

# 광탄성실험에 의한 함수구배 재료 균열 해석

이 광 호 (상주대학교)<sup>†</sup>

## Analysis for Cracks of Functionally Gradient Materials by Photoelastic Experiment

Kwang Ho Lee

**Key Words** : Functionally Gradient Materials (함수구배재료), Photoelasticity (광탄성), Stress and Displacement Fields (응력장과 변위장), Stress Intensity Factor (응력확대계수)

### Abstract

This paper suggested the method determining the stress intensity factor (SIF) for functionally gradient materials (FGMs) by photoelastic experimental method. The SIF for the center crack in a finite rectangular plate with a linear variation of shear modulus with constant density and Poisson's ratio along the direction of the crack under mode I static loading is obtained. The exponential and linear variation of stress fields are used for obtaining the SIF. The greater crack length, the increase the difference of the SIF between right and left side crack tip.

### 1. 서 론

최근 용광로, 항공우주구조물, 기어, 베어링 및 생물학적 적합성등을 위한 재료로서 다양한 함수구배재료가 개발되고 있다. 일반적으로 용광로에 대한 재료는 고온 및 부식 그리고 열전도에 대한 높은 저항성이 요구된다. 그리고 기어, 베어링, 금형과 같은 재료는 높은 내마모성과 파괴인성이 요구된다. 그리하여 용광로에는 열과 부식성에 대한 저항성이 높은 재료를 내벽재료로 하여 사용하고 있으며, 금형 및 베어링등은 내마모성과 파괴인성이 강한재료로 도금하여 사용한다. 그러나 내벽 또는 도금부의 경계면은 응력의 불연속, 잔류응력, 취약한 강도등으로 인하여 균열 및 도금 탈쇄현상이 자주발생 한다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 함수구배재료(FGM)가 개발되었다. 함수구배재

료는 재료의 성분이 요구조건에 맞게 공간적으로 변화한다. 이러한 이유로 FGM은 탄성과 물리적인 특성이 공간적으로 변화하며, 따라서 이러한 재료에 대한 파괴역학적인 해석이 진행되고있다.<sup>(1-3)</sup>

최근에 Lee<sup>(4)</sup>는 지수형적 또는 선형적으로 물성치가 변화하는 함수구배재료가 모드 I 및 II하중 상태하에서 전파하는 균열에 대한 응력장과 변위장을 유도한 바가 있다. 그러나 균열선단의 응력확대계수의 이해없이 응력장과 변위장만으로는 균열선단의 응력을 완전히 이해하기는 어렵다. 따라서 본 연구에서는 FGM 대한 응력확대계수를 광탄성 실험법으로 결정하는 방법을 제시하고 그 특성에 대하여 연구하는 것이 목적이다.

### 2. FGM 균열선단부근의 응력장

#### 2.1 지수형적 함수구배재료의 응력장

재료의 전단탄성계수  $\mu$ 와 밀도  $\rho$ 가 방정식 (1)과 같이 지수형적 함수 구배적으로 변화한다고

<sup>†</sup> 상주대학교 기계공학부

E-mail : khlee@sangju.ac.kr

TEL : (054)530-5404 FAX : (054)530-5407

가정한다. 단, 포아송의 비  $\nu$ 는 일정하다.

$$\mu = \mu_o \exp(\zeta X), \quad \rho = \rho_o \exp(\zeta X) \quad (1)$$

여기서  $\mu_o$ 와  $\rho_o$ 는  $X=0$ 에서 전단탄성계수 및 밀도이며,  $\zeta$ 는 재료의 비균질상수이다. 이러한 경우에 대한 평형방정식은 방정식 (2)와 같다.<sup>(4)</sup>

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial X} \left\{ (k+2) \nabla^2 \Phi - \frac{\rho_o}{\mu_o} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial Y} \left\{ \nabla^2 \Psi - \frac{\rho_o}{\mu_o} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \right\} \\ & + \zeta \left\{ k \nabla^2 \Phi + 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + 2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X \partial Y} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2-a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial Y} \left\{ (k+2) \nabla^2 \Phi - \frac{\rho_o}{\mu_o} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \right\} \\ & - \frac{\partial}{\partial X} \left\{ \nabla^2 \Psi - \frac{\rho_o}{\mu_o} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \right\} \\ & + \zeta \left\{ 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial X \partial Y} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} - \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2-b)$$

