

# 복합재료 회전축의 진동 특성 및 안정성 해석 Vibration and Stability of Composite Thin-Walled Spinning Shaft

윤형원\*·나성수\*\*

Hyungwon Yoon, Sungsoo Na

**Key Words** : Composite Material(복합재), Tailoring(테일러링), CUS 구조, Thin-walled beam(박판보), Stability(안정성), Divergence(정적불안정), Flutter(동적불안정), Internal Damping(내부감쇠)

## ABSTRACT

This paper deals with the vibration and stability of a circular cylindrical shaft, modeled as a tapered thin-walled composite beam and spinning with constant angular speed about its longitudinal axis, and subjected to an axial compressive force. Hamilton's principle and the assumed mode method are employed to derive the governing equations of motion. The resulting eigenvalue problem is analyzed, and the stability boundaries are presented for selected taper ratios and axial compressive force combinations. Taking into account the directionality property of fiber reinforced composite materials, it is shown that for a shaft featuring flapwise-chordwise-bending coupling, a dramatic enhancement of both the vibration and stability behavior can be reached. It is found that by the structural tailoring and tapering, bending natural frequencies, stiffness and stability region can be significantly increased over those of uniform shafts made of the same material. In addition, the particular case of a classical beam with internal damping effect is also included.

## 1. 서론

현대의 회전기계는 점점 고속화 되어가고 있는 추세이며, 회전하는 축 구조물은 회전기계의 핵심 부품으로 터보 팬 엔진, 헬리콥터의 구동시스템, 압축기, 발전소의 증기터빈 등 많은 산업구조물에 널리 이용되고 있어, 이에 대한 동적 거동에 대해 많은 연구자들이 관심을 보이고 있다. 이러한 회전기계는 동력을 발생하거나 흡수하며, 여기에서 요구되는 내구성, 높은 신뢰성, 고출력, 경량화, 고속화 등 전반적인 만족도는 회전축의 진동특성과 밀접하게 연관된다. 이러한 연구 분야중의 하나인 터보 팬 엔진의 경우 다른 부분에 비해서 열에 대한 영향이 적고 고속의 회전을 하며 내구성, 높은 추력 대 중량비, 고 효율화 측면이 요구되고 있다. 이에 따라 회전기계의 성능 및 수명 등 신뢰도를 좌우하는 회전축의 진동 특성 및 안정성 해석에 관한 연구가 필요하게 되었다. 또한 이런 구조물에 비강도, 비강성이 우수한 복합재료를 채용하여 구조물의 무게를 감량함으로써, 고효율을 얻을 수 있다.<sup>(1)</sup>

본 논문에서는 확장된 Galerkin 법을 이용하여 길이방향 축을 중심으로 회전하는 복합재료 회전축의 진동특성 및 안정성(stability)에 관한 해석을 하고자 한다. 구조적 모델에는 전단변형(transverse shear)효과, 회전관성(rotary inertia)효과, 원심력, 자

이로스코픽(gyroscopic)효과 및 복합재료 구조물에서 나타나는 여러 운동 간의 상호연성효과 등이 고려되었다.<sup>(2)</sup> 이를 바탕으로 섬유각(ply angle), 회전각속도, 단면비(taper ratio), 축방향으로의 압축력(axial compressive force), 내부감쇠(internal damping)와 같은 변수들이 회전축의 진동 특성 및 안정성에 미치는 영향에 대해 고찰하고자 한다.

## 2. 이론해석

### 2.1 구조적 모델링과 기본 가정

터보팬 엔진의 회전축 형상은 Fig.1 과 같이 길이 방향인 Z 축을 중심으로, 일정한 각속도  $\Omega$  로 회전하는 길이 L 인 비균일 박판보로 모델링한다.

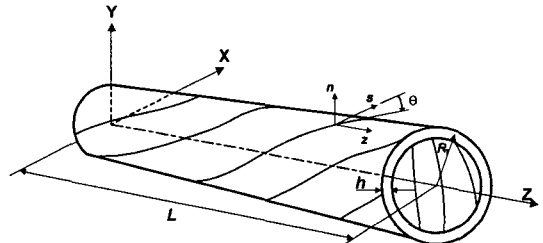


Fig. 1 Composite thin-walled beam of a circular cross section featuring CUS configuration

좌표축은 관성좌표계 XYZ 와 회전좌표계 xyz 를 사용한다. 두 좌표계의 원점은 구조물의 기하학적 중심에 위치하며, 두 좌표계에 대해서  $(\bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$  와  $(\bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$  의 단위벡터를 사용하고, local 좌표계는  $(n, s, z)$  를 사용한다.

