

파워흐름경계요소법을 이용한 중고주파 소음해석 소프트웨어 "NASPFA" 개발

Development of Noise Analysis Software-"NASPFA" in Medium-to-high Frequency Ranges using Power Flow Boundary Element Method

이호원* · 홍석윤** · 권현웅***

Ho-Won Lee, Suk-Yoon Hong and Hyun-Wung Kwon

Key Words : Power Flow Analysis, BEM, Noise, Vibration, Radiation, Medium-to-high Frequency.

ABSTRACT

In this paper, Power Flow Boundary Element Method(PFBEM) is studied as the numerical method for the vibration and sound predictions of complex structures in medium-to-high frequency ranges. NASPFA, the sound analysis software based on PFBEM, is developed and is used for the vibro-acoustic analysis. And also the developed software is used for the prediction of interior and exterior sound fields of vibrating structures and for the analysis of the multi-domain problems. To verify the accuracy, NASPFA is applied to the prediction of the energy distribution in the simple structures, and its results are compared with exact PFA solutions. And various practical vehicle systems are modeled and the distributions of the acoustical energy density are successfully predicted.

1. 서 론

선박이나 자동차와 같은 제반 동적 구조물의 저주파 진동 소음해석에는 기존의 유한요소법(FEM)과 경계요소법(BEM)을 활용한 다양한 상용 프로그램들이 광범위하게 사용되고 있다. 그러나 이러한 수치기법들은 관심 주파수가 증가하면서 요소의 크기를 작게하여 많은 수의 요소를 필요로 하거나 고차의 내삽 함수(interpolation function)를 적용해야 된다. 그리고 그 결과 역시 정확성이 떨어지고 신뢰할 수 없는 값을 주는 경우가 많았다. 따라서 기존의 수치기법은 비용이나 효율성에 있어서 고주파 해석에 적합하지 않다 할 수 있다. 한편 최근에는 고주파에 대한 해석을 위해 통계적에너지 해석법(SEA)이 개발되어왔는데 이는 주파수가 낮아지면 하부구조물(subsystem)이 커져야 하고 하나의 하부구조물은 단 하나의 에너지 값만을 갖는 등 사용자들이 필요로 하는 자세한 정보를 주지 못하는 단점이 있다.

이러한 기존 해석기법들의 한계점을 극복하기 위해 파워

흐름해석법(PFA)이 연구되고 있는데 이는 Belov 등에 의해 처음 제안되었다. 파워흐름해석법은 에너지밀도를 변수로 하는 2차 편미분 방정식을 기반으로 하며 고주파 영역에서 구조물의 진동 및 음향 에너지 밀도의 평균적 분포와 에너지 전달 경로의 예측에 효과적으로 적용될 수 있고 중주파수 영역에도 적용 가능하다. 또한 다양한 수치기법들과 접목하여 복잡한 구조물의 진동소음해석에 사용될 수 있다. 파워흐름해석법에 유한요소법을 적용한 파워흐름유한요소법(Power Flow finite Element Method, PPFEM)은 중고주파 진동 문제를 중심으로 서울대학교에서 활발히 연구가 수행되고 있으나, 경계요소법과의 접목에 관한 연구는 현재까지 진행된 예가 없다.

본 논문에서는 파워흐름해석법에 경계요소법을 접목한 파워흐름경계요소법(Power Flow Boundary Element Method, PFBEM)의 이론을 정립하고, 이 해석방법을 기반으로 한 파워흐름경계요소해석프로그램 NASPFA를 개발하여 실제 구조물의 음향해석에 사용하였다. 개발된 프로그램은 평면파와 구면파에 대한 기본해의 유도를 통해 구조물의 실내소음과 방사소음해석이 가능하고 매질의 특성이 다른 음향공간들로 구성된 다영역문제를 해석할 수 있으며, 그 결과로 음향에너지밀도와 인텐시티의 분포를 보여준다. 개발된 프로그램의 검증을 위해 간단한 구조물을 모델링하고 그 결과물

* 서울대학교 조선해양공학과 대학원
E-mail : l2h5w0@snu.ac.kr
Tel: (02) 880-7331, Fax: (02) 888-9298

** 서울대학교 조선해양공학과

*** 서울대학교 조선해양공학과 대학원

파워흐름해석법의 해와 비교하였으며, 선박의 엔진룸이나 잠수함, 자동차와 같은 실제 구조물을 모델링하여 음향 에너지의 분포를 예측해 보았다.