여기서  $k = \lambda_o / \mu_o$ 이고  $\Phi$ 와  $\Psi$ 는 팽창파와 회전파에 관계되는 포텐셜 함수이다. 고정된 좌표계  $X, Y$ 와 전파하는 균열선단의 이동좌표계  $x, y$  사이에 관계  $x = X - ct$ ,  $y = Y$ 로 부터 방정식 (2)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\alpha_l^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \zeta \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\zeta}{k+2} \frac{\partial \Psi}{\partial y} = 0 \quad (3-a)$$

$$\alpha_s^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \zeta \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \zeta k \frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \quad (3-b)$$

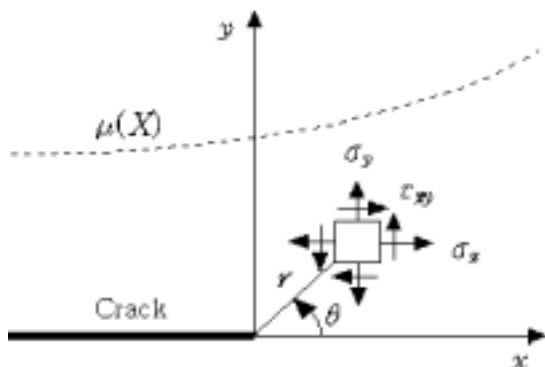


Fig. 1 Stress components at crack tip in FGM

방정식 (3)에 균열표면의 트랜션 프리조건을 적용하면 균열선단의 응력장(Fig. 1)은 방정식 (4)와 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \sigma_{xn} &= e^{\zeta x} \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{xn}^o & \sigma_{yn} &= e^{\zeta x} \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{yn}^o \\ \tau_{xyn} &= e^{\zeta x} \sum_{n=1}^{\infty} \tau_{xyn}^o \end{aligned} \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned} \sigma_{xn}^o &= \frac{K_n^o B_I(c)}{\sqrt{2\pi}} n \left\{ (1 + 2\alpha_l^2 - \alpha_s^2) r_l^{\frac{(n-2)}{2}} \times \right. \\ & \left. \cos\left(\frac{n-2}{2}\right) \theta_l - 2\alpha_s h(n) r_s^{\frac{(n-2)}{2}} \cos\left(\frac{n-2}{2}\right) \theta_s \right\} \\ & + \frac{K_n^* B_{II}(c)}{\sqrt{2\pi}} n \left\{ (1 + 2\alpha_l^2 - \alpha_s^2) r_l^{\frac{(n-2)}{2}} \times \right. \\ & \left. \sin\left(\frac{n-2}{2}\right) \theta_l - 2\alpha_s h(\bar{n}) r_s^{\frac{(n-2)}{2}} \sin\left(\frac{n-2}{2}\right) \theta_s \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yn}^o &= \frac{K_n^o B_I(c)}{\sqrt{2\pi}} n \left\{ -(1 + \alpha_s^2) r_l^{\frac{(n-2)}{2}} \times \right. \\ & \left. \cos\left(\frac{n-2}{2}\right) \theta_l + 2\alpha_s h(n) r_s^{\frac{(n-2)}{2}} \cos\left(\frac{n-2}{2}\right) \theta_s \right\} \\ & + \frac{K_n^* B_{II}(c)}{\sqrt{2\pi}} n \left\{ -(1 + \alpha_s^2) r_l^{\frac{(n-2)}{2}} \times \right. \\ & \left. \sin\left(\frac{n-2}{2}\right) \theta_l + 2\alpha_s h(\bar{n}) r_s^{\frac{(n-2)}{2}} \sin\left(\frac{n-2}{2}\right) \theta_s \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{xyn}^o &= \frac{K_n^o B_I(c)}{\sqrt{2\pi}} n \left\{ -2\alpha_l r_l^{\frac{(n-2)}{2}} \sin\left(\frac{n-2}{2}\right) \theta_l \right. \\ & \left. + (1 + \alpha_s^2) h(n) r_s^{\frac{(n-2)}{2}} \sin\left(\frac{n-2}{2}\right) \theta_s \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \frac{K_n^* B_{II}(c)}{\sqrt{2\pi}} n \left\{ 2\alpha_l r_l^{\frac{(n-2)}{2}} \cos\left(\frac{n-2}{2}\right) \theta_l \right. \\ & \left. - (1 + \alpha_s^2) h(\bar{n}) r_s^{\frac{(n-2)}{2}} \cos\left(\frac{n-2}{2}\right) \theta_s \right\} \end{aligned}$$

