

$$\alpha_i^* = \frac{\left(\frac{\partial G}{\partial s_i}\right)^*}{\left[\sum_i \left(\frac{\partial G}{\partial s_i}\right)^{*2}\right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sigma_{y_i} \left(\frac{\partial g}{\partial y_i}\right)^*}{\left[\sum_i \sigma_{y_i}^2 \left(\frac{\partial g}{\partial y_i}\right)^{*2}\right]^{\frac{1}{2}}} \quad (7)$$

α^* 는 $S^* - \mu_S$ 와 동일직선상에 있으며 최대 파괴 가능점 S^* 부터 평균점 μ_S 의 거리는 β_i 이 된다. α^* 는 한계상태 방정식 상의 최대 파괴 가능점에서의 단위법선 벡터이므로 $S^* - \mu_S$ 와 동일한 방향이면 양수, 반대방향이면 음수를 갖게 된다. 여기서 $G(S)$ 의 안전 영역이 음수라면, $G(S) < 0$ 의 형태로 한계상태 방정식이 주어지고, 다음과 같이 최대 파괴 가능점 S^* 를 계산할 수 있다.

$$S^* = \mu_S + \beta_i \alpha^* \quad (8)$$

반대로 $G(S)$ 의 안전 영역이 양수라면, $G(S) > 0$ 의 형태로 한계상태 방정식이 주어지고, 다음과 같이 최대 파괴 가능점 S^* 를 계산 할 수 있다.

$$S^* = \mu_S - \beta_i \alpha^* \quad (9)$$

이를 고려하여 최적화 문제를 정식화 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } f(\mu_S^{(k)}) \\ &\text{subject to } G_j(S^{(k)}) \geq 0 \quad (j=1, \dots, n) \\ &S^L \leq S \leq S^U \end{aligned} \quad (10)$$

단일루프 단일벡터 방법은 최대 파괴 가능점이 해석적으로 계산되므로 기존의 이중루프 단일벡터 방법과 같이 내부 최적화의 수행으로 인한 추가적인 시간비용을 효과적으로 감소시킬 수 있다. 그러나 최대 파괴 가능점에서의 단위 법선 벡터를 찾는 과정에서 전 단계의 한계상태 방정식의 민감도를 사용하므로 외부 최적화 과정에서 설계변화가 비교적 클 경우에는 현 단계에서 찾은 최대 파괴 가능점이 불확실할 수 있다는 단점이 있다.

3. 단일루프 단일벡터 방법을 이용한 신뢰성기반 위상최적설계

해석적인 방법으로 최대파괴 가능점을 찾아내는 단일루프 단일벡터 방법을 신뢰성기반 위상최적설계에 적용함으로써 이중루프 단일벡터 방법을 이

용한 신뢰성기반 위상최적설계 보다 좀더 효율적으로 신뢰성기반 위상최적설계를 수행한다.

3.1 정식화

단일루프 단일벡터 방법을 이용한 신뢰성기반 위상최적설계의 최적화 과정은 다음과 같이 정식화할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & V(\rho_i) = \sum_{i=1}^n \rho_i \\ \text{subject to} \quad & G_j^*(\rho_i, y_{E_j}^{*(k)}, y_{F_j}^{*(k)}) \\ & = z_j^*(\rho_i, y_{E_j}^{*(k)}, y_{F_j}^{*(k)}) - \delta_{allow,j} \leq 0 \quad (j=1, \dots, m) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 V 는 부피, ρ_i 는 요소의 밀도, z_j 는 변위, y_{E_j} 는 재료의 영률, y_{F_j} 는 작용하중을 의미한다. 최대 파괴 가능점의 확률변수는 다음과 같이 해석적인 방법으로 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} y_{E_j}^{*(k)} &= \mu_E + \sigma_E \beta_i \alpha_{E_j}^{*(k-1)} \\ y_{F_j}^{*(k)} &= \mu_F + \sigma_F \beta_i \alpha_{F_j}^{*(k-1)} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{where} \quad \alpha_{E_j}^{*(k-1)} &= \frac{\sigma_E \left(\frac{\partial G}{\partial y_{E_j}} \right)^{(k-1)}}{\sqrt{\sigma_E^2 \left(\frac{\partial G}{\partial y_{E_j}} \right)^{(k-1)^2} + \sigma_F^2 \left(\frac{\partial G}{\partial y_{F_j}} \right)^{(k-1)^2}} \\ \alpha_{F_j}^{*(k-1)} &= \frac{\sigma_F \left(\frac{\partial G}{\partial y_{F_j}} \right)^{(k-1)}}{\sqrt{\sigma_E^2 \left(\frac{\partial G}{\partial y_{E_j}} \right)^{(k-1)^2} + \sigma_F^2 \left(\frac{\partial G}{\partial y_{F_j}} \right)^{(k-1)^2}} \end{aligned}$$

