정규분포를 갖는 *N*차 시리얼 시스템에서의 기초 재고 정책
Base-stock Policies for *N*-stage Serial Inventory Systems with a Normal Distribution

김준석* · 권익현** · 김성식***
고려대학교 산업시스템정보공학과, * : bliths@korea.ac.kr, ** : queens@korea.ac.kr,
*** : sungskim@korea.ac.kr

Abstract

본 연구에서는 수요가 정규분포의 형태를 따르는 *N*차 시리얼(serial) 시스템을 대상으로 한다. 최상위 노드는 상위의 공급자로부터 받고자 하는 물량을 제한 없이 받을 수 있으며 하위 노드로 이러한 물량을 공급하게 된다. 최하위 노드에서는 고객의 직접적인 수요가 발생하고 만족시키지 못한 수요는 다음 기간으로 이월된다. 이러한 환경 하에서 전체 시스템에서 발생하는 재고유지 비용(holding cost)과 재고이월 비용(backorder cost)의 합을 최소화하는 각 노드별 최적의 기초 재고 수준(base stock level)을 결정하는 문제를 다룬다. 본 논문에서는 모의실험과 계층 재고(echelon stock)의 개념을 통해 수요 분포 내의 적절한 분위수(quantile)를 결정하는 접근방법으로 각 노드의 기초 재고 수준을 구하는 방안을 제시하고자 한다.

1. 서 론

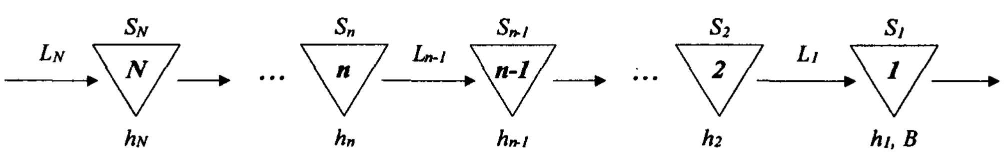
오늘날 급변하는 기업 환경에서 기업이 생존하기 위해 제품과 부가가치 서비스에 대한 고객의 요구를 적시에 효과적으로 충족시키기 위한 방법의 중요성이 강조되었다. 또한 제품 부가가치의 60~70%가 제조과정이 아닌 외부의 공급 체인 상에서 발생하기 때문에 이를 해결하려는 노력은 계속되고 있다. 따라서 고객 - 소매상(retailer) - 도매상 - 제조업체 - 부품/자재 공급업체(supplier) 등으로 이어지는 공급체인(supply chain)을 효과적으로 관리하기 위해 공급망 사슬 관리(Supply Chain Management: SCM)에 관심을 기울이고 있다[2].

공급망 사슬에서의 다단계 재고 문제(multi-echelon inventory problem)에 관한 연구는 1960년대 Forrester[6]의 연구 이후로 꾸준한 관심과 주목을 받아오고 있으며 현재까지 활발한 연구가 진행되고 있다. Clark and Scarf[3]는 여러 노드들이 연속적으로 이루어진 시리얼 시스템(serial system)에서 할인 비용(discount cost)을 적용하여 동적계획법(dynamic programming)의 형태에서 계층 기초 재고 정책(echelon base stock policy)이 최적을 보장함을 보였다. Clark and Scarf의 연구가 발표 된 후, 실제 많은 논문에서 다양한 형태의 재고 문제를 해결하기 위해서 계층 기초 재고 정책을 사용하였다. Federgruen and Zipkin[5]은 Clark and Scarf의 결과를 무한 기간(infinite horizon)으로 기간을 확장하는 연구를 수행하였고, 이를 통해 order-up-to 정책이 최적해를 제공함을 증명하였다. Lambrecht *et al.*[8]은 Clark and Scarf 모델을 이용해서 수치적인 연구를 시도하였다. Schmidt and Nahmias[9]는 2단계 assembly 시스템에서 수리적인 모형을 제시하였으며, De bodt and Graves[12]는 Clark and Scarf 모델에서 쓰였던 주기적 재고 관리(periodic review) 방식을 연속적인 재고 관리(continuous review) 형태로 변형한 연구를 시도하였다. van Houtum and Zijm[10]은 Erlang 분포를 하는 시리얼 시스템에서 재고유지 비용과 재고이월 비용의 합을 최소로 하는 기초 재고 수준을 결정하는 방법을 고안하였고, 재고이월 비용을 조정하면서 목표로 하는 서비스 수준을 만족시키는 절차에 대해 간략하게 언급하였다. Gallego and Zipkin[7]은 이와 관련된 기존의 연구들과 접근 방법들을 자세하게 정리하여 발표하였다.