$$\alpha_l = \sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_l}\right)^2}, \quad \alpha_s = \sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_s}\right)^2}, \quad c_s = \sqrt{\frac{\mu_c}{\rho}}$$

$$c_l = c_s \sqrt{2/(1-\nu)} \text{ for plane stress}$$

$$r_j = \sqrt{x^2 + (a_j y)^2}, \quad \theta_j = \tan^{-1}(a_j y/x), \quad j = l, s$$

$$h(n) = \frac{2\alpha_l}{1 + \alpha_s^2} \text{ (} n = \text{odd)}, \quad \frac{1 + \alpha_s^2}{2\alpha_s} \text{ (} n = \text{even)},$$

$$B_I(c) = \frac{1 + \alpha_s^2}{4\alpha_s \alpha_s - (1 + \alpha_s^2)^2}, \quad B_{II}(c) = \frac{2\alpha_s}{4\alpha_s \alpha_s - (1 + \alpha_s^2)^2},$$

$$\bar{n} = n + 1$$

$n = 1$ 일때  $K_I^o$  과  $K_I^*$ 는 응력확대계수  $K_I$  과  $K_{II}$  에 해당된다. 방정식(4), (5)에서 알 수 있듯이 FGM의 응력장과 변위장은 비균질파라메타  $\zeta$ 에 영향을 받고 있음을 알 수 있다.

### 2.2 선형적 함수구배재료의 응력장

재료의 전단탄성계수  $\mu = \mu_o(1 + \zeta X)$ 와 같이 선형적으로 변화하고 밀도  $\rho$ 와 포아송의 비  $\nu$ 가 일정하다고 가정한다. 이러한 경우에 응력장  $\sigma_{ij}$ 은 다음과 같이 나타내어진다.

$$\sigma_{ij} = (1 + \beta x) \left[ \sum_{n=1}^2 \sigma_{ijn}^o + \sigma_{iB} \right] \quad (5)$$

여기서

$$\begin{aligned} \sigma_{33} = & \left\{ \sigma_{33}^o + \beta \frac{K_I B_I(c)}{\sqrt{2\pi}} r_l^{1/2} [(1 + 2\alpha_l^2 - \alpha_s^2) \times \right. \\ & A_1 C_1(\theta_l) - \frac{(1 - \alpha_s^2)}{(1 - \alpha_l^2)} \frac{A_1}{2} C_2(\theta_l)] \\ & + \beta \frac{K_{II} B_{II}(c)}{\sqrt{2\pi}} r_s^{1/2} [-2\alpha_s B_1 h_1 C_3(\theta_s)] \\ & + \beta \frac{K_{II} B_{II}(c)}{\sqrt{2\pi}} r_l^{1/2} [-(1 + 2\alpha_l^2 - \alpha_s^2) \times \\ & A_1 S_1(\theta_l) + \frac{(1 - \alpha_s^2)}{(1 - \alpha_l^2)} \frac{A_1}{2} S_2(\theta_l)] \\ & \left. + \beta \frac{K_{II} B_{II}(c)}{\sqrt{2\pi}} r_s^{1/2} (2\alpha_s) [-B_1 \bar{h}_1 S_3(\theta_s)] \right\} \\ \sigma_{3\theta} = & \left\{ \sigma_{3\theta}^o + \beta \frac{K_I B_I(c)}{\sqrt{2\pi}} r_l^{1/2} [-(1 + \alpha_s^2) A_1 C_1(\theta_l) \right. \\ & + \frac{(1 + \alpha_s^2 - 2\alpha_l^2)}{(1 - \alpha_l^2)} \frac{A_1}{2} C_2(\theta_l)] \\ & + \beta \frac{K_I B_I(c)}{\sqrt{2\pi}} r_s^{1/2} [2\alpha_s B_1 h_1 C_3(\theta_s)] \\ & + \beta \frac{K_{II} B_{II}(c)}{\sqrt{2\pi}} r_l^{1/2} [(1 + \alpha_s^2) A_1 S_1(\theta_l) \\ & - \frac{(1 + \alpha_s^2 - 2\alpha_l^2)}{(1 - \alpha_l^2)} \frac{A_1}{2} S_2(\theta_l)] \\ & \left. + \beta \frac{K_{II} B_{II}(c)}{\sqrt{2\pi}} r_s^{1/2} [2\alpha_s B_1 \bar{h}_1 S_3(\theta_s)] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{x\theta} = & \left\{ \tau_{x\theta}^o + \beta \frac{K_I B_I(c)}{\sqrt{2\pi}} r_l^{1/2} [-2\alpha_l A_1 S_3(\theta_l)] \right. \\ & + \beta \frac{K_{II} B_{II}(c)}{\sqrt{2\pi}} r_s^{1/2} h_1 B_1 [-(1 + \alpha_s^2) S_1(\theta_s) + \frac{1}{2} S_2(\theta_s)] \\ & + \beta \frac{K_{II} B_{II}(c)}{\sqrt{2\pi}} r_l^{1/2} [2\alpha_l A_1 C_3(\theta_l)] + \beta \frac{K_{II} B_{II}(c)}{\sqrt{2\pi}} \times \\ & \left. r_s^{1/2} \bar{h}_1 B_1 [-(1 + \alpha_s^2) C_1(\theta_s) + \frac{1}{2} C_2(\theta_s)] \right\} \end{aligned}$$

