

# 소성 변형을 포텐셜에 기초한 성형 한계도의 정식화

김대용\* · 정관수\*\* · 김기주\*\*\*

## Formulation of forming limit diagram based on strain-rate potential

D. Kim, K. Chung and K. J. Kim

### Abstract

Most formulations for a forming limit diagram (FLD) have been based on yield stress potentials defined in the stress field. Nevertheless, there are formulations where potentials defined in the strain-rate field are especially convenient to formulate the rigid plastic material. Based on a strain-rate potential proposed for materials exhibiting planar anisotropic, the formulations for the forming limit diagram has been developed applying M-K theory. As verification example, the formulation is applied for anisotropic AA5182-O sheet. The good verification results show that the formulation for the forming limit diagram has been successfully developed.

**Key Words :** Forming Limit Diagram (FLD), Strain-Rate Potential, Planar Anisotropic Material, M-K Theory

### 1. 서론

흔히 성형 한계도는 항복 응력 포텐셜 (yield stress potential, yield stress function) 기반에서 구해진다. 하지만 강 소성 물질 가정 하에서는 변형률 속도 장에서의 항복조건인 소성 변형률 포텐셜 (strain-rate potential)이 편리한 면을 가지고 있다. 따라서 본 연구에서는 소성 변형률 포텐셜을 이용하여 성형 한계도를 정식화하였다.

비등방성 재료의 소성거동을 모사하기 위해서 두 종류의 비등방 소성 변형률 포텐셜을 예로 사용하였다. 그 하나는 Hill의 1948년도 소성 변형률 포텐셜<sup>(1)</sup>이고 또 하나는 최근에 개발된 Srp2003-2d<sup>(2)</sup>이다.

검증을 위하여 자동차용 알루미늄 판재

AA5182-O의 성형 한계도가 계산되었다.

### 2. 구성 방정식

일반적으로 소성 거동을 모사하기 위해서는 (a) 유동 법칙 (b) 소성 포텐셜 그리고 (c) 경화 곡선이 정의 되어야 한다. 소성 변형률 포텐셜이 주어 졌을 때, 유동 법칙은 다음과 같이 정의 된다.

$$\sigma = \bar{\sigma} \frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial \dot{\epsilon}} \quad (1)$$

식 (1)을 위하여 두 종류의 비등방 소성 변형률 포텐셜이 사용되었다. 먼저 Hill의 1948년 비등방 소성 변형률 포텐셜은 다음과 같다.

\* 서울대학교 재료공학부 대학원

\*\* 서울대학교 재료공학부

\*\*\* 쌍용자동차 CAE Team



$$\hat{\sigma}^b = (\Omega^b)^{-1} \bar{\sigma}^b \frac{\partial \Delta \bar{\varepsilon}^b}{\partial \Delta \varepsilon^b} \quad (11)$$

그리고

$$\Delta \varepsilon^b = \Omega^b \cdot \Delta \hat{\varepsilon}^b \quad (12)$$

이다. 여기서 윗첨자 ‘a’는 흠의 좌표축 n-t 를 의미하고  $\Omega$  는 다음과 같은 좌표축 변환 행렬이다.

$$\Omega = \begin{bmatrix} \cos^2(\phi-\theta) & \sin^2(\phi-\theta) & \sin 2(\phi-\theta) \\ \sin^2(\phi-\theta) & \cos^2(\phi-\theta) & -\sin 2(\phi-\theta) \\ -\frac{1}{2}\sin 2(\phi-\theta) & \frac{1}{2}\sin 2(\phi-\theta) & \cos 2(\phi-\theta) \end{bmatrix} \quad (13)$$

식 (11)과 (12)를 풀기 위한 경계조건은 식 (8)과 (9)로부터 얻어진다. 즉,

$$\begin{cases} \Delta \varepsilon_{nn}^b = \text{unknown} \\ \Delta \varepsilon_{tt}^b = \Delta \varepsilon_{tt}^a \\ \Delta \varepsilon_{nt}^b = \text{unknown} \end{cases} \quad \text{그리고} \quad \begin{cases} \sigma_{nn}^b = \frac{h^a}{h^b} \sigma_{nn}^a \\ \sigma_{tt}^b = \text{unknown} \\ \sigma_{nt}^b = \frac{h^a}{h^b} \sigma_{nt}^a \end{cases} \quad (14)$$

그러므로 식 (11)~(14) 은 3 개의 미지수와 3 개의 식을 포함 하는 비선형 연립 방정식이 된다. 이를 수치적으로 풀기 위해서, 뉴턴-랩슨 식이 사용되고 강성 행렬은 식 (11)를 미분하여 얻어진다.

