

제 7차 수학과 교육과정에 따른 실용수학 및 수학 I 확률 및 통계단원 분석

장대홍¹⁾, 이효정²⁾

요약

우리나라 초·중·고등학교 확률 및 통계영역 교육은 1997년 교육인적자원부 교시로 제 7차 수학과 교육과정이 개정되어 현재 초·중·고등학교 현장에서 시행되고 있다. 교과서 전수 조사를 통하여 제 7차 수학과 교육과정에 따른 실용수학 및 수학 I 확률 및 통계단원을 분석하였다.

주요용어: 제 7차 수학과 교육과정, 확률 및 통계교육

1. 서론

해방이후 지금까지 우리나라 중·고등학교 수학과 교육은 교수요목 시대를 거쳐 7차에 걸쳐 개정되어 왔다. 1997년 교육인적자원부 교시로 제 7차 수학과 교육과정이 개정되어 현재 중·고등학교 현장에서 시행되어 오고 있다. 확률 및 통계교육도 이러한 수학과 교육 과정의 한 부분으로서 시행되어진다. 제 7차 수학과 교육과정에 따른 통계교육에 대한 선행연구로는 이상복(2003, 2004)가 있다. 장대홍과 이효정(2004)는 제 7차 수학과 교육과정에 따른 1-10단계 확률 및 통계단원을 분석하였다. 이 연구의 연장으로서 본 논문에서는 실용수학과 수학 I 각각에 대하여 교과서 전수 조사를 행하여 제 7차 수학과 교육과정에 따른 확률 및 통계단원을 분석하였다.

2. 확률과 통계 영역 현황 조사 및 분석

2.1 확률과 통계영역 목표 및 내용 체계

제 7차 수학과 교육과정의 편성·운영 지침에 보면 1학년에서 10학년까지의 10년 동안은 국민 공통기본 교육과정을 편성, 운영하는 것으로 되어 있고, 10단계의 각 단계별로 학기를 단위로 하는 2개의 하위 단계(가, 나)를 설정하여 단계형 수준별 교육 과정을 운영한다. 1-10단계의 국민 공통 기본 교육과정 후 11, 12단계에서는 선택과목으로서 '실용수학', '수학 I', '수학 II', '미분과 적분', '확률과 통계', '이산수학'을 대상으로 선택하도록 하였다. 이 중 확률과 통계영역이 들어가 있는 과목은 '실용수학', '수학 I'과 '확률과 통계'이다. 확률과 통계영역은 1-10단계에서

1) (608-737) 부산광역시 남구 대연3동 599-1 부경대학교 수리과학부 통계학전공, 교수
E-mail: dhjang@pknu.ac.kr

2) (608-737) 부산광역시 남구 대연3동 599-1 부경대학교 교육대학원 수학교육전공

제 7차 수학과 교육과정에 따른 실용수학
및 수학 I 확률 및 통계단원 분석

는 6개 영역(수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 문자와 식, 규칙성과 함수) 중 하나의 영역이고, 실용수학에서는 4개 영역(계산기와 컴퓨터, 경제 생활, 생활 통계, 생활 문제 해결) 중 하나의 영역, 수학 I에서는 3개 영역(대수, 해석, 확률과 통계) 중 하나의 영역이다. 제 7차 수학과 교육과정 중 실용수학 및 수학 I에서의 확률과 통계영역 목표 체계와 내용체계는 다음 표 2.1과 표 2.2와 같다. 실용수학과 수학 I 모두 목표체계에서 '실생활 문제'를 강조하고 있으나 실제 교과서들에서 언급한 자료의 유형을 보면(표 2.5 참조) '실생활 문제'가 큰 부분을 차지하지 못하고 있음을 알 수 있다. 이러한 현상은 수학 I에서 더욱 심하다.

표 2.1. 확률과 통계영역 목표 체계표

과목명	목표
실용수학	실생활의 여러 가지 자료를 정리, 표현, 처리, 해석할 수 있다.
수학 I	확률과 통계의 기본 개념과 원리를 이해하고, 이를 활용하여 여러 가지 실생활 문제를 해결할 수 있다.

표 2.2. 확률과 통계영역 내용 체계표

과목명/ 영역	내 용	
실용수학 생활 통계	자료의 정리와 요약	· 여러 가지 그래프와 표 · 평균과 분산
	확률과 통계의 활용	· 확률의 뜻과 활용 · 기대값 · 이항분포의 활용 · 정규분포의 활용 · 여론 조사
과목명/ 영역	내 용	
수학 I 확률과 통계	순열과 조합	· 경우의 수 · 순열 · 조합 · 이항정리
	확률	· 확률의 뜻 · 확률의 계산
	통계	· 확률 분포 · 통계적 추정

2.2 확률과 통계영역에 대한 현황조사 및 분석

실용수학 4종, 수학 I 12종 전수조사를 행하였다. 편의상 실용수학 4종은 A-D로, 수학 I 12종은 A-L로 편의상 표기하였다.