3.2 민감도 해석

최적화 과정에서 사용되는 최적화 알고리즘인 순차적선형계획법(Sequential Linear Programming; SLP)에서 사용할 설계변수인 요소의 밀도(ρ), 확률변수인 영률($y_E = E_0$)과 작용하중($y_F = f$)에 대한 목적함수의 민감도와 한계상태 방정식의 민감도를 다음과 같이 계산할 수 있다.

목적함수는 구조물의 전체 부피이며, 다음 식과 같이 표현한다.

$$\text{Minimize} \quad V(\rho_i) = \sum_{i=1}^n \rho_i \quad (13)$$

식(13)에 대한 설계변수의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial V(\rho_i)}{\partial \rho_i} = 1 \quad (i=1, \dots, n) \quad (14)$$

한계상태 방정식은 변위 제한 조건이며, 그 형태는 다음과 같다.

$$G_j = z(\rho, y_{E_j}, y_{F_j}) - \delta_{allow,j} \quad (j=1, \dots, m) \quad (15)$$

스트레인 에너지 쌍일차형식(strain energy bilinear form) $a(z, \bar{z})$ 와 하중 일차형식(load linear form) $L(\bar{z})$ 는 각각 평형상태에서 임의의 가상변위 \bar{z} 에 의한 내부가상일과 외부작용일이며, 다음과 같이 표현한다.

$$a(z, \bar{z}) = \int_{\Omega} \varepsilon(z)^T E \varepsilon(\bar{z}) d\Omega \quad (16)$$

$$L(\bar{z}) = \int_{\Omega} \bar{f} \bar{z} d\Omega \quad (17)$$

또한 평형상태상에서 식(16)과 식(17)은 다음과 같은 관계가 있다.

$$a(z, \bar{z}) = L(\bar{z}) \quad (18)$$

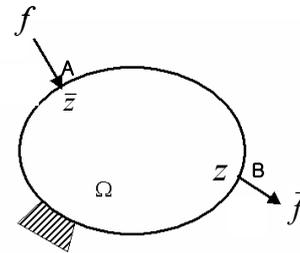


Fig. 4 A dummy load added to an elastic body

가상하중법(dummy load method)을 적용하여 Fig. 4와 같이 하중 f 가 점 A에 가해진 상태에서의 점 B의 변위 z 를 구하고자 할 때 점 B에 가상하중 \bar{f} 를 추가한다. 주어진 응력상태에서의 변형률을 $\varepsilon(z)$ 라고 하고 같은 경계조건에서 가상하중 \bar{f} 만 주어진 경우의 변형률을 $\varepsilon(\bar{z})$ 라고 할 때, 점 B의 변위 z 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z = \frac{\int_{\Omega} \varepsilon(z)^T E \varepsilon(\bar{z}) d\Omega}{\bar{f}} \quad (19)$$

가상하중 \bar{f} 를 단위하중이라 하면, 식(19)는 다음과 같이 표현된다.

$$z = a(z, \bar{z}) = \int_{\Omega} \varepsilon(z)^T E \varepsilon(\bar{z}) d\Omega \quad (20)$$

식(20)에 밀도법에서 재료의 영률을 구하는 수식인 $E = \rho^p E_0$ 를 대입하면 다음과 같이 표현된다.

$$z = \int_{\Omega} \varepsilon(z)^T \rho^p E_0 \varepsilon(\bar{z}) d\Omega \quad (21)$$