본 연구에서도 van Houtum and Zijm의 연구와 마찬가지로 *N*차 시리얼 시스템에서 전체 재고 유지 비용과 재고이월 비용의 합을 최소화하는 노드별 최적의 기초 재고 수준(base stock level)을 결정하는 문제를 다루고자 한다. 수요 분포는 van Houtum and Zijm의 연구에서 다룬 Erlang 분포가 아닌 정규 분포로 가정한다. 수요가 정규 분포를 따를 경우, 노드의 수가 늘어나게 되면 Federgruen and Zipkin[5]이 제시한 방법에 따른 해법으로는 수리적인 접근이 어렵기 때문에 최적 해를 구하기가 힘들다. 따라서 본 연구에서는 **모의실험을 통해 수요 분포 내의 적절한 분위수(quantile)를 결정하는 접근방법으로 각 노드의 기초 재고 수준을 구하는 방안을 제시하고자 한다.**

2. 본 론

본 연구는 [그림 1]과 같이 *N*차 시리얼 시스템을 대상으로 한다. 최상위 노드는 상위의 공급자로부터 받고자 하는 물량을 제한 없이 받을 수 있으며 하위 노드로 이러한 물량을 공급하게 된다. 최하위 노드에서는 고객의 직접적인 수요가 발생하고 만족시키지 못한 수요는 다음 기간으로 이월된다. 각 노드는 주기적 재고 조사(periodic review), 기초 재고 정책(base stock policy)에 따라 재고 보



[그림 1] 공급사슬 네트워크 모형

충 계획을 수립한다. 또한 각 노드의 조달시간은 재고 조사 기간(review period)의 정수배 형태로 정의되고, 이러한 재고 조사 기간은 모든 노드에 있어서 동일하게 주어지는 것으로 가정한다. [그림 1]에서 수요 노드인 최하위 노드로부터 최상위 노드의 순서로 노드번호를 부여한다. 각각의 노드에 해당하는 조달기간(lead time)은 $L_1, L_2, \cdots, L_N$으로 표시하였고 재고유지 비용(holding cost)은 $h_1, h_2, \cdots, h_N$으로 나타내었으며 각 노드의 설치 기초 재고 수준(installation base stock level)을 $S_1, S_2, \cdots, S_N$으로 정의하였다. 최하위 노드의 재고이월 비용(backorder cost)을 B로 나타내었고 주문비용(ordering cost)은 존재하지 않는 것으로 가정한다. 조달기간은 각각의 노드에 따라 달라질 수 있으며 단위 계획기간의 정수배 형태로 확정적으로 주어진다. 재고비용의 경우 $B \gg h_1 \geq h_2 \geq \cdots \geq h_N$으로 재고이월 비용이 재고유지 비용보다 크고 재고유지 비용의 경우 하위 단계에 있는 노드일수록 상위에 있는 노드들보다 상대적으로 큰 값을 갖는 것으로 한다.