$$A_1 = \frac{1 - \alpha_l^2}{\alpha_l^2}, \quad B_1 = \frac{1 - \alpha_s^2}{\alpha_s^2}$$

$$C_1(\theta_j) = \frac{3}{16} \cos \frac{3}{2} \theta_j + \frac{1}{32} \cos \frac{7}{2} \theta_j$$

$$C_2(\theta_j) = \cos \frac{\theta_j}{2} + \cos \frac{3}{2} \theta_j$$

$$C_3(\theta_j) = \frac{1}{4} \cos \frac{1}{2} \theta_j - \frac{1}{16} \cos \frac{3}{2} \theta_j + \frac{1}{32} \cos \frac{7}{2} \theta_j$$

$$S_1(\theta_j) = \frac{3}{16} \sin \frac{3}{2} \theta_j + \frac{1}{32} \sin \frac{7}{2} \theta_j$$

$$S_2(\theta_j) = \sin \frac{3\theta_j}{2} - \sin \frac{1}{2} \theta_j$$

$$S_3(\theta_j) = \frac{1}{4} \sin \frac{1}{2} \theta_j + \frac{1}{16} \sin \frac{3}{2} \theta_j - \frac{1}{32} \sin \frac{7}{2} \theta_j$$

$$h_1 = -\frac{14A_1 \alpha_l}{[32 - 7(1 + \alpha_s^2)] B_1}$$

$$\bar{h}_1 = \frac{A_1 \{ (1 + \alpha_s^2) [7(1 - \alpha_l^2) - 32] + 64\alpha_l^2 \}}{14\alpha_s (1 - \alpha_l^2) B_1}$$

$$\mu_c = \mu_o(1 + \alpha \zeta), \quad \beta(a, \zeta) = \zeta \frac{\mu_o}{\mu_c} = \frac{\zeta}{(1 + \alpha \zeta)}$$

### 3. 광탄성실험법에 의한 FGM 응력확대 계수 결정법

응력과 광탄성무늬와의 관계를 나타내는 응력-광 법칙은 응력프린지치가 지수형적 또는 선형적으로 변화할 때, 방정식(6) 또는 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (2\tau_{xy})^2} = \frac{N f_c \exp(\zeta, x)}{t} \quad (6)$$

$$\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (2\tau_{xy})^2} = N f_c (1 + \frac{f_o}{f_c} \zeta, x) / t \quad (7)$$

여기서  $N$ 는 무늬차수,  $t$ 는 시편의 두께,  $f_o$ ,  $f_c$ 는 각각 균열 중앙과 끝의 응력프린지치,  $\zeta$ 는 비균질 응력프린지치상수이다. 등방성재료인 경우에는