설계변수인 요소의 밀도 ρ 와 확률변수인 재료의 영률 E_0 는 식(21)과 같이 명시적(explicit)으로 표현되고, 이를 이용하여 한계상태 방정식(15)의 밀도와 재료의 영률에 대한 민감도를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial G}{\partial \rho} = \frac{\partial z}{\partial \rho} = \int_{\Omega} \varepsilon(z)^T \frac{\partial \rho^p}{\partial \rho} E_0 \varepsilon(\bar{z}) d\Omega$$

$$= \frac{p}{\rho} \int_{\Omega} \varepsilon(z)^T \rho^p E_0 \varepsilon(\bar{z}) d\Omega = \frac{p}{\rho} \int_{\Omega} \varepsilon(z)^T E \varepsilon(\bar{z}) d\Omega \quad (22)$$

$$\frac{\partial G}{\partial E_0} = \frac{\partial z}{\partial E_0} = \int_{\Omega} \varepsilon(z)^T \rho^p \frac{\partial E}{\partial E_0} \varepsilon(\bar{z}) d\Omega$$

$$= \frac{1}{E_0} \int_{\Omega} \varepsilon(z)^T \rho^p E_0 \varepsilon(\bar{z}) d\Omega = \frac{1}{E_0} \int_{\Omega} \varepsilon(z)^T E \varepsilon(\bar{z}) d\Omega \quad (23)$$

그러나, 식(21)은 확률변수인 작용하중 f 에 의해 명시적(explicit)으로 표현되지 않으므로 식(18)을 이용하여 다음과 같이 유도된다.

$$\frac{\partial z}{\partial f} = \frac{\partial a(z, \bar{z})}{\partial f} = \frac{\partial L(\bar{z})}{\partial f} = \frac{\int_{\Omega} \bar{f} d\Omega}{\partial f} = \bar{z} \quad (24)$$

4. 설계 예

본 연구에서 제안한 단일루프 단일벡터 방법을 이용한 신뢰성기반 위상최적설계와 기존의 이중루프 단일벡터 방법을 이용한 신뢰성기반 위상최적설계를 수행시간과 구조물의 최적위상 관점에서 비교함으로써 그 효율성을 입증하고자 한다. 그 예제로는 이미 결정론적 위상최적설계 결과가 알려져 있는 MBB beam 에 3 시그마(99.87%)와 6 시그마(99.999999%)의 신뢰도를 적용하였고 결정론적 위상최적설계 결과와 비교해 보았다. 설계에 사용한 재료는 설계에 사용한 재료는 Steel Carbon ($E = \mu_E = 206.8 \text{ GPa}, \nu = 0.28$)이며, 4 절점 유한요소를 사용하여 해석하였다. 재료의 영률과 작용하중을 확률변수로 사용하였다. 한계상태 방정식은 변위 제한조건을 사용하였다. 또한 한계상태 방정식을 고려하지 않고 단순히 확률변수만을 3 시그마 또는 6 시그마 만큼 악화시키는 최악상태 접근법(Worst Case Approach)⁽⁸⁾과도 비교하여 신뢰성을 고려한 설계의 중요성을 확인하였다.

4.1 MBB beam 설계

MBB beam⁽⁹⁾은 Fig. 5 와 같이 항공기 동체 중앙 부분에 승객과 화물 등 하중을 지지하는 구조물이다.

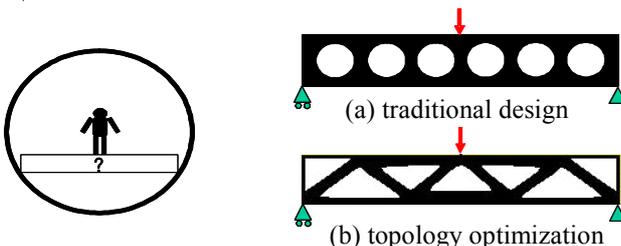


Fig. 5 MBB beam design

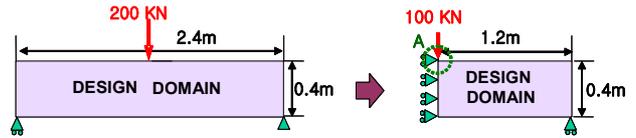


Fig. 6 Design domain and loading/boundary conditions

과거에는 6 개의 구멍을 가진 구조로 설계되었으나 동일한 부피제한조건상에서 위상최적설계의 결과는 7 개의 구멍으로 설계한 구조물이 강성관점에서 약 40%의 향상 되었음을 보여주고 있다.

