공정변수의 변동을 고려한 만족도 함수를 통한 다중반응표면 최적화

Multiresponse Optimization Through A New Desirability Function Considering Process Parameter Fluctuation

권 준 범* 이 종 석** 이 상 호* 전 치 혁* 김 광 재*

{samson, jongseok, samo35, chjun, kjk}@postech.ac.kr

포항공과대학교 *산업공학과 **정보통신대학원

경상북도 포항시 남구 효자동 산31

Abstract

A desirability function approach to a multiresponse problem is proposed considering process parameter fluctuation as well as distance-to-target of response and response variance. The variation of process parameters amplifies the variance of responses. It is called POE (propagation of error), which is defined as the standard deviation of the transmitted variability in the response as a function of process parameters. In order to obtain more robust process parameters, this variability should be considered in the optimization problem. The proposed method is illustrated using a rubber product case.

1. 서론

Box와 Wilson(1951)에 의해 소개된 반응표면법 (Response Surface Methodology, RSM)은 반응변수 (response variable) y의 값을 최대화 혹은 최소화하는 공정변수들 (process parameters)의 최적 조합을 찾기 위해 고안되었다. RSM의 많은 연구들이 주로 하나의 반응변수가 있는 경우로 초점이 맞춰져 있지만, 제품 개발이나 공정 개발에서 발생하는 일상적인 문제들은 여러 가지 반응변수를 동시에 고려하여 공정변수의 최적 조합을 찾는 경우가 대부분이다. 이러한 문제를 다중반응표면법 (Multiple Response Surface, MRS) 이라고 한다 (Myers & Montgomery, 1995).

MRS를 접근하는 방법 중 가장 널리 알려진 것은 차원을 줄임으로써 여러 개의 반응변수를 하나의 척도로 변환하고 이를 최적화하는 것이다. 이러한 방법에는 만족도 함수 (desirability function)를 이용한 방법들 (Harrington, 1965; Derringer & Suich, 1980; Derringer, 1994; Kim & Lin, 2000)과 손실 함수 (loss function)를 이용한 방법들 (Khuri & Conlon, 1981; Pignatiello, 1993; Ames *et al.*, 1997; Vining, 1998; Ko *et al.*, 2004)이 있다.

MRS에서 고려하는 것은 반응변수의 목표치와의 편의(bias), 반응변수의 분산, 반응변수 예측치의 부정확성, 그리고 공정변수의 변동으로 기인하는 반응변수의 변동 등이 있고, 이러한 요인들을 최소화하는 것을 목표로 한다. 그동안 편의, 반응변수의 분산과 예측치의 정확성을 고려한 연구는 많이 진행됐지만, 공정변수의 변동을 MRS 문제에 적용한 연구는 많지 않았다.

공정변수의 산포가 발생하는 원인은 반응변수의 산포가 발생하는 원인과 비슷하다. 산포의 원인은 널리 알려진 바와 같이 5M 1E(작업자, 기계, 재료, 방법, 측정, 환경) 또는 Taguchi가 주장했던 잡음요소(외부잡음, 내부잡음, 제품간 잡음)를 생각할 수 있는데, 이것이 반응변수뿐만 아니라 공정변수에도 영향을 미친다고 볼 수 있다. 예를 들면 기계의 노화로 인해 어떤 공정변수는 거의 고정된 값으로 조작이 되지만 다른 공정변수는 큰 변동을 보일 수도 있다. 이 경우 기계를 교체하는 것이 제일 좋은 개선 방법이지만, 비용이 많이 들 수 있으므로 이러한 공정변수의 변동을 고려한 최적 조합을 찾는 것이 효과적인 개선 방법이 될 수 있다. 그러므로 공정변수 변동의 영향을 무시할 수 없으며 이를 고려한 새로운 방법론이 필요하다.