2. 파워 흐름경계요소법

음향 파워흐름해석에 사용되는 에너지지배방정식을 유도하기 위해서는 에너지평형관계식(energy balance equation), 에너지손실관계식(energy loss equation), 그리고 에너지전달관계식(energy transmission equation)이 필요하다. 위의 3가지 기본 관계식 중에서 에너지 전달관계식은 음파의 파형에 따라 그 형태가 달라진다. 일반적으로 고주파수대역에서 높은 반향특성을 가지는 음향공간에 대해서는 음압을 평면파(plane wave)로 가정하고 에너지전달관계식을 유도할 수 있다. 이 경우에 유도된 음향 에너지지배방정식은 실내음향문제와 같은 닫힌공간(closed field)의 음장해석에 유용하다. 또한, 진동하는 구조물로부터의 방사문제를 다룰 경우에는 음압을 구면파(spherical wave)로 가정하여 유도된 에너지지배방정식을 사용함으로써 열린공간(open field)에서 음장해석이 가능하다. 따라서 평면파와 구면파에서 유도된 음향 에너지지배방정식과 에너지지배방정식에서 유도된 기본해(fundamental solution)는 파워흐름경계요소법에 매우 중요한 부분을 차지한다.

2.1 닫힌공간에서의 기본해

평면파를 가정한 파워흐름해석법의 기본 방정식인 음향 에너지지배방정식은 다음과 같이 헬름홀츠 변형방정식(modified Helmholtz equation)의 형태로 쉽게 나타낼 수 있다.

$$\nabla^2 e - k^2 e = \bar{\pi}_{in} \quad (1)$$

여기서 e 는 에너지 밀도이고 $k = \eta\omega/c_g$ 이다. 입력파워를 π_{in} 라고 하면 $\bar{\pi}_{in} = -(\eta\omega/c_g^2)\pi_{in}$ 로 정의된다. η 는 감쇠계수, ω 는 가진주파수, c_g 는 각 파동의 에너지전달속도이다. 한편, 에너지전달관계식 역시 다음과 같이 변형될 수 있다.

$$\bar{q} = \nabla e \quad (2)$$

여기서 $\bar{q} = -(\eta\omega/c_g^2)q$ 이면 q 는 각 파동의 인텐시티이다. 식(2)로부터 에너지 밀도 e 가 변형된 인텐시티 \bar{q} 의 포텐셜(potential) 함수가 됨을 알 수 있다.

식(1)의 기본해(fundamental solution)는 식(3)의 해가 된다.

$$\frac{d^2 G(r)}{dr^2} + \frac{(n-1)}{r} \frac{dG(r)}{dr} - k^2 G(r) = \delta(r) \quad (3)$$

여기서 $G(r)$ 은 식(1)의 기본해이고 n 은 관심영역의 공간 차원이며 r 은 가진점과 관찰점간의 거리이다. 따라서 n -차원의 관심영역에 대한 기본해는 다음과 같이 각각 구해진다.

$$G(r) = -(1/2k)\exp(-kr), \quad (n=1) \quad (4a)$$

$$G(r) = -(1/2\pi)K_0(kr), \quad (n=2) \quad (4b)$$

$$G(r) = -(1/4\pi r)\exp(-kr), \quad (n=3) \quad (4c)$$

여기서 K_0 는 변형된 2종 0차 Bessel 함수이다. 식(4c)는 3차원 공간에서의 기본해로서 에너지밀도가 거리에 따라 3dB 감소하는 것을 보여주고 있다. 그러나 일반 음향학에는 에너지밀도가 거리에 따라 6dB 감소하므로 음향의 방사문제를 해석할 경우에는 식(4c)의 기본해를 직접적으로 적용할 수 없게 된다.