제 7차 수학과 교육과정에서 정의한 용어 및 기호는 다음 표 2.3과 같았다. 실용수학과 수학 I 모두 '표본분산'이라는 용어가 빠져 있다.

표 2.3. 제 7차 수학과 교육과정에서 정의한 용어 및 기호

실용수학 영역	용어와 기호
생활 통계	평균, 분산, 표준편차, 확률, 조합, 기대값, 이항분포, 정규분포, 표준화, 모집단, 표본, 전수조사, 표본조사, 임의추출, 모평균, 표본평균, 모비율, 표본비율, 구간추정, ${}_nC_r$, $E(X)$, $V(X)$

수학 I 내용	용어와 기호
순열과 조합	순열, 계승, 원순열, 중복순열, 조합, 이항정리, 이항계수, 파스칼의 삼각형, ${}_nP_r$, $n!$, ${}_nC_r$, ${}_nH_r$
확률	시행, 사건, 확률, 통계적 확률, 수학적 확률, 여사건, 배반사건, 조건부확률, 중속, 독립, 독립시행, $P(A)$, $P(B A)$
통계	확률변수, 이산확률변수, 연속확률변수, 확률분포, 확률밀도함수, 이항분포, 큰수의 법칙, 정규분포, 정규분포곡선, 표준화, 표준정규분포, 표본, 전수조사, 표본조사, 모집단, 임의추출, 모평균, 모표준편차, 표본평균, 표본표준편차, 추정, 신뢰도, 신뢰구간, $P(X=x)$, $E(X)$, $V(X)$, $B(n, p)$, $N(m, \sigma^2)$

실용수학 4종과 수학 I 12종 각각에 대하여 교과서를 구성하고 있는 중요 요소를 본문 쪽수, 본문 비율, 도표, 그래프, 수형도, 삽화·사진, 준비학습, 예제, 참고, 문제, 연습·종합문제, 읽을 거리 등으로 구분하고, 이 기준을 이용하여 다음 표 2.4와 같이 정리하였다.

표 2.4. 교과서 구성요소 현황

단계	출판사	본문 쪽수	본문 비율	도표	그래프	수형도	삽화, 사진	준비 학습	예제	참고	문제	연습, 종합 문제	읽을 거리
실용 수학	A	62	29.8	28	20	0	33	0	21	6	39	42	2
	B	78	38.6	21	17	4	60	8	22	9	46	26	2
	C	62	32.6	33	28	1	54	1	18	2	46	33	2
	D	58	32.0	29	28	0	12	0	20	3	49	25	1

단계	출판사	본문 쪽수	본문 비율	도표	그래프	수형도	삽화, 사진	준비 학습	예제	참고	문제	연습, 종합 문제	읽을 거리
수 I	A	98	35	27	18	3	86	8	36	6	66	61	2
	B	116	37.7	41	31	5	63	2	34	18	87	59	3
	C	110	36.7	25	33	3	99	7	52	10	84	85	7
	D	134	39.2	30	37	3	112	11	31	11	106	78	4
	E	109	33.7	17	32	2	68	5	35	7	63	60	5
	F	118	36.5	27	26	5	62	9	37	0	91	83	4
	G	102	32.3	21	18	2	62	9	35	1	96	70	2
	H	94	33.1	25	26	3	90	9	31	12	68	65	6
	I	111	33.5	24	29	3	51	7	32	15	66	49	2
	J	110	35.7	33	26	4	41	8	37	1	79	71	3
	K	108	33.3	32	39	4	50	10	36	6	106	79	1
	L	110	39.9	30	30	6	81	0	31	3	111	53	3

가장 큰 특징은 삽화·사진에 있어서 출판사 별로 큰 차이를 나타내고 있다는 것이다. 실용수학에서는 최소 12개, 최대 60개로 5배의 차이가 나고, 수학 I에서는 최소 41개, 최대 112개

제 7차 수학과 교육과정에 따른 실용수학
및 수학 I 확률 및 통계단원 분석

로 약 3배의 차이가 나는 것을 알 수 있다.