본 논문의 목적은 MRS에서 반응변수의 편의와 분산뿐만 아니라 공정변수의 변동성까지 고려한 새로운 방법론을 제시하고자 한다. 앞에서 언급했듯이, MRS를 접근하는 방법에는 만족도 함수 방법론과 손실 함수 방법론 두 가지가 있다. 이 중 손실 함수 방법론은 반응변수들의 공분산을 추정해야 하는데

그러려면 첫째, 많은 실험 데이터가 필요하고 둘째, 공정변수의 변동을 감안한 손실 함수 식을 유도해야 하는 어려움이 따른다. 그래서 본 논문에서는 비교적 접근이 간단한 만족도 함수 방법론을 사용하고자 한다.

이하 2절에서 관련연구를 살펴보고, 3절에서는 공정변수의 변동을 감안한 새로운 만족도 함수를 제안한다. 4절에서는 사례 연구를 통해 비교실험을 수행하고, 마지막으로 5절에서 결론을 맺도록 한다.

2. 기존 연구

2.1. 만족도 함수

n개의 반응변수 $\mathbf{y}=(y_1,y_2,\ldots,y_n)$가 있고, k개의 공정변수들 $\mathbf{x}=(x_1,x_2,\ldots x_k)$이 반응변수에 영향을 준다고 가정하면, 일반적인 MRS 식은 다음과 같다.

$$y_i = f_i(x_1,x_2,\ldots,x_k)+\varepsilon_i,\quad i=1,2,\ldots,n \tag{1}$$

이때 f_i는 i번째 반응변수와 공정변수들간의 함수를 나타내며, ε_i는 평균이 0이고 분산이 σ_i^2인 오차항이다. f_i의 정확한 형태는 알 수 없지만 실험계획법 등에 의해 추정할 수 있다고 가정한다 (Myers & Montgomery, 1995).

i번째 반응변수 y_i의 가장 바람직한 값을 θ_i, 하한을 $y_i^{(L)}$, 상한을 $y_i^{(U)}$라고 할 때, 전통적인 만족도 함수 방법론은 추정된 반응변수 $\hat{y}_i$ 들을 아래의 식을 이용하여 각각의 만족도 d_i로 변환한다.

$$d_i=\begin{cases}\left[\dfrac{\hat{y}_i-y_i^{(L)}}{\theta_i-y_i^{(L)}}\right]^s & y_i^{(L)}\le\hat{y}_i\le\theta_i\\ \left[\dfrac{\hat{y}_i-y_i^{(U)}}{\theta_i-y_i^{(U)}}\right]^t & \theta_i<\hat{y}_i\le y_i^{(U)}\\ 0 & y_i^{(U)}<\hat{y}_i \text{ or } \hat{y}_i<y_i^{(L)}\end{cases} \tag{2}$$

여기서 s와 t는 사용자가 결정하는 것으로, 반응변수의 값을 목표치에 근접해지도록 하기 위해서는 높은 값을 부여한다. Derringer & Suich(1980)가 제안한 DS 방법론은 아래 식(3)과 같이 계산된 만족도들의 기하평균을 구하여 그것을 최대로 하는 공정변수의 조합을 찾는 것이다.

$$D=(d_1\times\cdots\times d_n)^{1/n} \tag{3}$$

반응변수의 분산도 함께 고려하고자 한다면, 반응변수의 분산에 관한 모델을 생성하여 앞에서와 유사하게 만족도 값을 구할 수 있다. 반응변수의 평균과 분산을 함께 고려한 방법을 Extended DS라고 부른다 (Lee & Kim, 2004).

$$D=(d_{\mu 1}\times d_{\sigma 1}\times\cdots\times d_{\mu n}\times d_{\sigma n})^{1/(2n)} \tag{4}$$

이때 $d_{\mu i}$는 y_i의 평균에 관한 만족도이고, $d_{\sigma i}$는 분산에 관한 만족도이다.