$$\mathbf{K} \delta \mathbf{e} = \mathbf{s}_E - \mathbf{s}_I \quad (15)$$

여기서

$$\mathbf{K} = (\Omega^b)^{-1} \cdot \left\{ \frac{\partial \bar{\sigma}^b}{\partial \Delta \bar{\varepsilon}^b} \frac{\partial \Delta \bar{\varepsilon}^b}{\partial \Delta \varepsilon^b} \otimes \frac{\partial \Delta \bar{\varepsilon}^b}{\partial \Delta \varepsilon^b} + \bar{\sigma}^b \frac{\partial^2 \Delta \bar{\varepsilon}^b}{\partial \Delta \varepsilon^b \partial \Delta \varepsilon^b} \right\} \cdot \Omega^b \quad (16)$$

$$\mathbf{s}_I = (\Omega^b)^{-1} \bar{\sigma}^b \frac{\partial \Delta \bar{\varepsilon}^b}{\partial \Delta \varepsilon^b} \quad (17)$$

그리고

$$\mathbf{s}_E = \frac{h^a}{h^b} \hat{\sigma}^a, \quad (s_E)_2 = \text{unknown} \quad (18)$$

변형이 진행 중에 두께와 흠의 각도는 다음 단계의 계산을 위해서 갱신된다. 새로운 두께는

$$h = h_0 \exp(\varepsilon_{zz}) \quad (19)$$

이고 여기서  $h_0$  은 초기 두께이다. 또한 흠의 각도 변화는

$$\Delta \theta = \tan^{-1} \left( \frac{\Delta u_{11}^a \tan \theta - \Delta u_{12}^a}{-\Delta u_{12}^a \tan \theta + \Delta u_{22}^a} \right) - \theta \quad (20)$$

이고 여기서  $\Delta \mathbf{u}$  는 우 신장 텐서(right stretch tensor)의 증분이다. 결함 영역 ‘b’에서 재료 대칭축의 회전 양은 다음과 같이 정의 된다.

$$\begin{aligned} \Delta \phi &= \tan^{-1} \left( \frac{\Delta u_{11}^a \tan \theta - \Delta u_{12}^a}{-\Delta u_{12}^a \tan \theta + \Delta u_{22}^a} \right) \\ &- \tan^{-1} \left( \frac{\Delta u_{11}^b \tan \theta - \Delta u_{12}^b}{-\Delta u_{12}^b \tan \theta + \Delta u_{22}^b} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

국부 네킹 조건은 균질 및 결함 영역의 유효 변형률을 비교함으로써 얻을 수 있다. 즉,

$$\frac{\bar{\varepsilon}^a}{\bar{\varepsilon}^b} \rightarrow 0.0 \quad (22)$$

한계 변형률은 초기 흠의 각도를 변화 시키면서 계산하면서 그 중 최소 값을 취한다.

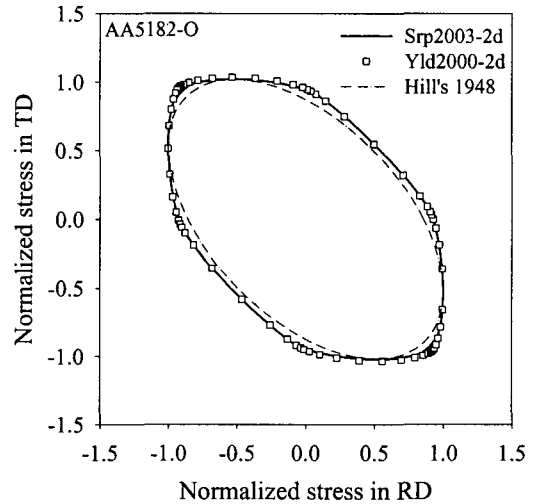


Fig. 2 Surface of strain-rate potential for AA5182-O.