\* 고려대학교 대학원 기계공학과  
E-mail : vicon@korea.ac.kr  
Tel : (02) 3290-3854, Fax : (02) 926-9290  
\*\* 고려대학교 공과대학 기계공학과

비균일(non-uniform)하기 때문에 길이 방향으로의 회전축의 단면 형상  $R(\eta)$  는 (1)식과 같이 선형 분포에 따라 변한다고 가정한다.<sup>(3)</sup> (Fig.2)

$$R_r(\eta) = [1 - \eta(1 - \sigma)]R_R \quad (1)$$

여기서  $\eta \equiv z/L$  는 무차원 길이 방향의 좌표이고  $\sigma \equiv R_r/R_R$  는 단면비(taper ratio)를 나타내며,  $R$  과  $T$  는 각각 회전축의 고정단과 자유단을 나타낸다.

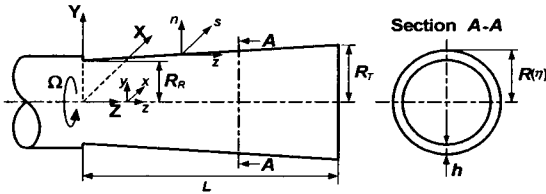


Fig. 2 Geometric configuration of the spinning shaft

박판보의 지배방정식을 유도하기 위해서 다음 가정을 사용한다.<sup>(2)</sup> (i) 원래 단면의 형상은 보의 변형 후에도 항상 보존된다. 이는 단면 자체의 변형이 축 방향의 변위에 비해서 상대적으로 무시할 수 있기 때문에 가능하다. (ii) 1 차 와핑(primary warping) 및 2 차 와핑(secondary warping)효과가 포함되고, (iii) 전단변형효과가 도입되며, (iv) 구조물의 구성 물질은 이방성 물질로 한다.

## 2.2 변위와 변형을 관계

2.1 에서 언급한 가정들을 만족하며 3-D 문제를 동일한 1-D 문제로 축소하기 위해서 변위벡터의 성분들을 아래의 식과 같이 나타낸다.<sup>(3)</sup>

$$u(x, y, z; t) = u_0 - y\phi(z; t) \quad (2a)$$

$$v(x, y, z; t) = v_0 + x\phi(z; t) \quad (2b)$$

$$w(x, y, z; t) = w_0(z; t) + \theta_x(z; t)[y(s) - n \frac{dx}{ds}] \quad (2c)$$

$$+ \theta_y(z; t)[x(s) + n \frac{dy}{ds}] - \phi'(z; t)[F_w(s) + na(s)]$$

$$\theta_x(z; t) = \gamma_{yz}(z; t) - v_0'(z; t) \quad (3a)$$

$$\theta_y(z; t) = \gamma_{zx}(z; t) - u_0'(z; t) \quad (3b)$$

$$a(s) = -y(s) \frac{dy}{ds} - x(s) \frac{dx}{ds} \quad (3c)$$

여기서  $u_0, v_0, w_0$  는 각각  $x, y, z$  축 방향의 병진운동을  $\theta_x, \theta_y, \phi$  는  $x, y, z$  축에 관한 회전각을 나타낸다. 또한  $F_w(s)$  와  $na(s)$  는 각각 1, 2 차 와핑함수를 나타낸다.

## 2.3 운동 및 변형에너지와 해밀턴 변분분리

### (1) 운동에너지(Kinetic Energy)

변형된 구조물의 어느 한 점  $M(x, y, z)$  의 위치

벡터를 다음과 같이 표현할 수 있다. (Fig.3)

$$\vec{R} = (x+u)\vec{i} + (y+v)\vec{j} + (z+w)\vec{k} \quad (4)$$

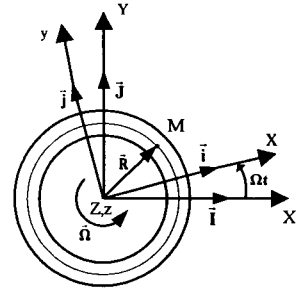


Fig. 3 Cross-section of the beam

회전속도가 일정하기 때문에 그 위치벡터에서 속도 벡터와 가속도 벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\vec{R}} = [\dot{u} - \Omega(y+v)]\vec{i} + [\dot{v} + \Omega(x+u)]\vec{j} + \dot{w}\vec{k} \quad (5)$$

$$\ddot{\vec{R}} = [\ddot{u} - 2\Omega\dot{v} - (x+u)\Omega^2]\vec{i} + [\ddot{v} + 2\Omega\dot{u} - (y+v)\Omega^2]\vec{j} + \ddot{w}\vec{k} \quad (6)$$