2.2. 공정변수의 변동 고려

공정변수 $\mathbf{x}$의 변동을 고려한 경우를 살펴보기 위해 다음과 같은 이차 모형을 고려해 보자 (Fathi, 1991).

$$y_i=a_{i0}+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j+\sum_{j=1}^{n}a_{ijj}x_j^2+\sum_{k=1}^{n}\sum_{l>k}^{n}a_{ikl}x_kx_l+\varepsilon_i \tag{5}$$

$\mathbf{x}$가 고정된 경우에는 y_i의 평균과 분산은 다음과 같이 전개된다.

$$E[y_i]=a_{i0}+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j+\sum_{j=1}^{n}a_{ijj}x_j^2+\sum_{k=1}^{n}\sum_{l>k}^{n}a_{ikl}x_kx_l \tag{6}$$

$$Var[y_i]=\sigma_i^2 \tag{7}$$

반면 $\mathbf{x}$가 확률변수인 경우의 y_i의 평균과 분산을 산출해보면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다. 단, x_j 들은 서로 독립이라고 가정한다 (Ribeiro & Elsayed, 1995).

$$E[y_i]=a_{i0}+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\mu_{xj}+\sum_{j=1}^{n}a_{ijj}(\sigma_{xj}^2+\mu_{xj}^2)+\sum_{k=1}^{n}\sum_{l>k}^{n}a_{ikl}\mu_{xk}\mu_{xl} \tag{8}$$

$$Var[y_i]=\sigma_i^2+\sum_{j=1}^{n}\left\{\sigma_{xj}^2E\left[\left(\frac{\partial y_i}{\partial x_j}\right)^2\right]\right\} \tag{9}$$

여기서 μ_{xj}와 σ_{xj}^2는 각각 x_j의 평균과 분산이다. 식(9)는 Plante(2001)가 사용한 식과 동일하다.

위의 식(9)의 오른쪽 두 번째 항은 $\mathbf{x}$의 변동이 반응변수의 분산에 영향을 주는 것을 뜻하는데, 이를 $\mathbf{x}$의 분산이 반응변수 y_i의 분산에 전이된 것으로 생각하여 흔히 이 값의 제곱근을 POE (propagation of error)라고 부른다. 즉, $\mathbf{x}$의 변동이 있으면 없을 때에 비해서 $\mathbf{y}$의 분산이 증가하는 것으로 생각할 수 있다. 결과적으로 $\mathbf{x}$가 확률변수인 경우 $\mathbf{y}$의 총 분산 TV(Total Variance)는 $\mathbf{x}$가 고정일 때의 분산과 POE의 제곱으로 분해된다.

$$TV_i=\sigma_i^2+POE_i^2 \tag{10}$$

공정변수의 변동을 MRS에 적용한 연구는 많지 않다. Ribeiro & Elsayed(1995)가 POE를 감안한 개별 반응변수의 기대 손실 값들의 가중치 합을 최소화하려는 연구와 Plante(2001)가 POE를 공정능력분석 (Process Capability Analysis)에 적용한 연구 정도이다.

3. 공정변수의 변동을 고려한 만족도 함수

만족도 함수 방법론에서 반응변수의 분산을 고려하기 위해서는 식(4)를 활용한 Extended DS를 사용하면 된다. 여기에 공정변수 x의 변동까지도 감안하기 위해서는 기존 식에서 추가로 생겨난 POE를 적절히 다뤄야 한다.

MRS 문제의 목적은 반응변수들이 큰 변동없이 목표치에 도달하는 공정변수의 조합을 찾는 것이라고 할 수 있다. 그렇다면 공정변수의 변동을 감안한 방법론도 기존의 Extended DS와 유사하게 접근할 수 있다. 즉, 반응변수의 평균이 최대한 목표치에 근접해지는 동시에 최적해 지점에서의 반응변수의 총 분산이 최소화되는 공정변수 조합을 찾으면 된다. 단, 이 때의 총 분산은 식(10)에서와 같이 공정변수의 변동이 없을 때의 반응변수의 분산과 POE의 제곱의 합으로 표현된다.

반응변수 y_i 의 평균에 관한 만족도를 $d_{\mu i}$, 식(10)에서 y_i 의 총 분산에 관한 만족도를 $d_{T\sigma i}$ 라 하면, $d_{\mu i}$ 는 식(2)와 동일하며, $d_{T\sigma i}$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$d_{T\sigma i} = \begin{cases} \dfrac{\sigma_i^{(U)} - \sqrt{TV_i}}{\sigma_i^{(U)}} & 0 \le \sqrt{TV_i} \le \sigma_i^{(U)} \\ 0 & \sigma_i^{(U)} < \sqrt{TV_i} \end{cases} \quad (11)$$

반응변수의 총 표준편차는 망소특성을 갖는 품질특성치로 간주할 수 있으므로, 표준편차의 하한 $\sigma_i^{(L)}$ 과 목표치 $\theta_{\sigma i}$ 둘 다 0으로 설정한다. 그러나 적절한 상한 $\sigma_i^{(U)}$ 을 결정하기가 어려운데, 이는 분석자의 판단에 따른다.