$\zeta$ 는 0이 된다. 방정식(4)또는 (5)의 응력장과 광탄성 사진으로 부터 얻은 무늬차수의 여러 점들을 (6) 또는 (7)식에 대입하여 Newton-Raphson법에 의한 최소자승법으로 균열선단부근의 응력확대계수를 얻을 수 있다. 그리고 응력장은 응력확대계수  $K_I, K_{II}$ 항과  $\sigma_{ox}$ 항만을 고려하였다. 따라서 방정식 (4)에서는  $n=1 \{f(K_I, K_{II})\}$ 과  $n=2(\sigma_{ox})$ 의 항만을 사용하였고, 방정식 (5)에서는  $n=1, 2$  및 3항( $\sigma_{IB}$ 은 제외)을 사용하였다. 일반적으로 등방성 균열의 해석을 광탄성실험적으로 해석하는 경우  $n=1, 2$ 항만을 고려하여 해석한다. 정적상태의 무차원 균열속도  $c/c_s=0.02$ 로 하였다.

본 연구에서는 FGM의 투과용 광탄성실험용 재료를 개발하기 위하여 두 종류의 비스페놀 A형 (DGEBA Type Epoxy)의 단단한 재료와 연한재료를 사용하여 개발하였다. 개발된 투과형 광탄성 물성치는 Table 1과 같다. 균열은 시편의 중앙에 1mm의 구멍을 뚫은 후 두께 0.2mm의 실톱으로 균열을 가공후 균열선단은 실제의 균열효과를 주기 위하여 예리한 칼에 의하여 가공되었다. 실험에 사용된 균열의 길이는  $2a/W=0.1-0.6$ 이다. 그리고 시편의 폭  $W=0.266m$ , 높이  $H=0.26m$ , 시편의 두께  $t=7.3mm$ 이다. 시편의 하중점을 고려하면 실제의  $H/W=0.8$ 정도이다. 탄성계수는 왼쪽끝이 0.6GPa, 오른쪽끝이 2.3GPa이다. 응력프린지치는 왼쪽끝이 7kN/m-fringe, 오른쪽 끝이 16kN/m-fringe이다. 균열의 중앙에서 탄성계수 및 응력프린지치는 각각  $E_0=1.45GPa$ ,  $f_0=11.5kN/m$ -fringe이다. 재료의 탄성계수 및 응력프린지치는 선형적으로 변화한다. 균열선단 부근의 광탄성무늬로부터 선택된 점들의 범위는  $0.5t < r < 1.5t$ 이다. 시편의 두께  $t=7.3mm$ 이므로 균열선단에서 선택범위는  $0.0035 < r < 0.01m$ 이다. 이러한 짧은 범위에서 선형적 탄성변화는 지수형적으로 간주해도 탄성계수의 차이는 거의

없다. 따라서 본 연구에서는 (i) 방정식 (4)의 지수형적 응력장을 적용하여 응력확대계수를 구하고, (ii) 방정식 (5)의 선형적 응력장을 적용하여 얻어진 응력확대계수를 구하였다.

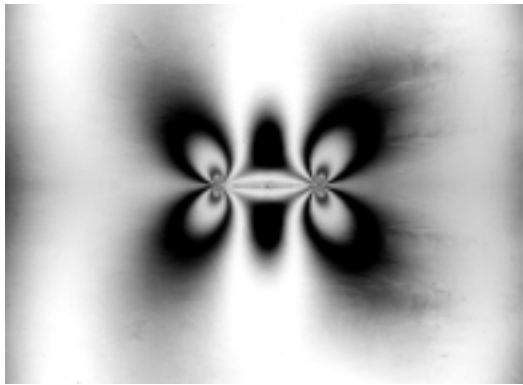
먼저 지수형적 응력장을 사용하여 응력확대계수를 구하자. 균열 끝 (crack tip)에서 탄성계수  $E_c=1.45(1 \pm 4.4a)GPa$ 이다. 여기서 +, -는 각각 오른쪽, 왼쪽 균열선단의 탄성계수를 구하는데 적용된다. 예를들어 균열의 반 길이  $a=0.0266m$ 인 경우 균열선단에서 탄성계수  $E_c=1.619GPa$ 이다. 균열선단의 선택점들의 탄성계수 범위는  $1.638 < E < 1.679GPa$ 이다. 이것을 지수형적으로 나타내면  $1.679=1.638 \exp(0.0065 \zeta)$ 이며,  $\zeta=3.784/m$ 를 얻는다. 이러한 비균질파라메타는 균열의 길이가 증가할수록 낮아져  $a=0.08m$ 인 경우, 균열선단의 선택점들의 탄성계수 범위는  $1.983 < E < 2.024GPa$ 이다. 이 경우 지수형적으로 나타낸 비균질 탄성상수  $\zeta=3.164/m$ 이다. 한편 본 시편의 균열선단에서 응력프린지치는  $f_c=11.5(1 \pm 2.942a)kN/m$ -fringe이다. 균열의 반 길이  $a=0.0266m$ 인 경우 균열선단에서 응력프린지치  $f_c=12.37kN/m$ -fringe이다. 균열선단의 선택점들을 고려하면 응력프린지치 범위는  $12.49 < f < 12.73kN/m$ -fringe이다. 따라서 이것을 지수형적 비균질 프린지치상수로 나타내면  $12.73=12.49 \exp(0.0065 \zeta)$ 이다. 따라서 비균질 응력프린지치 상수  $\zeta_f=2.928/m$ 이다. 이러한 비균질 파라메타도 역시 균열의 길이가 증가할수록 낮아져  $a=0.08m$ 인 경우, 균열선단의 선택점들의 응력프린지치 범위는  $14.33 < f < 14.55kN/m$ -fringe이다. 이 경우  $\zeta_f=2.345/m$ 이다. 본 연구에서는 균열의 길이에 따라 다른  $\zeta$ 와  $\zeta_f$ 를 각각 적용하였다.