설계영역, 구속조건 그리고 작용하중은 Fig. 6 과 같고, 허용 변위가 9.3mm 이하로 되게 하였다. 설계영역은 1200 (60×20) 개로 나누었고, 각 확률변수의 표준편차는 평균값의 3%로 설정하였다.

4.2 3 시그마

Fig. 7 은 목표 신뢰성지수 3 을 만족하는 신뢰성기반 위상최적설계의 결과 구조물의 최적형상을 이며, 수치적 결과는 Table. 1 에 비교, 정리하였다.

목적함수인 부피를 살펴보면 결정론적 위상최적설계에 비하여 신뢰성기반 위상최적설계는 목표 신뢰성지수 3 만큼의 신뢰성을 확보하기 위하여 대략 8~9%의 재료를 추가적으로 사용한 것을 알 수 있다. 신뢰성기반 위상최적설계의 수행시간을 결정론적 위상최적설계의 수행시간과 비교해 보면, 기존의 이중루프 단일벡터 방법인 신뢰성지수 접근방법과 목표성능값 접근방법을 이용한 신뢰성기반 위상최적설계는 각각 65.7%와 92.3%의 수행시간이 증가되었으나, 단일루프 단일벡터 방법을 이용한 위상최적설계는 약 16%의 수행시간이 증가

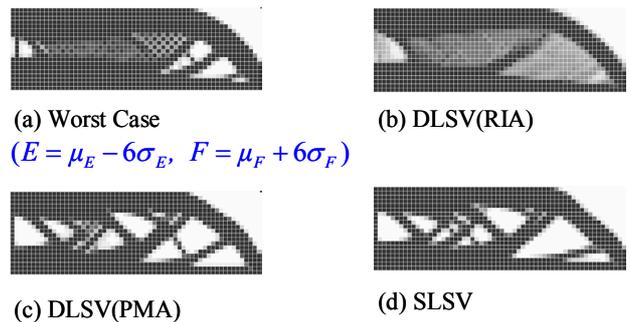


Fig. 7 Optimal topology ($\beta_t = 3$)

Table. 1 Comparisons of numerical results ($\beta_t = 3$)

| | iteration | | objective (volume) | reliability index | cpu-time index |
|------------|------------|------------|--------------------|-------------------|----------------|
| | outer loop | inner loop | | | |
| DTO | 92 | 0 | 50.72% | 0 | 100 |
| WC | 81 | 0 | 63.37% | 4.239 | 87.76 |
| RBTO(RIA) | 95 | 151 | 58.47% | 2.986 | 165.73 |
| RBTO(PMA) | 91 | 273 | 58.88% | 3 | 192.31 |
| RBTO(SLSV) | 87 | 0 | 59.13% | 3 | 116.08 |

된 것으로 미루어 보아 본 연구에서 제안한 단일루프 단일벡터 방법을 이용한 신뢰성기반 위상최적설계가 시간비용의 관점에서 좀더 효율적이라는 것을 알 수 있다. 최악상태 접근법은 63.3%의 재료를 사용하여 목표신뢰성지수 3을 초과한 4.239의 신뢰성지수를 달성하였다. 이는 목표로 했던 신뢰성지수를 초과하였지만, 재료를 그만큼 많이 사용하였으므로 설계목표보다 과도한 설계가 되었다고 말할 수 있다.

4.3 6 시그마

Fig. 8은 목표신뢰성지수 6을 만족하는 신뢰성기반 위상최적설계의 결과인 구조물의 최적형상이며, 수치적 결과는 Table. 2로 비교, 정리하였다.