이 때, 최적화하고자 하는 새로운 만족도 함수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$D_{new} = (d_{\mu 1} \times d_{T\sigma 1} \times \Lambda \times d_{\mu n} \times d_{T\sigma n})^{1/(2n)} \quad (12)$$

모델(12)의 목적은 D_{new} 를 최대화하는 x^* 지점을 찾는 것이다. 공정변수의 변동이 없다면 σ_{xj}^2 =0이고, 따라서 식(8), 식(9)는 각각 식(6) 식(7)과 동일하게 되므로 식(12)의 D_{new} 는 식(4)의 D 와 같아진다. 결국, 제안한 방법론은 기존의 Extended DS의 일반화된 형태라고 말할 수 있다.

4. 사례 연구 : Rubber Product

공정변수의 변동을 고려하지 않은 Extended DS와 변동을 감안하는 제안된 방법론을 비교하기 위해서 Ribeiro *et al.*(2000)이 이용한 Rubber Product 사례로 비교실험을 수행한다. 이 사례는 자동차 타이어 생산에 이용되는 원재료인 고무제품에 관한 것이다. 5개의 공정변수가 있고, 10개의 반응변수가 있는데, 각 변수의 이름에 대해서는 Ribeiro가 언급하지 않았다. 본 논문에서는 [표 1]과 같은 특성을 갖는 10개 중 5개의 반응변수만을 사용하였다.

[표 1] 반응변수들의 특성

반응변수	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
특성	망소	망목	망목	망대	망대
$y_i^{(L)}$	210	27.02	59.49	1231.69	496.42
θ_i	210	30	62	1400	530
$y_i^{(U)}$	232.7	32.98	64.51	1400	530

- Extended DS 방법 -

[표 2]의 반응변수의 평균과 표준편차의 모델은 Ribeiro가 GLS(Generalized Least Squares) 회귀분석 방법으로 생성한 것이다. 본 논문에서는 Ribeiro가 사용한 모델을 이용한다.

[표 2] 반응변수의 평균과 분산에 관한 회귀모델

$$\hat{y}_1 = 201.19 - 4.89x_1 - 7.78x_1^2 + 3.89x_2 - 9.8x_5$$
$$\hat{\sigma}_1 = 6.225 + 2.525x_1$$
$$\hat{y}_2 = 31.57 + 3.6x_1 - 1.43x_1^2 + 1.98x_2 + 1.58x_2^2 + 1.69x_3 + 1.1x_4 + 2.36x_5$$
$$\hat{\sigma}_2 = 0.623 + 0.253x_2$$
$$\hat{y}_3 = 61.73 - 2.06x_1 - 2.46x_1^2 + 2.33x_2 + 0.938x_3 + 0.938x_5$$
$$\hat{\sigma}_3 = 1.633 + 0.892x_1$$
$$\hat{y}_4 = 1602 + 335.56x_1 + 179.47x_1^2 + 228.67x_2 + 154.47x_2^2 + 167.75x_3 + 125.75x_5$$
$$\hat{\sigma}_4 = 74.92 + 26.095x_2$$
$$\hat{y}_5 = 520.7 - 58.1x_1 - 32.6x_1^2 - 34.2x_2 - 22.6x_2^2 - 32.7x_3 - 12.1x_4 - 21.6x_5$$
$$\hat{\sigma}_5 = 13.329 - 6.566x_2 - 6.673x_3$$