따라서, 운동에너지  $K$  는 다음과 같이 표현된다.

$$\int_1^2 \delta K dt = \int_1^2 \int_V (\dot{\vec{R}} \cdot \delta \dot{\vec{R}}) dr dt = - \int_1^2 dt \int_V \rho (\ddot{\vec{R}} \cdot \delta \vec{R}) dr \quad (7)$$

### (2) 변형에너지(Strain Energy)

변형에너지  $V$  는 아래와 같이 표현 된다.

$$V = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dr \quad (8)$$

$$\int_1^2 \delta V dt = \int_1^2 \int_V \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} dr dt$$

## 2.4 지배방정식 및 CUS 구조

복합재료의 특징 중 하나는 섬유각의 방향에 따라서 운동 연성을 바꿀 수 있는 것이다.<sup>(3)</sup> 본 논문에서는 종방향(flap-wise)운동과 횡방향(chord-wise)운동이 연성되는 CUS(Circumferentially Uniform Stiffness)구조의 형태를 고려하였다. (Fig.4)

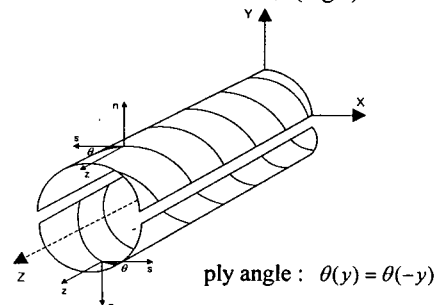


Fig. 4 CUS configuration

복합재료의 지배방정식과 경계조건을 유도하기 위해 Hamilton의 변분원리를 이용하였다.

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta K - \delta V) dt = 0 \quad (9)$$

$$\delta u_0 = \delta v_0 = \delta \theta_x = \delta \theta_y = 0 \quad \text{at } t = t_1, t_2$$

$\delta K$ 와  $\delta V$ 는 각각 운동에너지와 변형에너지의 변분이며, 운동에너지  $K$ 와 변형에너지  $V$ 는 각각 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L [ \underbrace{b_1 \dot{u}_0^2}_1 - \underbrace{4b_1 \Omega \dot{v}_0 u_0}_2 - \underbrace{2b_1 u_0^2 \Omega^2}_3 + \underbrace{b_1 \dot{v}_0^2}_1 \quad (10)$$

$$+ \underbrace{4b_1 \Omega \dot{u}_0 v_0}_2 - \underbrace{b_1 v_0 \Omega^2}_3 + \underbrace{(b_5 + b_{15}) \dot{\theta}_y^2}_1 + \underbrace{(b_4 + b_{14}) \dot{\theta}_x^2}_1 ] dz$$

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L [ \underbrace{2a_{43} \theta_x'' u_0 + a_{44} (u_0'')^2 + 2\theta_y' u_0'}_6 + \underbrace{2a_{52} \theta_y'' v_0}_7$$

$$+ \underbrace{a_{35} (v_0'')^2 + 2\theta_x' v_0'}_7 + \underbrace{a_{22} \theta_y'^2}_4 + \underbrace{2a_{25} v_0'' \theta_y'}_4 + \underbrace{2\theta_x' \theta_y'}_4 \quad (11)$$

$$- \underbrace{a_{44} (2u_0' \theta_y + \theta_y'^2)}_6 - \underbrace{2a_{43} \theta_x'}_6 + \underbrace{a_{33} \theta_x'^2}_5$$

$$+ \underbrace{2a_{34} (u_0'' \theta_x + \theta_y' \theta_x')}_{5.} - \underbrace{2a_{55} (v_0'' \theta_x + \theta_y' \theta_x')}_{7.} - \underbrace{a_{52} \theta_y' \theta_x'}_{7.} ] dz$$