목적함수인 부피를 살펴보면 신뢰성기반 위상최적설계는 목표 신뢰성지수 6만큼의 신뢰성을 확보하기 위하여 대략 20~27%의 재료를 추가적으로 사용한 것을 볼 수 있다. 이는 목표 신뢰성지수가 3인 앞의 경우와 비교했을 때 더욱 많은 재료를 사용함을 알 수 있고, 이는 더욱 많은 신뢰성을 확보하기 위한 현상으로 설명할 수 있다. 본 연구에서 제안한 단일루프 단일변수 방법을 이용한 신뢰성기반 위상최적설계의 수행시간이 이중루프 단일변수 방법을 이용한 신뢰성기반 위상최적설계에 비하여 적은 시간을 소모 함으로써 제안된 방법이 좀더 효율적이라는 것을 알 수 있다. 마지막으로 최악상태 접근법은 83.8%의 재료를 사용함으로써 목표로 했던 신뢰성지수 6을 초과하여 8.456의 신뢰성지수를 달성하였다. 이는 3 시그마의 경우와 같이 과도한 설계가 되었다고 말할 수 있다.

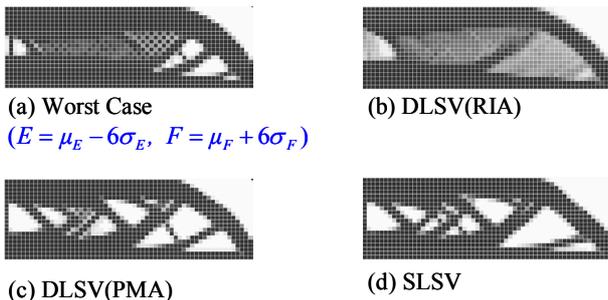


Fig. 8 Optimal topology ($\beta_t = 6$)

Table. 2 Comparisons of numerical results ($\beta_t = 6$)

| | iteration | | objective (volume) | reliability index $\beta_t = 6$ | cpu-time index |
|------------|------------|------------|--------------------|---------------------------------|----------------|
| | outer loop | inner loop | | | |
| DTO | 92 | 0 | 50.72% | 0 | 100 |
| WC | 57 | 0 | 83.84% | 8.456 | 90.56 |
| RBTO(RIA) | 17 | 45 | 76.46% | 5.996 | 236.36 |
| RBTO(PMA) | 75 | 300 | 70.18% | 6 | 322.03 |
| RBTO(SLSV) | 95 | 0 | 70.20% | 6 | 118.88 |

5. 결론

본 연구에서는 단일루프 단일변수 방법을 이용하여 신뢰성기반 위상최적설계를 수행해 봄으로써 기존의 이중루프 단일변수 방법을 이용한 신뢰성기반 위상 최적설계에 비하여 시간비용의 관점에서 좀더 효율적이라는 것을 보여주었으며, 목표로 하는 신뢰성을 확보함으로써 단일루프 단일변수 방법의 정확성 또한 검증해 보았다.

후기

이 연구는 한국과학재단 지정 최적설계신기술 연구센터의 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Chen, X., Hasselman, T. K. and Neill, D. J., 1997, "Reliability-Based Structural Design Optimization For Practical Applications," *AIAA-97-1403*.
- (2) Song, Y. J., Min, S. and Kikuchi, N., 1999, *Finite Element Method and Structural Optimization CAE*, Sung-An Dang, pp. 323~358.
- (3) Bendsoe, M. P. and Sigmund, O., 1999, "Material interpolation schemes in topology optimization," *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 69, pp. 635~654.
- (4) Marti, K. and Stöckle, G., 1999, "Optimal (topology) design under stochastic uncertainty," *Safety and Reliability*, Vol. 2, pp. 1597~1602.
- (5) Bae, K., Wang, S. and Choi, K., 2002, "Reliability-based topology optimization," *9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, pp. 4~6.
- (6) Maute, K., Frangopol, D.M., 2003, "Reliability-based design of MEMS mechanisms by topology optimization," *Computers & Structures*, Vol. 81, pp. 813-824.
- (7) Jeung, H., 2003, "Design Sensitivity Analysis and Topology Optimization of Geometrically Nonlinear Structures," Ph.D. Thesis, Seoul National University, Seoul, Korea.
- (8) Du, X. and Chen, W., 2000, "Towards a better understanding of modeling feasibility robustness in engineering design," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 122, pp. 385~394.
- (9) Olhoff, N., Bendsoe, M. P. and Rasmussen, J., 1991, "On CAD-integrated structural topology and design optimization," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 89, pp. 259~279.