[표 3] 공정변수의 변동이 있을 때의 반응변수의 평균에 관한 모델

$$E[\hat{y}_1] = 201.19 - 4.89\mu_{x1} - 7.78(\mu_{x1}^2 + \sigma_{x1}^2) + 3.89\mu_{x2} - 9.8\mu_{x5}$$
$$E[\hat{y}_2] = 31.57 + 3.6\mu_{x1} - 1.43(\mu_{x1}^2 + \sigma_{x1}^2) + 1.98\mu_{x2} + 1.58(\mu_{x2}^2 + \sigma_{x2}^2) + 1.69\mu_{x3} + 1.1\mu_{x4} + 2.36\mu_{x5}$$
$$E[\hat{y}_3] = 61.73 - 2.06\mu_{x1} - 2.46(\mu_{x1}^2 + \sigma_{x1}^2) + 2.33\mu_{x2} + 0.938\mu_{x3} + 0.938\mu_{x5}$$
$$E[\hat{y}_4] = 1602 + 335.56\mu_{x1} + 179.47(\mu_{x1}^2 + \sigma_{x1}^2) + 228.67\mu_{x2} + 154.47(\mu_{x2}^2 + \sigma_{x2}^2) + 167.75\mu_{x3} + 125.75\mu_{x5}$$
$$E[\hat{y}_5] = 520.7 - 58.1\mu_{x1} - 32.6(\mu_{x1}^2 + \sigma_{x1}^2) - 34.2\mu_{x1} - 22.6(\mu_{x1}^2 + \sigma_{x2}^2) - 32.7\mu_{x3} - 12.1\mu_{x4} - 21.6\mu_{x5}$$

반응변수의 평균에 대한 하한 $y_i^{(L)}$, 상한 $y_i^{(U)}$, 그리고 목표치 θ_i 도 Ribeiro가 제시한 값을 따른다. 표준편차에 관한 상한 $\sigma_i^{(U)}$ 은 Lee & Kim(2004)이 사용한대로, 망목특성은 $((y_i^{(U)} - y_i^{(L)})/2)$, 망소특성은 $(y_i^{(U)} - \theta_i)$, 그리고 망대특성은 $(\theta_i - y_i^{(L)})$ 로 각각 정한다. 그리고 간단한 비교를 위해 선형 만족도 함수를 적용했다. 즉, 식(2)에서 s와 t의 값을 1로 두었다. 그런 후 식(4)의 D 를 최대화하는 해를 구하였다.

실험결과는 [표 5]에 제시돼 있다. 최적해 지점 x* = (-1, -0.565, 1, -1,0.265) 에서 반응변수 평균의 만족도는 모두 1을 얻었고, 반응변수 분산의 만족도는 변수에 따라서 최소 0.64에서 최대 0.84를 얻었다. 만족도 함수에 분산이 0일 될 때의 만족도를 1로 설정해 두었기 때문에, 분산에 관한 만족도가 1이 되는 것은 불가능하다.

- 제안한 방법 -

Rubber Product 사례에 제안한 방법으로 실험을 하기 위해서는 Ribeiro 논문에서 추정된 모델을 가지고 반응변수의 평균과 총 분산의 식을 유도해야 한다. 공정변수의 변동을 감안하게 되면 반응변수의 평균과 분산의 모델은 다소 변화가 생긴다. 우선 반응변수의 평균에 대한 모델은 [표 2]를 이용하여 전개하면 [표 3]의 결과를 얻는다.

공정변수의 변동으로 추가로 발생하는 POE의 제곱은 [표 2]와 공정변수의 변동을 가지고 식(9)의 우변 두 번째 항에 따라 전개하면 [표 4]와 같다.

[표 3]과 [표 4]에서 $\hat{\mu}_{xi}$ 의 값으로는 실험초기에 설정된 공정변수의 값인 x_i 를 사용하고, 공정변수의 표준편차는 Ribeiro가 논문에서 실험시 측정했던 다음의 값을 이용한다.

$$\hat{\sigma}_{x1} = 0.16,\ \hat{\sigma}_{x2} = 0.06,\ \hat{\sigma}_{x3} = 0.05,$$
$$\hat{\sigma}_{x4} = 0.12,\ \hat{\sigma}_{x5} = 0.20$$

반응변수의 총 분산은 [표 2]의 표준편차와 [표 4]의 POE 값을 식(10)에 적용하여 계산할 수 있다. 상한, 하한, 그리고 목표치는 Extended DS의 실험에서와 동일하게 설정하였다. 최종적으로 식(12)의 D_{new} 를 최대화하는 해를 구하면 [표 5]와 같은 결과를 얻을 수 있다.