수요는 매 기간당 평균이 μ 표준편차가 σ로 주어지는 정규분포(normal distribution)로 하며 매 기간 독립적으로 발생하는 것으로 한다. L기간 동안의 수요 분포 $D(L)$은 평균이 $L\mu$ 표준편차가 $\sqrt{L}\sigma$인 정규분포의 형태를 갖는다. 따라서 노드 1의 조달기간 동안의 수요는 $D(L_1+1)$이고 이에 대한 평균과 표준편차를 각각 μ_1, σ_1이라 하면 이를 $\mu_1=(L_1+1)\mu$, $\sigma_1=\sqrt{L_1+1}\sigma$으로 나타낼 수 있다. 나머지 노드들의 조달기간 동안의 수요는 $D(L_j)$, $j=2,\cdots,N$이고 마찬가지 방식으로 각 노드의 평균과 표준편차를 $\mu_j=L_j\mu$, $\sigma_j=\sqrt{L_j}\sigma$로 나타낼 수 있다. 본 연구에서는 공급사슬 내의 각 노드에서 발생하는 일련의 사건들은 매 기간 초에 다음과 같은 절차를 따라 진행된다.

① 기초 재고 수준에 따른 계획 기간의 수요 예측
② 계획 기간의 수요를 만족시키기 위한 수송물량 결정
③ 이전 기간에 결정된 수송물량 도착 및 이동
④ 실제 수요 발생
⑤ 발생한 수요 만족 및 재고 비용 계산

[그림 2]는 노드의 조달기간이 각각 L_1, L_2인 2개의 노드로 구성된 시리얼 시스템의 예이다. 각 노드가 $(t-1)$기간 말에 보유한 재고를 $I_{i,t-1}$로 표시하였고, 노드 i에 t기간 말에 도착할 수송중인 물량을 $X_{i,t}$로 정의하고 이를 각 노드의 아크(arc) 상에 나타내었다. [그림 2]의 우측에는 (L_1+L_2+1)기간 조달기간의 수요예측 값을 D_t로 표시하였다. 기초 재고 정책에 의해 각 노드의 기초 재고 수준 S_i는 조달기간 동안 해당 노드에 도착하는 물량과 보유한 재고의 합으로 나타낼 수 있고 이는 조달기간 동안의 수요의 합과 같아야 한다[1]. 즉, S_1, S_2는 각각 (1), (2)식과 같이 나타낼 수 있다. 이 식을 통해 노드별 기초 재고 수준을 노드별 조달기간 동안의 수요로 나타낼 수 있음을 알 수 있다. 또한 노드 수가 증가할 경우에도 이와 유사한 방법을 통해 확정하여 적용할 수 있다[1].

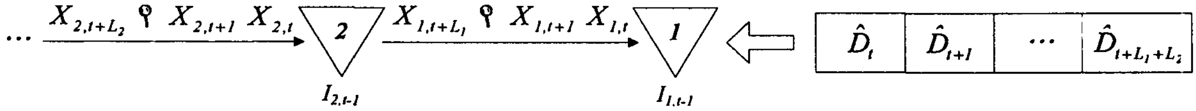
$$S_1 = I_{1,t-1} + \sum_{r=t}^{t+L_1} X_{1,r} = \sum_{s=t}^{t+L_1} D_s \tag{1}$$

$$S_2 = I_{2,t-1} + \sum_{r=t}^{t+L_2} X_{2,r} = \sum_{s=t+L_1+1}^{t+L_1+L_2} D_s \tag{2}$$

3. 모의실험 및 실험 결과

본 연구에서는 앞서 서론에서 살펴본 것과 같이 본 문제의 수리적인 접근의 어려움을 해결하기 위한 방법으로 모의실험(simulation)을 이용하였다. 각 노드의 효과적인 기초 재고 수준을 정하기 위하여 계층 재고(echelon stock)의 개념을 통해 수요 분포 내의 적절한 분위수(quantile)를 결정하는 접근방법을 사용하게 된다. 여기서 분위수는 임의의 범위 중에서의 한 값을 말하는데, 일반적으로 누적된 분포 값에서 백분위수 값을 가리킨다[4]. 이를 들어, 노드1의 조달기간이 1이고 평균 100, 표준편차 20인 정규분포에서 분위수 값으로 0.9를 선택하였을 경우 $\mu_1=2\cdot100=200$, $\sigma_1=20\sqrt{2}\fallingdotseq28.28$가 되고 분위수에 해당하는 정규분포의 값은 대략 236.25가 되고 이 값이 노드1에서 유지해야할 기초 재고 수준 S_1이 된다. 이 수요 분위수의 조합을 결정하는 방법은 해당 노드의 조달기간 동안의 수요 분포의 분위수를 대략적인 구간의 값으로 소수점 첫째 자리에 해당하는 범위 값을 찾아내고 보다 세부적인 구간의 값으로 소수점 둘째 자리에 해당하는 분위수를 찾아내는 형태로 진행된다. 이러한 기본 정보를 바탕으로 적절한 실험 계획을 통하여 기본 문제를 다양하게 변형하고 모의실험을 통하여 결과를 분석하기로 한다. 모의실험의 신뢰성을 위하여 실험이 안정화 될 때까지의 초기 데이터(pilot data)를 제거하여 모든 통계적 수치를 초기화 하고, 안정상태에 도달한 후 10,000회의 실제 수요(realized demand)가 발생할 때까지 실험을 수행하였다.