여기에서, 1항은 변위에 의한 kinetic energy, 2항은 gyroscopic effect, 3항은 원심가속도, 4항은  $y$ 에 대한 굽힘 모멘트, 5항은  $x$ 에 대한 굽힘 모멘트, 6항은  $x$ 방향에서의 전단력, 7항은  $y$ 방향에서의 전단력을 나타낸다. 이를 정리하면 아래와 같은 지배 방정식과 경계 조건을 얻을 수 있다.

$$\delta u_0 : [a_{43} \theta_x' + a_{44} (u_0' + \theta_y)]' - P u_0'' - b_1 \ddot{u}_0 \quad (12a)$$

$$+ 2b_1 \Omega \dot{v}_0 + b_1 \Omega^2 u_0 = 0$$

$$\delta v_0 : [a_{52} \theta_y' + a_{55} (v_0' + \theta_x)]' - P v_0'' - b_1 \ddot{v}_0 \quad (12b)$$

$$- 2b_1 \Omega \dot{u}_0 + b_1 \Omega^2 v_0 = 0$$

$$\delta \theta_y : [a_{22} \theta_y' + a_{25} (v_0' + \theta_x)]' - a_{44} (u_0' + \theta_y) \quad (12c)$$

$$- a_{43} \theta_x' - (b_5 + b_{15}) \ddot{\theta}_y = 0$$

$$\delta \theta_x : [a_{33} \theta_x' + a_{34} (u_0' + \theta_y)]' - a_{55} (v_0' + \theta_x) \quad (12d)$$

$$- a_{52} \theta_y' - (b_4 + b_{14}) \ddot{\theta}_x = 0$$

B.C

$$\delta u_0 : a_{43} \theta_x' + a_{44} (u_0' + \theta_y) - P u_0' = 0 \quad (13a)$$

$$\delta v_0 : a_{52} \theta_y' + a_{55} (v_0' + \theta_x) - P v_0' = 0 \quad (13b)$$

$$\delta \theta_y : a_{22} \theta_x' + a_{25} (v_0' + \theta_x) = 0 \quad (13c)$$

$$\delta \theta_x : a_{33} \theta_x' + a_{34} (u_0' + \theta_y) = 0 \quad (13d)$$

여기서  $a_j$ 는 복합재료의 강성계수를 나타내며,  $b_j$ 는 질량계수를 나타낸다.

## 2.5 내부감쇠(Internal Damping) 효과

내부감쇠는 운동방정식을 유도할 때 포함되는 여러 힘과 모멘트를 검토함으로써 모델링 할 수

있는데, 그 방법으로 보의 변형률속도(rate of strain)에 비례하는 점성감쇠를 도입할 수 있다.<sup>(4)</sup> 고전범 이론에 변형률 속도감쇠(strain rate damping)를 고려하여 운동방정식을 유도하면 다음과 같다.

$$\delta u_0 : [a_{22} u_0'' + \mu a_{22} \dot{u}_0''] + P u_0'' + b_1 \ddot{u}_0 - (b_5 + b_{15}) \ddot{u}_0'' \quad (14a)$$

$$- 2b_1 \Omega \dot{v}_0 - b_1 \Omega^2 u_0 = 0$$

$$\delta v_0 : [a_{33} v_0'' + \mu a_{33} \dot{v}_0''] + P v_0'' + b_1 \ddot{v}_0 - (b_4 + b_{14}) \ddot{v}_0'' \quad (14b)$$

$$+ 2b_1 \Omega \dot{u}_0 - b_1 \Omega^2 v_0 = 0$$

B.C

$$a_{22} u_0'' + \mu a_{22} \dot{u}_0'' + P u_0' - (b_5 + b_{15}) \ddot{u}_0' = 0 \quad (15a)$$

$$a_{33} v_0'' + \mu a_{33} \dot{v}_0'' + P v_0' - (b_4 + b_{14}) \ddot{v}_0' = 0 \quad (15b)$$

$$a_{22} u_0' = 0 \quad \text{or} \quad u_0' = 0 \quad (15c)$$

$$a_{33} v_0' = 0 \quad \text{or} \quad v_0' = 0 \quad (15d)$$

여기서  $\mu$ 는 감쇠를 나타내는 상수이다. 이러한 내부감쇠 효과를 포함한 운동방정식은 Cudney와 Inman에 의해 실험적 입증되었다.<sup>(5)</sup>

## 2.6 안정성(Stability) 판별

유도된 지배 방정식에 대한 고유치 문제를 풀면 압축력과 내부감쇠를 포함하는 회전축에 대한 안정성을 판별할 수 있다. 즉, 엄밀한 복소 고유치  $\lambda = \sigma \pm i\omega$ 를 결정할 수 있고, 이로부터 다음과 같이 정의되는 무차원 대수 감소율(logarithmic decrement)을 이용하여 상대적인 안정성을 판별할 수 있다.<sup>(6)</sup>

$$\delta = -\frac{2\pi\sigma}{\omega} \quad (16)$$

여기에서  $\delta < 0$ 일 때, 계는 불안정성을 나타낸다.