실용수학 4종과 수학 I 12종에 있는 예제, 문제, 연습문제, 종합문제에 나와 있는 자료들의 유형을 조사하니 다음 표 2.5와 같았다.

표 2.5. 자료의 유형

단 계	자료의 유형	차지하는 비율(%)			
		A	B	C	D
실 용 수 학	자연/환경	12.9	19.5	10.7	6.1
	문화	7.1	6.1	9.3	8.4
	사회/경제	32.9	35.4	33.3	34.9
	주사위/동전/공/숫자카드/당첨제비	20	13.4	12	20.5
	고등학생에 관한 문제	11.8	14.6	21.3	22.9
	기타	15.3	11	13.4	7.2

단 계	자료의 유형	차지하는 비율(%)											
		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
수 학 I	자연/환경	9.7	6.6	6.6	8.3	3.9	3.4	6.8	5.8	14.8	5.3	6.2	2.9
	문화	10.6	13.2	8.6	7.7	10.7	6.2	10.3	10.6	8.3	7.0	7.5	13.8
	사회/경제	10.6	5.9	13.2	9.8	16.5	8.9	11.6	16.3	19.4	8.8	12.3	12.3
	주사위/동전/구슬/공/당첨제비	30.2	32.4	38.4	40.6	26.2	38.4	40.4	32.7	25.9	50.9	37.0	34.1
	숫자/문자/그림카드	10.6	11.0	14.6	10.5	7.8	11.6	11.0	6.7	5.6	12.3	11.0	10.1
	고등학생에 관한 문제	16.8	13.2	7.3	6.3	15.5	18.5	7.5	8.7	14.8	13.1	12.3	11.6
	기타	11.5	17.6	11.3	16.8	19.4	13.0	13.0	19.2	11.2	2.6	13.7	15.2

실용수학에서는 자료의 유형으로서 '사회/경제'가 차지하는 비율이 30%대로 제일 높았고, 수학 I에서는 자료의 유형 중 '주사위/동전/구슬/공/당첨제비'가 차지하는 비율이 적게는 25%, 많게는 50%로 제일 높았다. '주사위/동전/구슬/공/당첨제비'에다가 '숫자/문자/그림카드'까지 합치면 이 두 유형이 차지하는 비율이 적게는 31%, 많게는 무려 63%이었다. 자료 제공처를 명기한 그래프와 도표 현황과 데이터로 쓰인 홈페이지 주소와 data set 현황을 파악하니 다음과 같은 특징을 알 수 있었다.

1. 자료의 원천이 되는 웹 홈페이지 주소를 명기하고 있다.
2. 인용되는 그래프와 도표 중 자료 제공처를 명기한 비율이 극히 저조하다. 실용수학에서는 최소 3.3%, 최대 17.5%이었고, 수학 I에서는 최소 0%, 최대 8.9%이었다.
3. 수학 I에서 자료는 제공하지 않고 웹 홈페이지 주소만 언급한 경우가 35번 중 23번이나 되었다.
4. 인터넷 홈페이지 주소의 빈도수를 보면 통계청이 17번으로 제일 많이 언급되고 있고, 기상청 4번, 환경부 3번, 한국갤럽 2번, 한국자동차공업협회 2번 등이었다. 총 18개의 기관이 언급되어 있었다.

확률 및 통계단원의 내용상의 문제점은 다음과 같이 정리할 수 있다.

1. 1-10단계 수학교과서 뿐만이 아니라 ‘실용수학’과 ‘수학 I’에서도 집필진에 통계학자들의 참여가 거의 전무하다.
2. 통계학자와 수학교육학자 사이의 교류가 활발치 못하다. 하나의 예가 수학 I 교과서에 보면 ‘웃놀이(도, 개, 걸, 웃, 모)의 확률’과 ‘14면 주사위의 확률’에 대한 언급이 나오는 데 이 두 문제는 통계학회 저널에 여러 학자(허명회(1994), 김미경과 허명회(1995), 채경철과 이충석(1995), 박진경과 박홍선(1996))에 의하여 언급되고 연구된 주제인 데 이러한 연구들의 결과를 수학 I 교과서에서 채택하거나 언급하지 않고, 오히려 잘못된 결과를 제시하고 있거나 결과를 제시하지 못하고 있다.