다음에 선형함수구배재료에 대한 응력장을 적용한 경우는 균열의 중앙에서 탄성계수와 응력프린지치는 각각  $E_0=1.45GPa$ ,  $f_0=11.5kN/m$ -fringe이다. 이 경우에 비균질 탄성상수  $\zeta=4.4/m$ 이고 비균질응력프린지치 상수  $\zeta_f=2.94/m$ 이다.

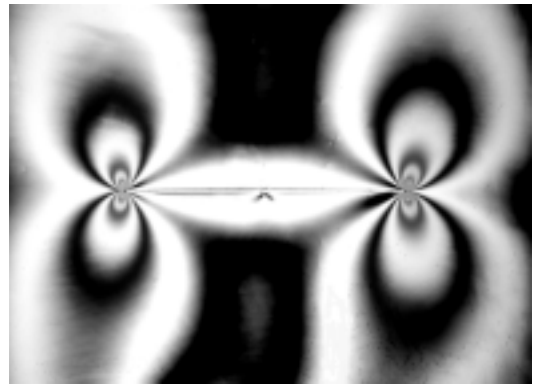
Fig.2는 모드 I 하중상태하의 FGM의 광탄성 무늬를 나타내고 있다. 물성치 및 응력프린지치의 비균질영향으로 오른쪽 균열선단의 광탄성무늬가 왼쪽 균열선단의 광탄성무늬보다 크다.

Table 1 Mechanical properties for epoxy FGM

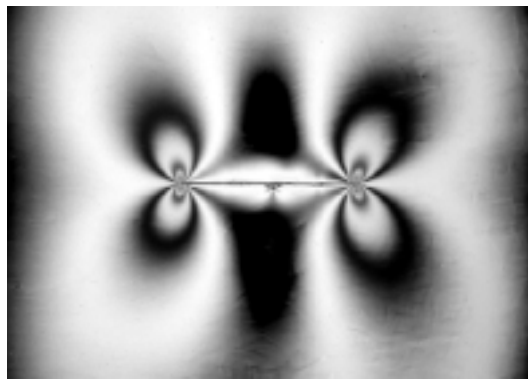
|                           |                             |
|---------------------------|-----------------------------|
| Young' modulus E(X)       | 0.6-2.3(GPa) in 0.266m      |
| Poisson's ration, $\nu$ , | 0.38                        |
| Density, $\rho$           | 1200(kg/m <sup>3</sup> )    |
| Stress fringe value f     | 7-16(kN/m-fringe) in 0.266m |



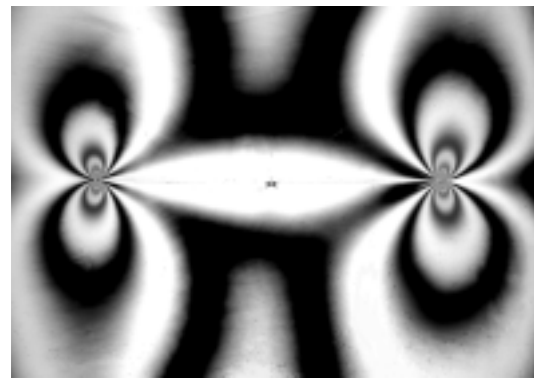
$2a/W=0.1$ ,  $2a=26.6\text{mm}$ , Load=3.11KN