## 3. 수치 해석

### 3.1 지배방정식의 이산화

Hamilton의 변분원리에 의해서 얻어진 지배 방정식을 확장된 Galerkin법을 이용하여 수치해석을 수행하였다. 실제적인 목적을 위하여 고유치 문제를 이산화 하는 것이 필요하다. 즉, 각각의 변위들  $u_0, v_0, \theta_y, \theta_x$ 를 공간 및 시간에 대한 함수의 곱으로 일반화 하고, 확장된 Galerkin법을 이용하면 쉽게 이산화 할 수 있다. 결국 변위들은 다음과 같이 표현할 수가 있다.

$$(u_0(z,t), v_0(z,t), \theta_y(z,t), \theta_x(z,t)) \quad (17a)$$

$$= (U(z), V(z), Y(z), X(z)) e^{i\omega t}$$

$$(U(z), V(z), Y(z), X(z)) \quad (17b)$$

$$= \sum_{j=1}^N (a_j u_j(z), b_j v_j(z), c_j y_j(z), d_j x_j(z))$$

여기에서  $u_j, v_j, y_j, x_j$ 는 시험함수(trial function)

이다. 이는 해석하고자 하는 구조물의 경계조건에 따라 결정되며, 최소한 기하학적 경계조건을 만족시키도록 선정한다.

### 3.2 고유치 문제 해석

식(17)을 운동방정식(식(12))과 경계조건(식(13))에 대입하면 다음과 같이 간략히 나타낼 수 있다.

$$[[M]\lambda^2 + [G]\lambda + [K]]\{X\} = \{0\} \quad (18)$$

$$\{X\}^T = \{u_j, v_j, y_j, x_j\}$$

여기서,  $[M]$ 은 질량행렬,  $[G]$ 는 gyroscopic 행렬,  $[K]$ 는 강성행렬을 나타낸다.

$$\det([M]\lambda^2 + [G]\lambda + [K]) = 0 \quad (19)$$

식(18)의 non-triviality 조건은 식 (19)와 같고, 다음과 같은 특성방정식을 얻을 수 있다.

$$\det([Z] - \lambda[I]) = 0 \quad (20a)$$

$$[Z] = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[G] \end{bmatrix} \quad (20b)$$

식(20)을 사용하여 고유치 문제를 풀면, 고유치 문제의 해는 다음과 같은 복소수 형태로 표현된다.

$$\lambda_r = \sigma_r \pm i\omega_r \quad (21)$$

여기에서  $\sigma_r$ 은  $r$  번째 모드의 감쇠치이며,  $\omega_r$ 은  $r$  번째 고유진동수이다.<sup>(2)</sup> 압축력이 일정할 경우,  $\omega_r = 0$  이 되는 가장 작은 회전속도를 임계속도(critical speed,  $\Omega_{cr}$ )라 한다. 반대로 회전각속도를 일정하게 할 경우,  $\omega_r = 0$ 이 되는 가장 작은 압축력을 임계하중(critical compressive force,  $P_{cr}$ )이라 한다. 이와 같은 불안정성을 정적불안정(divergence instability)이라고 하며,  $\omega_r = 0$ 에서 나타난다.

압축력과 회전각속도를 동시에 증가시키면, 특정 지점에서 고유치의 실수부가 양의 값을 나타내며 대수감소율이 음의 값을 갖게 되는데, 이를 동적 불안정(Flutter)이라 한다.