<표 1>은 2개의 노드로 구성된 시리얼 시스템에서 조달기간이 $L_1=L_2=5$, 수요의 평균과 표준편차가 $\mu=10$, $\sigma=5$, 각 노드의 재고유지 비용이 $h_1=1$, $h_2=1.5$, 최하위 노드의 재고이월 비용이 $B=10$으로 주어지는 조건 하에서 모의실험을 통해 얻어진 최소의 평균 비용을 갖는 기초 재고 수준 및 수요 분위수의 조합을 나타낸다. 평균 비용은 재고유지 비용과 재고이월 비용의 합을 총 실험 횟수로 나누어서 얻어진 값으로 각 실험 횟수 당 평균값이다. <표 2>는 본 문제의 환경과 동일한 문제를 다룬 Federgruen and Zipkin[5]의 연구에서 최적의 기초 재고 수준을 구하는 방법을 적용하였을 경우의 결과를 보여주는 것이다. <표 1>과 <표 2>의 실험 결과를 비교해 보았을 때, 거의 유사한 평균 비용을 갖는다는 것을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서 제안하는 수요 분위수의 조합에 의한 기



[그림 2] 공급사슬 네트워크의 예

초 재고 수준이 최적 값에 근접한 결과를 보장함을 알 수 있다.

<표 1> 노드별 최적의 분위수 조합

노드	1	2	평균비용
분위수	0.75	0.48	39.60
S_i	80.23	48.75	
분위수	0.76	0.47	39.61
S_i	81.19	48.12	

<표 2> 노드별 최적 기초 재고 수준

노드	1	2	평균비용
S_i	81.00	48.70	39.40

다음으로 실험 계획법을 통하여 기초 재고 수준을 정하는 수요 분위수의 선택에 영향을 주는 요소(factor)들을 변화시켜 가면서 그에 따른 최적의 기초 재고 수준과 수요 분위수의 변화를 알아보고자 한다. 실험 계획법에 의한 요소들의 값은 <표 3>과 같이 설계하였다. 본 논문에서는 각 노드별 재고유지 비용이 수요 분위수의 선택에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 나머지 인자들은 고정시키고 재고유지 비용을 변화시켜가면서 실험을 수행하였다. 실험 계획에 따른 모의실험의 결과들은 <표 4>에서부터 <표 6>으로 정리하였다.

<표 3> 실험 계획법에 의한 실험 조건

요소(factor)	요소의 범위
노드 수	3
평균(μ)	100
표준편차(σ)	20
재고유지 비용(h_1)	3 ~ 25
재고유지 비용(h_2)	2 ~ 10
재고유지 비용(h_3)	1 ~ 7
재고이월 비용(B)	100

<표 4>를 살펴보면 고객의 직접적인 수요가 발생하는 수요 노드(노드 1)의 재고유지 비용이 증가할 때, 노드 2, 3의 조달기간 동안의 수요 분위수는 증가하는 경향을 나타내며 이와 반대로 수요 노드의 조달기간 동안의 분위수는 감소한다. <표 5>와 <표 6>에서도 마찬가지로 특정 노드의 재고유지 비용이 증가하는 할 경우, 해당 노드의 조달기간 동안의 수요 분위수는 감소하지만 나머지 노드의 분위수는 증가하는 것을 알 수 있다.