2.2 열린공간에서의 기본해

구면파를 가정하여 유도된 파워흐름해석법의 음향 에너지 지배방정식은 다음과 같은 형태로 나타난다.

$$-\frac{c_g}{k\eta} \nabla \cdot \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 e) \vec{r} \right\} + \eta\omega e = \pi_{in} \quad (5)$$

한편, 구면파에 대한 에너지전달관계식은 다음과 같다.

$$\vec{q} = -\frac{c_g}{k\eta} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 e) \vec{r} \quad (6)$$

여기서 \vec{q} 는 \vec{r} 방향의 인텐시티이다. 식(5)의 기본해(fundamental solution)는 식(7)의 해가 된다.

$$-\frac{c_g}{k\eta} \nabla \cdot \left\{ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 G(r)) \vec{r} \right\} + \eta\omega G(r) = \delta(r) \quad (7)$$

여기서 $G(r)$ 은 식(5)의 기본해이고, 3차원 공간에 대하여 다음과 같이 구해진다.

$$G(r) = \frac{1}{4\pi c_g r^2} e^{-\eta kr} \quad (8)$$

2.3 파워 흐름해석법의 직접적 기법

파워흐름경계요소법의 직접적 기법은 평면파를 가정하여 유도된 음향에너지지배방정식에 대해서만 적용하였다. 만약 3차원 관심영역에 대해 경계 Γ 가 $\Gamma = \Gamma_2$ 이고 영역 내에 입력파워가 존재할 때 ξ 와 x 를 각각 영역 내와 경계 위에서 한 점의 좌표라고 하면 관심영역에서의 에너지 밀도는 다음과 같이 표현된다.

$$c(\xi)\bar{e}(\xi) = \int_{\Gamma} \bar{e}(x) \frac{\partial G(x-\xi)}{\partial n(x)} d\Gamma(x)$$

$$\begin{aligned}
 & - \int_r \bar{q}_n(\mathbf{x}) G(|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|) dV(\mathbf{x}) \\
 & + \int_Q \bar{\pi}_{in}(\mathbf{z}) G(|\mathbf{z} - \boldsymbol{\xi}|) d\Omega(\mathbf{z}) \quad (9)
 \end{aligned}$$

여기서 \mathbf{z} 는 입력파워가 작용하는 위치이고 $c(\boldsymbol{\xi})$ 는 $\alpha/4\pi$ 이며 α 는 내각(solid angle)이다. 또한 인텐시티는 식(9)을 미분하면 얻을 수 있다.

2.4 파워흐름해석법의 간접적 기법

경계요소법의 간접적 기법의 핵심 개념은 실제 시스템을 가상의 무한 시스템으로 대체하고 원래 경계가 있던 위치에 가상의 가진원을 분포시키는 것이다. 3차원 문제에서는 에너지 밀도는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \bar{c}(\mathbf{x}) &= \int_S \Phi(\boldsymbol{\xi}) G(|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|) dS(\boldsymbol{\xi}) \\
 & + \int_V \bar{\pi}_{in}(\mathbf{z}) G(|\mathbf{x} - \mathbf{z}|) dV(\mathbf{z}) \quad (10)
 \end{aligned}$$

이때, 식(10)의 기본해 G 는 평면파를 가정하여 구한 식(4c)과 구면파를 가정하여 구한 식(8)이 모두 가능하다. 따라서 3차원 문제에 대해서 식(10)은 실내용장해석과 방사음장해석에 모두 사용될 수 있으며 상황에 따라 단지 기본해만을 바꾸어 주면된다. 마찬가지로 평면파나 구면파를 가정한 경우의 인텐시티는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \bar{q}_n(\mathbf{x}) &= \int_S \Phi(\boldsymbol{\xi}) \frac{\partial G(|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|)}{\partial n(\mathbf{x})} dS(\boldsymbol{\xi}) \\
 & + \int_V \bar{\pi}_{in}(\mathbf{z}) \frac{\partial G(|\mathbf{x} - \mathbf{z}|)}{\partial n(\mathbf{x})} dV(\mathbf{z}) \quad (11)
 \end{aligned}$$

식(11)에 있는 경계적분은 특정 경우에 대해 Cauchy 준치(principal value)를 가진다.