## 4. 수치해석 결과 및 고찰

본 연구에서 해석한 복합재보(Graphite/Epoxy)의 기하학적, 구조적 특성치들은 표 1 과 같다.<sup>(2)</sup>

Table 1 Mechanical characteristics of the beam

Parameter	Value	Parameter	Value
$L$	80 in	$G_{12}$	$0.45 \times 10^6$ psi
$h$	0.4 in	$G_{23} = G_{13}$	$0.37 \times 10^6$ psi
$R_R$	5 in	$\mu_{21} = \mu_{31}$	0.00625
$E_1$	$30 \times 10^6$ psi	$\mu_{32}$	0.25
$E_2 = E_3$	$0.75 \times 10^6$ psi	$\rho$	$14.3 \times 10^{-5}$ lbs/in <sup>4</sup>

### 4.1 자유진동 해석

Fig.5 와 Fig6 은 회전각속도( $\bar{\Omega} \equiv \Omega/\hat{\omega}$ )의 변화에 따른 첫번째와 두번째 고유진동수(natural frequency  $\bar{\omega}_i \equiv \omega_i/\hat{\omega}$ )의 변화를 단면비와 섬유각에 대해 보이고 있다. 여기서  $\hat{\omega} = 138.85$  rad/s (normalizing factor)는 정지회전축(nonspinning beam counterpart)의 고유진동수이다. 그래프에서 나타나듯이, 각각의 단면비와 섬유방향에 대해서 특정한 임계속도(critical speed,  $\bar{\Omega}_{cr}$ )가 존재하며, 축방향으로의 압축력(axial compressive force,  $\bar{P} \equiv PL^2/a_{33}$ )을 고려하지 않을 경우, 최소값과 최대값은 각각  $\theta = 0^\circ$  와  $\theta = 90^\circ$  일 때 발생한다. 이는 섬유각의 증가에 따라 구조물의 강성( $a_{ij}$ )이 크게 증가하기 때문이다. 또한 일정한 압축력을 고려시, 동일 섬유각에서의 임계속도는 단면비 0.5 에서 최소값을 1.5 에서 최대값을 보인다.

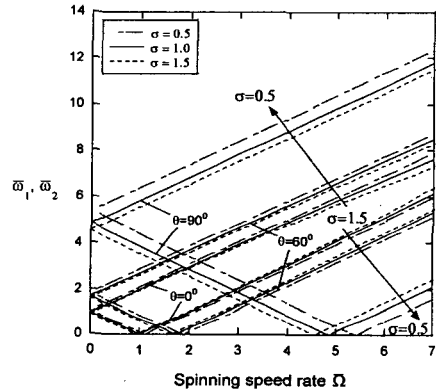


Fig. 5 Variations of the whirl frequency ratios vs. the spinning speed rate  $\bar{\Omega}$  for several ply angles and different taper ratios. ( $\bar{P} = 0$ )

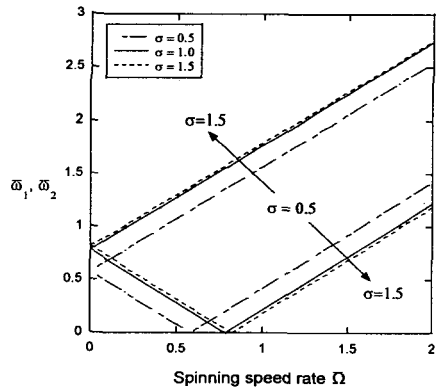


Fig. 6 Variations of the whirl frequency ratios vs. the spinning speed rate  $\bar{\Omega}$  for several ply angles and different taper ratios. ( $\theta = 0^\circ$ ,  $\bar{P} = 0.5$ )

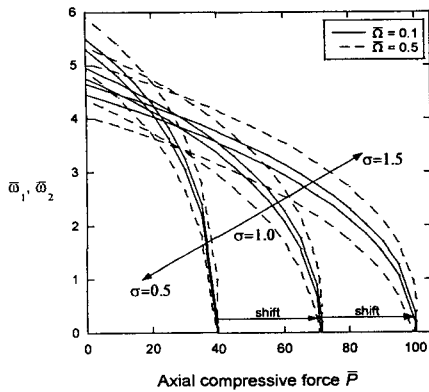


Fig. 7 Variations of the whirl frequency ratios vs. axial compressive force for several spinning speeds with selected taper ratios. ( $\theta = 90^\circ$ )

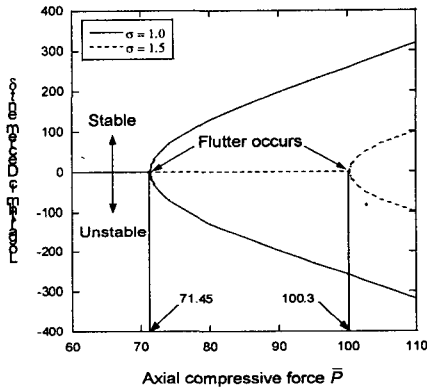


Fig. 8 Variations of the logarithmic decrement  $\delta$  vs. axial compressive force for selected taper ratios. ( $\theta = 90^\circ, \bar{\Omega} = 0.1$ )