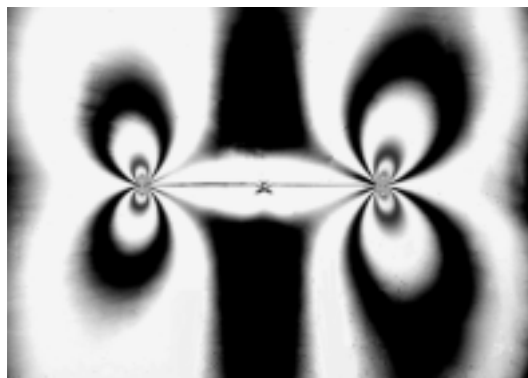
$2a/W=0.4$ ,  $2a=106\text{mm}$ , Load=2.00KN



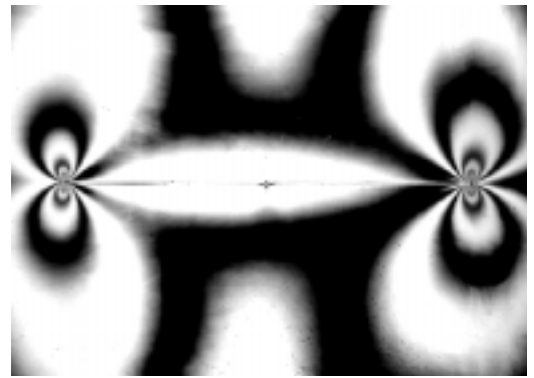
$2a/W=0.2$ ,  $2a=53.2\text{mm}$ , Load=2.89KN



$2a/W=0.5$ ,  $2a=133\text{mm}$ , Load=1.78KN



$2a/W=0.3$ ,  $2a=80\text{mm}$ , Load=2.22KN



$2a/W=0.6$ ,  $2a=160\text{mm}$ , Load=1.33KN

Fig. 2 Isochromatic fringe patterns for a static crack in FGM by digital carmer

#### 4. 광탄성실험에 의한 응력확대계수

Fig. 3은 3절에서 제시한 응력확대계수 결정법에 의해 지수형적 함수구배재료에 대한 응력장 (4)과 선형함수구배재료에 대한 응력장 (5)식을 사용하여 얻은 응력확대계수를 나타내고 있다. 그림에서 알 수 있듯이 지수형적 함수구배 재료의 응력장을 사용하여 얻은 응력확대계수가 선형함수

구배 재료의 응력장을 사용하여 얻은 응력장보다 0.7-8%정도 크게 나타나고 있으며 균열의 길이가 증가함에 따라 그 차이는 증가하고 있다. 그러나 이러한 오차는 거의 없어야한다고 여겨진다. 왜냐하면 선형적 FGM재료의 균열 해석을 위하여 지수형적 FGM 응력장을 사용하였다고 하더라도 균열 선단의 물성치는 실제의 물성치를 적용하였으며,