3. 파워 흐름경계요소해석 소프트웨어-NASPF A

중고주파수 대역에서 실내 및 방사 소음해석을 위해 개발된 파워흐름경계요소해석 소프트웨어(NASPF A)는 Table 1,2,3에서 보듯이 전처리기(pre-processor), 주처리기(main processor), 그리고 후처리기(post-processor)로 구성되어 있다. NASPF A의 전처리기는 차체 모델러(modeler)를 가지고 파워흐름경계요소모델을 생성한다. 전처리기를 수행하는 과정은 크게 3가지로 나뉘는데 첫 번째가 입력파일을 읽어 들이는 과정이고, 두 번째는 입력파일의 내용을 바탕으로 노드와 요소의 데이터를 생성하는 과정이며, 세 번째는 생성된 각 요소들의 연결관계와 방향성을 파악하여 파워흐름경계요소해석이 가능한지를 판단하고 요소의 방향성을 일치시키는 과정이다.

주처리기는 전처리기를 통해 입력된 파워흐름경계요소모

델에 대해서 사용자의 정의에 따라 직접 실내용장해석과 방사음장해석에 필요한 전체행렬을 구성하고 행렬의 역행렬 계산을 통하여 수치해를 구하는 역할을 한다. 이러한 주처리기는 크게 2개의 과정을 수행하는데, 첫 번째는 주어진 경계 조건으로부터 미지의 경계조건을 계산하는 과정이고, 두 번째는 앞에서 주어진 경계조건과 계산된 경계조건을 이용하여 사용자가 원하는 곳에서의 음향에너지밀도와 음향인텐시티를 구하는 과정이다.

NASPF A의 후처리기는 주처리기에서 구한 결과값과 파워흐름경계요소모델의 형상 등을 출력하는 역할을 한다.

Fig.1은 파워흐름경계요소해석 소프트웨어 NASPF A의 GUI구조를 보여주고 있다.

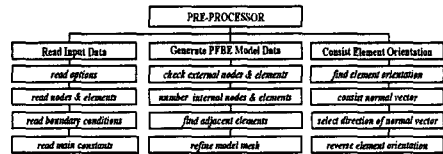


Table 1 Flow chart of the pre-processor of NASPF A

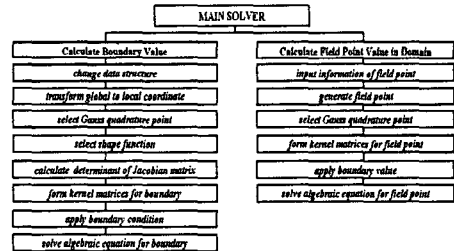


Table 2 Flow chart of the main processor of NASPF A



Table 3 Flow chart of the post-processor of NASPF A

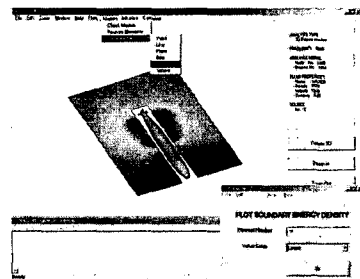


Fig.1 GUI layout of NASPF A

4. 수치적 적용

4.1 결과 검증

정확성을 검증하기 위해서 파워흐름경계요소해석 프로그램을 사용하여 Fig.2는 3차원 정육면형 고체 구조물의 진동을 고려하기 위한 해석모델을 나타낸다. Fig.3은 구조물의 중심부를 가진하고 가진부를 지나는 단면에서의 에너지밀도를 살펴본 것으로, 파워흐름해석의 결과와 NASPFA가 잘 일치하는 것을 보여준다.

Fig.3의 결과는 평면파를 고려한 경우에 대한 NASPFA의 결과인 반면, Fig.5는 구면파를 가정하여 방사음장해석을 수행한 경우의 결과를 보여주고 있다. Fig.4는 방사음장해석을 위해 균일하게 진동하는 구형구조물을 모델링한 것이고, Fig.5는 NASPFA의 방사음장해석 결과를 검증하기 위해 상용 소프트웨어(SYSNOISE)를 사용하여 비교한 것이다.