Fig.7 ~ Fig.10 은 축방향으로의 압축력 고려시 고유진동수의 변화와 안정성 판별에 관한 그래프이다. 임계속도 이하의 일정한 각속도로 회전시, 섬유각 및 단면비에 대해 각각 특정한 임계하중(critical compressive force,  $\bar{P}_{cr}$ )이 존재하며, 동일 섬유각일 경우 단면비가 0.5 에서 1.5 로 증가함에 따라  $\bar{P}_{cr}$  은 보다 큰 값을 가진다.

압축력과 회전각속도를 동시에 증가시키면, 정적 불안정(Divergence) 경계가 발생하고, 압축력을 계속 증가시킴에 따라 동적 불안정(Flutter) 영역이 발생한다. 균일(uniform)한 단면에 대한 이러한 결과들을 참고문헌 2 와 비교해 본 결과, 거의 일치함을 알 수 있다. 한편, Fig.9 와 Fig.10 에서 나타난 것과 같이 일정한 섬유각에서 단면비를 1.0 에서 1.5 로 증가시킴(non-uniform)에 따라 동적 불안정 영역이 발생하는 지점( $\bar{P}_{flutter}$ )이 큰 값을 가지며, 결국 계의 안정 영역이 보다 확장되었다.

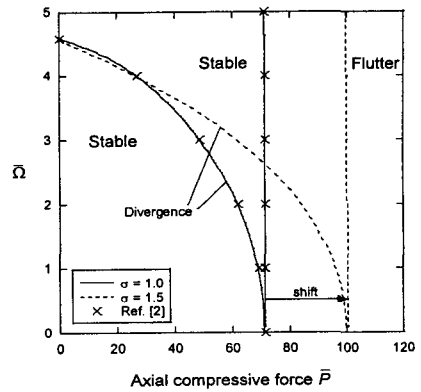


Fig. 9 Stability plot in the  $\bar{\Omega}-\bar{P}$  plane displaying the domains of stability, divergence instability boundary, and flutter for different taper ratios. ( $\theta = 90^\circ$ )

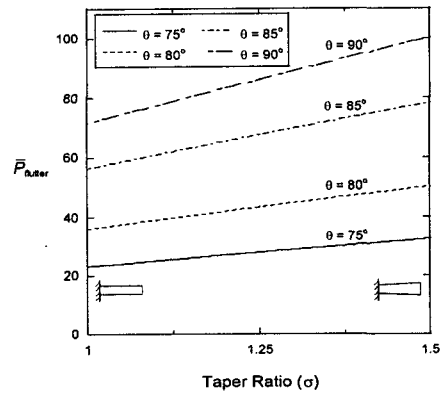


Fig. 10 Variations of the flutter boundaries vs. taper ratios for several ply angles.

#### 4.2 내부감쇠(Internal Damping)효과 고려

Fig.11 ~ Fig.13 은 내부감쇠 고려시 고유진동수의

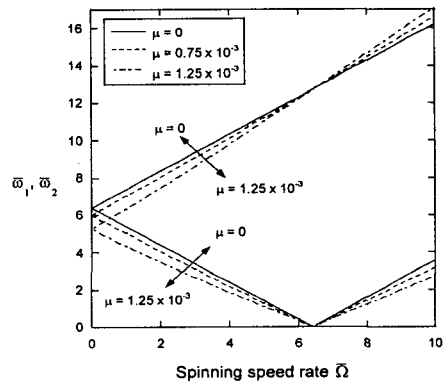


Fig. 11 Variations of the whirl frequency ratios vs. the spinning speed rate  $\bar{\Omega}$  with internal damping ; without transverse shear. ( $\theta = 90^\circ, \sigma = 1.0, \bar{P} = 0$ )

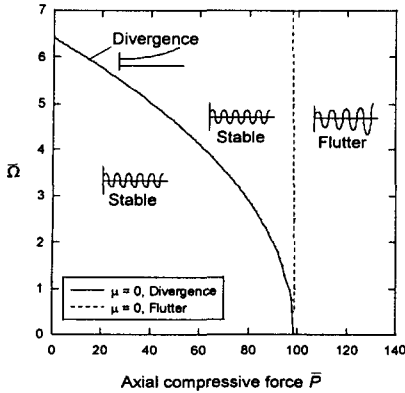


Fig. 12 Stability plot in the  $\bar{\Omega} - \bar{P}$  plane displaying the domains of stability, divergence instability boundary, and flutter for undamped case ; without transverse shear. ( $\theta = 90^\circ$ ,  $\sigma = 1.0$ )