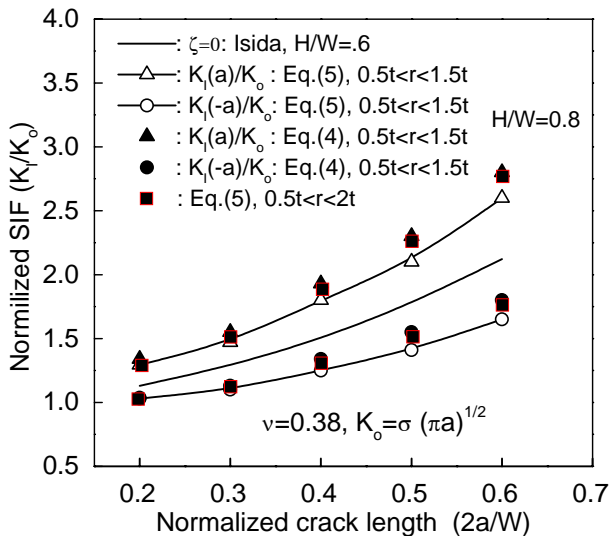


Fig. 3  $K_I/K_0$  with crack length

또한 균열선단부근의 광탄성 데이터 획득범위는  $0.5t < r < 1.5t$  이므로 이 범위에서 선형적 함수구배는 지수형적이라고 간주해도 차이가 없기 때문이다. 한편 지수형적 FGM의 응력장은  $n=1,2$ 항을, 선형적 FGM에서 응력장은  $n=1,2,3$ 항을 사용하였다. 일반적으로 고차항의  $n$ 를 사용한 응력장을 사용하는 경우는 데이터 획득범위가 넓어진다. 따라서 선형적 FGM에서 응력장을 사용한 경우 데이터 획득범위를  $0.5t < r < 2t$ 로 넓히면 응력확대계수는 Fig. 3에서 보는 바와같이 지수형적 함수구배 응력장에서 얻은 결과와 거의 일치한다. 만약에 선형적 함수구배에서 사용된 응력장이  $n=1,2$ 항을 사용한다면 데이터 획득은  $0.5t < r < 1.5t$  범위에서 지수형적 함수구배 응력장에서 얻은 응력확대계수의 결과와 거의 일치함도 확인할 수 있었다.

한편 균열의 길이가 길수록 오른쪽 끝과 왼쪽 끝의 응력확대계수차이는 더 크게 나타나고 있음을 알 수 있다. 이것은 균열의 길이가 증가할수록 두 균열 선단에서 물성치차이가 더 크게 발생하기 때문이다. 그리고 양끝 균열의 응력확대계수들 사이의 실선은 등방성체에 대한 Isida<sup>(5)</sup>의  $H/W=0.6$ 의 응력확대계수 결과이며 거의 양끝 균열의 응력확대계수 평균값이다. 등방성체의 무차원 응력확대계수는 FGM의 양끝 균열 응력확대계수의 평균<sup>(6)</sup>임을 고려한다면 동일한 기하학적 조건하에서는 실험의 결과가 수치해석의 결과보다 크게 나타난다고 하겠다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 탄성계수와 응력프린지치가 선형적으로 변화하는 FGM을 사용하여 광탄성 실험법으로 FGM에 대한 응력확대계수 결정법을 제시하고 균열선단부근의 응력확대계수값을 구하였다. 이러한 재료의 파괴해석은 (i) 지수형적 함수구배 재료와 (ii) 선형적 함수구배 재료에 대한 응력장을 적용하였다. 균열선단에서 동일한 물성치를 적용하였음에도 불구하고  $n=1,2$ 항을 적용한 지수형적 응력장으로 부터 얻은 응력확대계수는  $n=1,2,3$ 항을 적용한 선형 함수구배 재료의 응력장으로 부터 얻은 응력확대계수와는 차이가 있다. 그러나 두 응력장은  $n$ 의 수를 동일하게 적용하는 경우는 같은 결과를 얻을 수 있으며,  $n$ 수가 증가하면 데이터 획득범위를 넓혀야 함을 알 수 있다. 균열의 길이가 길수록 오른쪽 끝과 왼쪽 끝의 응력확대계수차이는 더 크게 나타나고 있음을 알 수 있다.

## 참 고 문 헌

- (1) Erdogan F., 1995, "Fracture Mechanics of Functionally Graded Materials", *Composite Engineering*, Vol. 5, No. 7, pp. 753-770.
- (2) Jin Z. H. and Batra, R. C., 1996, "Some Basic Fracture Mechanics Concept in Functionally Graded Materials", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 44, No. 8, pp. 1221-1235.
- (3) Gu P. and Asaro R. J., 1997, "Cracks in Functionally Graded Materials", *Int. J. Solid of Materials*, Vol.31, pp. 579-596.
- (4) Lee, K. H., 2004, "Characteristics of a Crack Propagating Along the Gradient in Functionally Gradient Materials", *International Journal of Solids and Structures*.(Accepted)
- (5) Isida, M., 1975, "Arbitrary Loading Problems of DoublySymmetric Regions Cointaining a Central Crack", *Engng. Frac. Mech.*, Vol. 7, pp.505-514.
- (6) Konda,N and Erdogan, F., 1994, " The Mixed Mode Crack Problem in Nonhomogeneous Elastic Medium", *Engng. Frac. Mech.*, Vol. 47, pp.533-545.