3. 표본분산의 문제를 살펴보면 ‘10-가’ 단계 수학교과서에서 자료의 분산을 $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$ 로, ‘수학 I’과 ‘실용수학’ 교과서에서 표본분산을 $S_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}$ 로 정의하고 있다. 이러한 표본분산은 추정의 입장에서는 편의추정량이다. 대학 통계학교재는 모분

산 σ^2 에 대한 추정량으로서 불편추정량인 $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$ 을 사용한다. n 이 커지면 S^2 과 S_n^2 의 값은 비슷하여 진다. 문제가 되는 것은 n 이 작을 때 S^2 과 S_n^2 중 어느 추정량을 사용하는 것이 좋으나 하는 것이다. S_n^2 이 모분산 σ^2 에 대한 편의추정량이라는 하나 S_n^2 의 분산이 S^2 의 분산보다 작게 됨으로 우리는 추정량들의 평균제곱오차(Mean Square Error, MSE)의 입장에서 이러한 표본분산들을 평가하여 볼 필요가 있다. 즉, 불편성과 유효성을 동시에 고려해 볼 필요가 있다. MSE_n 을 S_n^2 에 대한 평균제곱오차라 하고, MSE 를 S^2 에 대한 평균제곱오차라 하자. 장대홍(2004)는 임의의 모집단 하에서 $MSE_n \leq MSE$ 을 만족하려면

$$\frac{Var(S^2)}{\sigma^4} \geq \frac{1}{2n-1}$$

이 되면 된다는 것을 밝혔다. 시뮬레이션을 통하여 n 이 작을 때는 평균제곱오차 입장에서는 S_n^2 이 S^2 보다 나은 추정량임을 보였다. 수학교사들은 표본분산으로서 S_n^2 을 사용할 때 이러한 불편성과 유효성의 개념을 이해하고 학생들에게 교수하여야 한다.

4. 모든 수학 I 교과서가 95% 신뢰구간과 99% 신뢰구간을 동시에 제시하는 데 이 두 신뢰구간 사이의 관계를 언급하지 않거나 ‘모평균을 추정할 때 신뢰도는 높을수록, 신뢰구간의 길이는 작을수록 좋다’라고 잘 못 언급하고 있다.

5. 수학 I 교과서에서 확률변수의 개념을 함수로 정의한 책이 11종 중 5종이다.

6. 수학 I 교과서 중 이항분포의 정규근사에 대한 언급에서 근사를 위한 전제조건이 명확치 않고 계산에만 치중되어 있다. 이러한 문제점은 장대홍(1999)에서 지적한 바가 있다.

3. 결론

우리는 확률 및 통계단원 교육에 대하여 다음과 같은 방안을 생각할 수 있다.

1. 확률 및 통계단원 교육이 원론적이고, 수리적인 접근만 이뤄질 뿐 실험을 위주로 한 교육이 되지 못하고 있다. 그러므로 교사들이 이런 문제점들을 제거시킬 수 있는 방안을 강구하여야 한다.
2. 학생들이 다양한 자료를 접하기 위하여 신문 및 인터넷을 적극 활용하여야 한다.
3. 확률 및 통계교육에 대하여 통계학회가 수학교육 관련학회들(대한수학교육학회, 한국수학교육학회)과 교육인적자원부와 연합하여 교사들의 재교육, 수학교과서 집필 등에 관심을 가져야 한다.

참고문헌

- [1] 교육 인적 자원부(1997). 제 7차 수학과 교육과정.
- [2] 금성출판사 외 11종(2004). 수학 I 수학교과서 12종.
- [3] 교학사 외 3종(2004). 실용수학 수학교과서 4종.
- [4] 김미경, 허명희(1995). 윗의 확률, 한국통계학회 춘계학술발표회 논문집, 91-96.
- [5] 박진경, 박홍선(1996). 윗의 확률 추정에 대하여, 응용통계연구, 제 9권 제 2호, 83-94.
- [6] 이상복(2003). 제 7차 교육과정 속의 통계교육, 한국데이터정보과학회 춘계학술발표회 논문집, 57-64.
- [7] 이상복(2004). 중등교과과정에서 통계교육의 문제, 한국통계학회 통계교육상담연구회 워크샵.
- [8] 장대홍(1999). 이항분포의 정규근사에 대한 고찰, 응용통계연구, 제 12권 제 2호, 671-681.
- [9] 장대홍(2004). 표본분산에 대한 고찰, 투고중.
- [10] 장대홍, 이효정(2004). 제 7차 수학과 교육과정에 따른 1-10단계 확률 및 통계단원 분석, 한국통계학회 춘계학술발표회 논문집, 85-90.
- [11] 허명희(1994). 14면 주사위의 확률, 응용통계연구, 제 7권 제 1호, 113-119.
- [12] 채경철, 이충석(1995). 14면 주사위 확률에 대한 역학적 고찰, 응용통계연구, 제 8권 제 2호, 179-185.