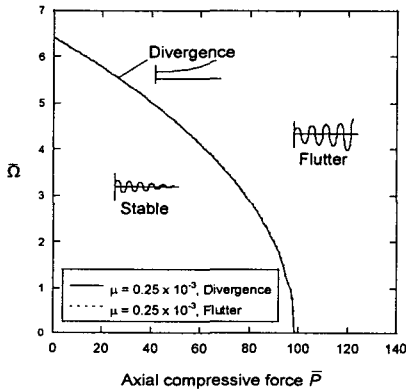


Fig. 13 Stability plot in the  $\bar{\Omega} - \bar{P}$  plane displaying the domains of stability, divergence instability boundary, and flutter for damped case ; without transverse shear. ( $\theta = 90^\circ$ ,  $\sigma = 1.0$ )

변화를 나타내고 있다. 감쇠계수의 변화에 대해 임계속도는 변화가 없으나, 대수 감소율에 의한 안정성 판별에 있어서는 비감쇠 모델과 비교시 임계속도 이전까지는 우수한 감쇠 성능을 나타내며 임계속도를 넘어서면서 불안정해지는 것을 볼 수 있다. 이는 Rosales 의 결과와 동일한 경향을 보인다.<sup>(4)</sup>

## 5. 결론

본 논문에서는 Hamilton 변분원리로부터 얇은 벽보로 모델링한 복합재료 회전축의 운동방정식과 경계조건을 유도하고, 여러 변수들이 회전축의 진동 특성 및 안정성에 미치는 영향에 대해 검토하였다.

일정한 각속도로 압축력을 받으며 회전하는 복합

재료 박판보의 고유진동수와 임계속도, 임계하중, 안정영역은 시스템의 구조적인 테일러링(tailoring) 기법과 테이퍼비(taper ratio)의 변화에 의해 확장된다는 결과를 얻을 수 있었다. 또한 내부감쇠를 포함함으로써 임계속도 이전에서 우수한 감쇠 성능을 얻을 수 있으나, 임계속도 이상에서 운전 시에는 내부감쇠가 오히려 계를 불안정화 시킨다는 것을 알 수 있었다.

## 후 기

Sungsoo Na acknowledges the support of the work by the Basic Research Program of the Korea Science and Engineering Foundation, Grant No. R01-2002-000-00129-0.

## 참고문헌

- (1) Gibson R.F., 1994, Principle of Composite Material Mechanics, McGraw-Hill, Inc., chap.1, 2.
- (2) Song, O., Jeong, N. and Librescu, L., 2001, "Implication of conservative and gyroscopic forces on vibration and stability of an elastically tailored rotating shaft modeled as a composite thin-walled beam," Journal of Acoustical Society of America, Vol. 109(3), pp.972-981.
- (3) Na, S.S. and Librescu, L., 2001, "Dynamic Response Control of Elastically Tailored Adaptive Cantilevered Non-uniform Cross Section Exposed to Blast Pressure Pulses," International Journal of Impact Eng., No.25, pp.847-867.
- (4) Rosales M. B. and Filipich C.P., 1993, "Dynamic Stability of a Spinning Beam Carrying an Axial Dead Load," Journal of Sound and Vibration, Vol. 163(2), pp.283-294
- (5) Cudney H. H. and Inman D. J., 1989, "Determining Damping Mechanisms in a Composite Beam by Experimental Modal Analysis," International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 4(4), pp.138-143.
- (6) Ku, D.M. and Chen, L.W., 1994, "Stability and Whirl Speeds of Rotating Shaft under Axial Loads," International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 9(2), pp. 111-123.
- (7) Leung, A.Y.T. and Fung, T.C., 1988, "Spinning Finite Elements" Journal of Sound and Vibration Vol. 125(3), pp.523-537.
- (8) Chen, M.L. and Liao, Y.S., 1991, "Vibrations of pretwisted Spinning Beams under Axial Compressive Loads with elastic constraints" Journal of Sound and Vibration Vol. 147(3), pp.497-513.