[표 4] 고정변수의 변동이 있을 때의 POE에 관한 모델

$$POE_1^2 = (242.74(\mu_{x1}^2 + \sigma_{x1}^2) + 152.17\mu_{x1} + 23.91)\sigma_{x1}^2 + 15.13\sigma_{x2}^2 + 96.04\sigma_{x5}^2$$
$$POE_2^2 = (8.18(\mu_{x1}^2 + \sigma_{x1}^2) + 20.59\mu_{x1} + 12.96)\sigma_{x1}^2 + (9.99(\mu_{x2}^2 + \sigma_{x2}^2) + 12.51\mu_{x2} + 3.92)\sigma_{x2}^2 + 2.86\sigma_{x3}^2 + 1.21\sigma_{x4}^2 + 5.57\sigma_{x5}^2$$
$$POE_3^2 = (24.11(\mu_{x1}^2 + \sigma_{x1}^2) + 20.27\mu_{x1} + 4.24)\sigma_{x1}^2 + 5.43\sigma_{x2}^2 + 0.88\sigma_{x3}^2 + 0.88\sigma_{x5}^2$$
$$POE_4^2 = (128837.92(\mu_{x1}^2 + \sigma_{x1}^2) + 240891.8\mu_{x1} + 112600.51)\sigma_{x1}^2 + (95443.92(\mu_{x2}^2 + \sigma_{x2}^2) + 164157.61\mu_{x2} + 52289.97)\sigma_{x2}^2 + 28140.06\sigma_{x3}^2 + 15813.06\sigma_{x5}^2$$
$$POE_5^2 = (4251.04(\mu_{x1}^2 + \sigma_{x1}^2) + 7576.24\mu_{x1} + 3375.61)\sigma_{x1}^2 + (2043.04(\mu_{x2}^2 + \sigma_{x2}^2) + 3091.68\mu_{x2} + 1169.64)\sigma_{x2}^2 + 1069.29\sigma_{x3}^2 + 146.41\sigma_{x4}^2 + 466.56\sigma_{x5}^2$$

[표 5] Extended DS와 제안한 방법과의 비교

	Extended DS				제안한 방법			
	x*=(-1, -0.565, 1, -1,0.265)				x*=(-1, –0.575, 1, -0.955, 0.226)			
	$\hat{y}_i$ $d_{\mu i}$	$\hat{\sigma}_i$ $d_{\sigma i}$	$P\hat{O}E_i$	$\sqrt{TV_i}$	$E[\hat{y}_i]$ $d_{\mu i}$	$\hat{\sigma}_i$	$P\hat{O}E_i$	$\sqrt{TV_i}$ $d_{T\sigma i}$
y_1	193.51	3.700	2.643	4.547	193.64	3.700	2.643	4.547
d_1	1.00	0.84			1.00			0.80
y_2	30.00	0.480	0.517	0.705	30.00	0.477	0.517	0.704
d_2	1.00	0.84			1.00			0.76
y_3	62.00	0.741	0.529	0.910	62.00	0.741	0.529	0.910
d_3	1.00	0.70			1.00			0.64
y_4	1567.00	60.180	27.688	66.244	1566.90	59.912	27.651	65.985
d_4	1.00	0.64			1.00			0.61
y_5	531.99	10.365	5.274	11.630	531.44	10.432	5.272	11.689
d_5	1.00	0.69			1.00			0.65
	$D=0.86$				$D_{new}=0.83$			

실험에는 MATLAB6.5 소프트웨어를 이용하였으며, 초기치를 얼마로 설정하느냐에 따라 local maximum에 수렴하는 경우가 많이 있어서, 실험을 할 때는 초기치를 임의로 설정하고 여러 번 수행하여 얻은 값들 중에서 최대값에 해당하는 지점을 최적해로 선정했다. Extended DS에서의 $P\hat{O}E_i$와 $\sqrt{TV_i}$는 제안된 방법의 결과와 비교하기 위해서 도출된 x*를 가지고 계산해서 얻은 값이다.