<표 4> h_1의 변화에 따른 수요 분위수의 변화 (h_2 = 2, h_3 = 1)

노드		1	2	3	평균비용
h_1=3	분위수	0.94	0.72	0.66	249.08
	S_i	262.19	111.66	108.25	
h_1=8	분위수	0.86	0.86	0.70	490.64
	S_i	243.21	121.61	110.49	
h_1=22	분위수	0.75	0.91	0.74	974.49
	S_i	226.98	126.82	112.87	

이러한 결과는 특정 노드의 재고유지 비용이 증가하면 이러한 변화에 직접적인 영향을 받는 노드의 재고량을 줄이기 위해 해당 노드의 조달기간 동안의 수요 분위수는 감소하지만 전체 계층 재고(echelon stock)의 급격한 변화를 방지하기 위해서 다른 노드의 분위수가 상대적으로 증가하는 것으로 해석할 수 있겠다. 물론 재고유지 비용이 상대적으로 높은 수요 노드(노드 1)보다는 공급 노드(노드 1, 2)쪽이 더 높은 비율로 증가하는 것을 볼 수 있다. 이는 재고유지 비용이 감소하는 경우에도 마찬가지로 적용된다.

<표 5> h_2의 변화에 따른 수요 분위수의 변화 (h_1 = 25, h_3 = 1)

노드		1	2	3	평균비용
h_2=2	분위수	0.74	0.90	0.76	1058.04
	S_i	225.73	125.63	114.13	
h_2=5	분위수	0.76	0.75	0.80	1116.47
	S_i	228.25	113.49	116.83	
h_2=10	분위수	0.80	0.53	0.86	1174.57
	S_i	233.66	101.51	121.61	

<표 6> h_3의 변화에 따른 수요 분위수의 변화 (h_1 = 25, h_2 = 10)

노드		1	2	3	평균비용
h_3=1	분위수	0.80	0.53	0.86	1174.57
	S_i	233.67	101.51	121.61	
h_3=3	분위수	0.79	0.63	0.68	1208.17
	S_i	232.26	106.64	109.35	
h_3=7	분위수	0.79	0.77	0.42	1243.89
	S_i	232.26	114.78	95.96	

또한, 공급 노드의 재고유지 비용에 비하여 수요 노드의 재고유지 비용이 증가할 때 총 비용이 보다 현저히 늘어나는 결과를 볼 수 있다. 따라서 수요 노드의 재고유지 비용이 총 비용 결정에 보다 직접적인 영향을 준다고 할 수 있다.

본 연구는 현재 계속해서 진행되고 있으며 보다 다양한 실험을 통해 효과적인 수요 분위수를 결정하는데 영향을 미치는 다양한 요소들의 상관관계를 분석하고 이를 일반화할 예정이며, 가능한 경우 수리적인 모형을 통해 정량화하여 분석·증명하는 연구를 수행할 계획을 가지고 있다.

3. 결론 및 추후 연구

수요가 정규분포를 나타내는 N차 시리얼 시스템에서는 전체 재고비용의 합을 최소화 하는 기초 재고 수준을 정하는 문제는 수학적인 접근이 어렵기 때문에 최적 해를 구하기가 힘들다. 또한 최근까지 공급사슬 내의 재고문제는 단계의 수가 서너 개만 넘더라도 수리적으로 추적하기가 아주 힘든 문제로 알려져 있다[11]. 따라서 본 연구에서는 모의실험과 계층 재고(echelon stock)의 개념을 통해 수요 분포 내의 적절한 분위수(quantile)를 결정하는 접근 방법으로 노드의 수가 늘어날 경우에도 각 노드의 기초 재고 수준을 구하는 효과적인 방안을

제시하였다.