Table 1 Input data for calculation of the anisotropic coefficients of Srp2003-2d

	$\sigma_0$	$\sigma_{45}$	$\sigma_{90}$	$\sigma_b$	$R_0$	$R_{45}$	$R_{90}$	$R_b$
AA5182-O	1.000	0.974	0.966	0.958	1.11	1.38	1.03	-

#### 4. 적용 및 결과

개발된 정식화를 검증하기 위해서 AA5182-O (Al-4.5Mg-0.34Mn-0.18Fe) 자동차 용 알루미늄 합금 판재의 성형한계도가 계산되었다. AA5182-O 의 경과 곡선 식은  $\bar{\sigma} = 647.7 \bar{\epsilon}^{0.32}$  이었고 소성거동을 모사하기 위해서 Hill 의 1948 년식과 Srp2003-2d 가 사용되었다. AA5182-O 의 Srp2003-2d 를 결정하기 위한 입력정보는 Table 1 에 정리 되었다. Srp2003-2d 의 지수  $\mu$  는 FCC 물질에 추천된  $4/3$  <sup>(4)</sup>이 사용되었다. Srp2003-2d 의 이방성 상수는 뉴튼-랩슨 식에 의해서 구해졌으며 그 결과가 Table 2 에 정리 되었다. AA5182-O 의 소성변형률 포텐셜의 형상을 Fig. 2 에 나타내었다.

성형 한계도를 구성하기 위해서, 변형률 증분은  $\Delta \epsilon_{xx}^a = 0.5e^{-3}$  이 주어졌고, 국부 necking 조건은  $\bar{\epsilon}^a / \bar{\epsilon}^b = 0.1$  으로 설정 되었다. 재료의 초기 결합 크기는 실험에서 얻어진  $FLC_0$  맞추는 값을 사용하였다. AA5182-O 의 경우  $FLC_0 = 0.275$  이므로 이 때  $d_0$  값은  $1.20e^{-3}$  이었다. 이러한 입력 자료를 가지고 계산된 성형 한계도가 Fig. 3 에 도시 되었다. 계산된 성형 한계도는 실험 값과 잘 일치함을 보여준다.

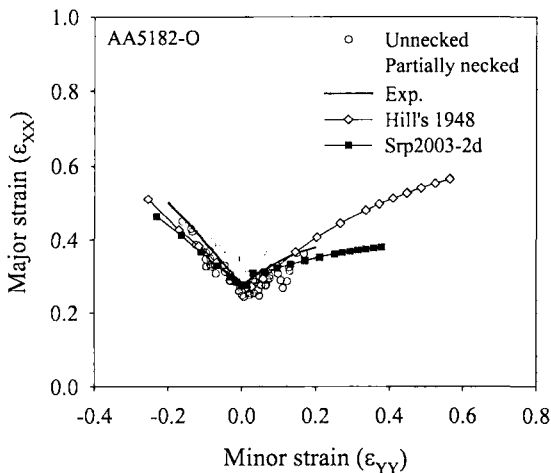


Fig. 3 Forming limit diagram of AA5182-O

#### 5. 결론

변형률 속도장 기반의 항복 조건인 소성 변형률 포텐셜을 이용하여 성형 한계도를 정식화한 본 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 변형률 속도장 기반의 항복 조건인 소성 변형률 포텐셜을 이용하여 강소성 재료 가정 하에 M-K 이론에 기초한 성형 한계도를 정식화 하였다.

(2) 알루미늄 합금 판재 AA5182-O 를 정식화 된 성형 한계도에 적용하였고 계산된 알루미늄 합금 판재 AA5182-O 의 성형한계도는 실험으로 부터 얻어진 성형한계도와 잘 일치함을 보여주었다.

(4) 정식화된 성형한계도는 이후 다중 겹으로 이루어진 샌드위치 판재의 성형한계도에 응용되어 샌드위치 판재의 성형성 평가에 이용될 것이다.

#### 참고 문헌

- (1) R. Hill, 1948, "A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals", Proc. R. Soc. London, Vol. A193, p. 281.
- (2) D. Kim, K. Chung, F. Barlat, J.R. Youn, T.J. Kang, 2003, "Non-quadratic plane-stress anisotropic strain-rate potential", Proc. IMMM2003, May 20-27, 2003, Wuhan, China, pp.46-51
- (3) Z. Marchiniak, K. Kuczynski, 1967, "Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal", Int. J. Mech. Sci., Vol. 9, pp. 609-625.
- (4) F. Barlat, K. Chung, 1993, "Anisotropic potentials for plastically deformation metals", Modelling Simul. Mater. Sci. Engng., Vol. 1, pp. 403-416.

Table 2 Anisotropic coefficients of Srp2003-2d for AA5182-O

Material	$\mu$	$c'_{11}$	$c'_{22}$	$c'_{66}$	$c''_{11}$	$c''_{12}$	$c''_{21}$	$c''_{22}$	$c''_{66}$	$\alpha$	$\kappa$
AA5182-O	4/3	1.053	1.030	0.695	1.009	-0.064	-0.063	0.990	1.016	1.15	1.0