Extended DS에서의 분산에 관한 d_i의 값이 제안한 방법론에서의 값보다 크게 나왔다. 그 이유는 총 표준편차 $\sqrt{TV_i}$의 값이 Extended DS에서 반응변수의 표준편차 σ_i보다 큼에도 불구하고 식(11)의 분산에 관한 만족도 함수에서 상한 $\sigma_i^{(U)}$을 Extended DS 실험에서와 동일한 값을 설정했기 때문이다. 그러나 만족도 함수 방법론에서의 근본적인 목적은 반응변수의 평균이 주어진 조건을 만족하면서 실제 분산값이 줄어들게 하는 것이기 때문에 두 방법론에서 단순한 d_i값의 비교는 의미가 없다.

또한 두 방법에서 5개의 변수 모두 평균치에 관한 조건은 만족시키므로, 두 방법에서 얻어진 최적해의 성능을 분석하기 위하여 최적해에서의 총 표준편차 $\sqrt{TV_i}$ 값을 비교하였다. 총 표준편차의 값이 작을수록 더 나은 해라고 볼 수 있기 때문이다.

제안한 방법을 통해 예측된 반응변수의 총 표준편차 $\sqrt{TV_i}$가 전반적으로 Extended DS의 그것보다 줄어들었다. 동시에 평균에 관해서는 모든 변수가 만족도 값으로 1을 얻었다. 즉, 망목특성의 반응변수는 목표치에 도달했고 망소, 망대특성의 반응변수는 설정된 조건을 충족시켰다. 총 표준편차의 감소된 폭은 y_4, y_2 순으로 크며, y_1, y_3은 Extended DS 에서와 동일하다. 다만 y_5의 표준편차만이 다소 증가하였다. 즉, 총 표준편차의 관점에서 Extended DS 방법론과 비교해서 모든 변수에 대해 더 나은 해를 얻은 것은 아니다. 그러나 POE만을 보면, 제안한 방법의 POE가 Extended DS의 POE보다 모든 반응변수에 대하여 같거나 작은 결과가 도출되었다.

제안한 방법론을 적용한 반응변수의 총 분산이 개선되긴 하였지만, 그 폭은 다소 미비하다. 그 이유는 본 논문에서 사용한 Rubber Product 사례에서는 x가 고정일 때의 반응변수의 표준편차에 비해 공정변수의 변동으로 인해 발생한 반응변수의 변동인 POE 값이 비교적 크지 않기 때문이라고 생각한다.

5. 결론 및 토의

공정변수의 변동이 존재할 때, 이것으로 인해 반응변수의 변동에 어떠한 영향을 미치는지에 대해 살펴보았다. 그리고 공정변수의 변동으로 인해 추가적으로 생겨나는 POE를 감안한 새로운 만족도 함수 방법론을 제안하였다.

새로운 방법론을 Rubber Product 사례에 적용해 본 결과 반응변수들의 총 표준편차가, 비록 큰 감소폭을 보이지는 않았지만, 전반적으로 줄어드는 최적해 지점을 제시할 수 있었다. Rubber Product 사례의 경우 공정변수의 변동이 소폭이라서 제안된 방법의 효과가 강하게 나타나지는 않았지만, 공정변수의 변동이 크게 존재하는 사례에서는 POE가 최적해를 결정하는데 큰 영향을 미칠 것이라고 생각한다.

추후 연구 방향으로는 다음과 같은 것들이 가능하다. 첫째, 반응변수의 공분산을 고려하는 손실 함수 방법론에 공정변수의 변동이 어떠한 영향을 미치는지에 관한 연구가 필요하다. 통상 반응변수는 공정변수들의 이차항으로 추정하는데, 그러면 반응변수의 공분산은 공정변수의 고차항으로 전개가 되므로, 이것을 효과적으로 계산해낼 수 있어야 한다.

둘째, 만약 공정변수들의 변동이 서로 독립적이지 않다면 공정변수의 공분산을 모델에 반영해야 할 것이다. 이것에 관해서는 Ribeiro & Elsayed(1995)의 논문을 참조하라.