재고유지 비용이 증가하는 노드에서는 수요 분위수가 감소하였고, 재고유지 비용이 변하지 않은 노드의 수요 분위수가 늘어나 기초 재고 수준이 상승하였다. 이는 재고유지 비용이 증가함에 따라 직접적인 영향을 받는 재고를 줄이기 위해 주변의 노드의 기초 재고 수준을 증가시킴으로써 비용 증가를 둔화시키고자 하는 것으로 해석할 수 있었다. 또한 상대적으로 재고유지 비용이 큰 수요 노드의 재고유지 비용이 증가할 때 총 비용이 현저히 늘어나는 결과를 확인함으로써 수요 노드의 재고유지 비용이 총 비용 결정에 보다 직접적인 영향을 준다고 할 수 있다. 재고유지 비용 뿐만 아니라 다양한 문제 형태 하에서 실험을 진행하고 있으며 이러한 결과들을 바탕으로 수요 분위수를 통한 최적 기초 재고 수준을 찾는 연구를 앞으로 계속해서 진행하고자 한다. 이와 함께 노드수가 증가 할수록 기하급수적으로 늘어나는 계산시간을 제한된 시간(polynomial time) 내에 풀 수 있도록 하기 위해 각 노드의 기초 재고 수준의 효과적인 상한과 하한을 구하는 연구도 병행되어야 한다.

본 연구에서는 수요 분포의 형태가 안정적(stationary)인 경우의 시리얼 시스템만을 대상으로 전체 재고비용의 합을 최소화 하는 기초 재고 수준을 정하는 방안을 제시하였다. 그러나 보다 현실적인 측면을 반영하기 위해서는 수요 분포의 형태가 불안정한 경우(non-stationary)에 대한 연구를 진행할 필요가 있으며, 비용적인 측면 외에 고객에 대해 일정한 서비스 수준(service level)을 보장할 수 있는 방안에 관한 연구도 부가적으로 이루어져야 할 것이다. 또한 공급사슬의 형태가 시리얼인 경우 뿐만이 아니라 조립형 시스템(assembly system)이나 분배형 시스템(distribution system)과 같은 보다 현실적인 구조를 반영할 수 있는 연구가 추가적으로 진행되어야 한다.

참고 문헌

[1] Axsäter, S., *Inventory control*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2000.

[2] Chopra, S. and Meindi. P., *Supply chain management: strategy, planning, and operation*, Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2001.

[3] Clark, A. J. and Scarf, H., "Optimal policies for a multi-echelon inventory problem", *Management Science*, Vol.6, No.4(1960), pp.475-490.

[4] Evans, M., Hastings, N. and Peacock, B., *Statistical distributions*, Wiley, New York, 2000.

[5] Federgruen, A. and Zipkin, P. H., "Computational issues in an infinite-horizon, multiechelon inventory model", *Operations Research*, Vol.32, No.4(1984), pp.818-836.

[6] Forrester, J. W., *Industrial dynamics*, MIT Press, Cambridge, MA, 1961.

[7] Gallego, G. and Zipkin, P., "Stock positioning and performance estimation in serial production-transportation systems", *Manufacturing & Service Operations Management*, Vol.1, No.1(1999), pp.77-88.

[8] Lambrecht, M. R., Muckstadt, J. A. and Luyten, R., "Protective stocks in multi-stage production systems", *International Journal of Production Research*, Vol.22, No.6(1984), pp.1001-1025.

[9] Schmidt, C. P. and Nahmias, S., "Optimal policy for a two-stage assembly system under random demand," *Operations Research*, Vol.33., No5 (1985), pp.1130-1145.

[10] van Houtum, G. J. and Zijm, W. H. M., "Computational procedures for stochastic multi-echelon production systems", *International Journal of Production Economics*, Vol.23, No1/3 (1991), pp.223-237.

[11] van Houtum, G. J., Inderfurth, K. and Zijm, W. H. M. (1996), "Materials coordination in stochastic multi-Echelon systems", *European Journal of Operational Research*, Vol.95, No.1 (1996), pp.1-23.

[12] De Bodt, M. A. and Graves, S. C., "Continuous-review policies for a multi-echelon inventory problem with stochastic demand", *Management Science*, Vol.31, No.10(1985), pp.1286-1299.