셋째, 반응변수의 평균의 경우 상한과 하한이 주어지는 반면에, 분산의 상한은 보통 주어지지 않는다. 그런데 분산의 상한을 무엇으로 정하느냐에

따라 최적해가 달라질 개연성이 있으므로, 반응변수의 분산을 고려하는 만족도 함수 방법론에서는 분산의 상한을 결정하는 방법에 대한 연구가 필요할 것이다.

끝으로 측정된 공정변수의 변동이 작은 경우에는 목적식이 비교적 간단한 기존의 Extended DS를 사용하여 해를 먼저 구한 후에, 최적해에서의 POE를 계산하는 일종의 민감도 분석을 실시해보는 것이 하나의 대안이 될 것이다. 물론, 체계적인 접근을 위해서는 좀 더 연구가 필요하다.

그동안 공정변수의 변동이 반응변수의 변동에 많은 영향을 미친다는 연구들이 진행돼 왔으나 MRS 방법론에 체계적으로 결합된 사례는 별로 없었다. 그런 점에서 이번에 MRS 영역에 공정변수의 변동을 감안한 방법론을 제안했다는 자체에 의미가 있다고 생각한다.

6. 참고문헌

Ames, A.E., Mattucci, N., Macdonald, S., Szonyi, G. and Hawkins, D. M. (1997), "Quality Loss Function for Optimization across Multiple Response Surface", *Journal of Quality Technology*, 29, 339-346.

Box, G.E.P. and Wilson, K. B. (1951), "On the Experimental Attainment of Optimum Conditions", *J.Roy.Statist.Soc.*, Ser.B,13,1-45.

Derringer, G.C. (1994), "A Balancing Act: Optimizing a Product's Properties", *Quality Progress*, June ,51-58.

Derringer, G.C. and Suich, R. (1980), "Simultaneous Optimization of Several Response Variables", *Journal of Quality Technology*, Vol. 12, No. 4, 214-219.

Fathi, Y. (1991), "Nonlinear Programming Approach to the Parameter Design Problem", *European Journal of Operational Research*, 53, 371-381.

Harrington, E.C. (1965), "The Desirability Function", *Industrial Quality Control*, 4, 494-498.

Kim, K. and Lin, D. (2000), "Simultaneous Optimization of Multiple Responses by Maximizing Exponential Desirability Functions", *J.Royal Stat.Soc.-Series C*, 43,311-325.

Khuri, A. and Conlon, M. (1981), "Simultaneous Optimization of Multiple Responses Represented by Polynomial Regression Functions", *Technometrics*, 23, 363-375.

Ko, Y., Kim, K, and Jun, C. (2004), "A New Loss Function-Based Method for Multiresponse Optimization", to appear in *Journal of Quality Technology,* Vol. 36, No 4.

Lee, M. and Kim, K. (2004), "Expected Desirability Function: Consideration of Both Dispersion and Location Effects in Desirability Function Approach", *Working paper,* Department of Industrial Engineering, POSTECH

Lin, D. and Tu,W. (1995), "Dual Response Surface Optimization", *Journal of Quality Technology*, 27,34-39.

Myers, R. H. and Montgomery, D. C. (2002), Response Surface Methodology: Process and Product Improvement with Designed Experiments, 2nd Edition, *John Wiley & Sons*, New York, NY.

Pignatiello, J. (1993), "Strategies for Robust to Multiresponse Quality Engineering", *IIE Transactions*, 25, 5-15.

Plante, R. (2001), "Process Capability: a Criterion for Optimizing Multiple Response Product and Process Design" *IIE Transactions*, 33, 497-509.

Ribeiro, J.L., Elsayed, E.A. (1995), "A Case Study on Process Optimization Using the Gradient Loss Function", *INT.J.PROD.RES.*, Vol. 33, No. 12, 3233-3248.

Ribeiro, J.L., Fogliatto, F. and Caten, C. (2000), "Minimizing Manufacturing and Quality Costs in Multiresponse Optimization", *Quality Engineering*, 13(2), 191-201.

Vining, G. G. (1998), "A Compromise Approach to Multiresponse Optimization", *Journal of Quality Technology*, 30, 309-313.