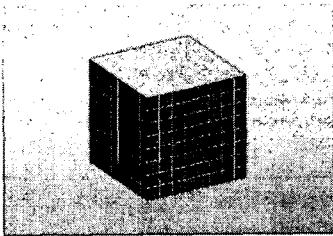
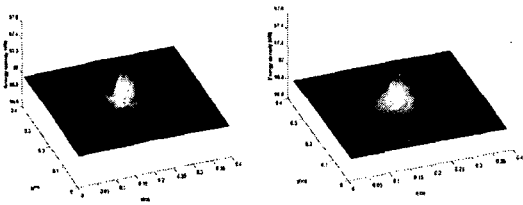


Fig.2 3-dimensional cubic solid structure



(a) Exact PFA (b) Direct PFBEM

Fig.3 Comparison of energy distributions on middle cross section(frequency : 5kHz, damping factor : 0.02)

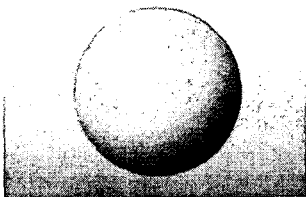
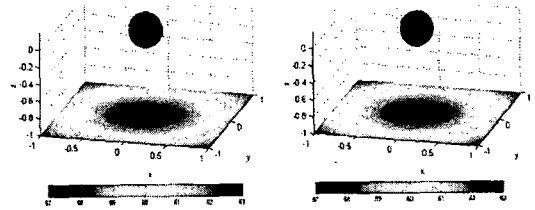


Fig.4 Uniformly vibrating 3D spherical structure



(a) SYSNOISE (b) NASPFA
Fig. 5 Comparison of energy distributions at plain-type field positions

4.2 수치적 적용

본 절에서는 4.1절의 검증결과를 바탕으로 보다 복잡하고 실제와 비슷한 구조물을 모델링하고 파워흐름경계요소해석 프로그램 NASPFA를 이용하여 실내소음 및 방사음장을 해석해 보았다. 우선, 선박의 엔진룸을 Fig.6과 같이 3차원 실내 공간으로 모델링하고 이 해석모델에 실내음향 파워흐름 경계요소해석을 수행해 보았다. 음원은 엔진룸의 중심부에 위치한 엔진이고 균일하게 진동한다고 가정하였다. Fig.7은 주파수가 5kHz인 경우에 대하여 엔진룸의 경계에서 음향 에너지의 분포를 나타낸 그림이다. 음원으로 작용하는 엔진 부분의 에너지가 높게 나타나며 구조물의 모서리부분에서 높은 에너지레벨을 보인다.

Fig.8와 Fig.10는 3차원 공간에서 잠수함형상 구조물의 방사음향 해석을 수행하기 위해 단순화된 해석모델이다. Fig.8에 대한 결과인 Fig.9은 평면파를 가정하여 얻어진 기본해를 사용한 해석결과이고, Fig.11는 Fig.10의 모델을 이용하고 구면파를 가정한 경우의 NASPFA 해석결과이다. Fig.9의 결과는 주파수를 5kHz와 10kHz의 두 경우에 대하여 파워흐름경계요소해석 결과로 잠수함의 격벽이 존재하는 부분에서 음향에너지가 높게 나타난다. Fig.11는 200Hz에서 다양한 관측점에서 잠수함의 음향에너지분포를 보여주고 있다.

5. 결론

본 논문에서는 음의 파형을 평면파와 구면파로 가정하여 음향 파워흐름해석법의 에너지지배방정식을 유도하였고, 이 에너지지배방정식에 경계요소법을 적용한 파워흐름경계요소법의 이론을 정립하였다. 또한 이를 바탕으로 중고주파대역에서 실내소음 및 방사소음을 예측할 수 있는 파워흐름경계요소해석 프로그램인 NASPFA를 개발하였다. 개발된 프로그램의 검증을 위해 간단한 형상 구조물을 모델링하고 파워흐름해석법의 엄밀해와 결과를 비교하였다. 검증 결과를 바탕으로 선박과 잠수함의 구조물을 모델링하여 음향에너지의 분포를 살펴보았다.

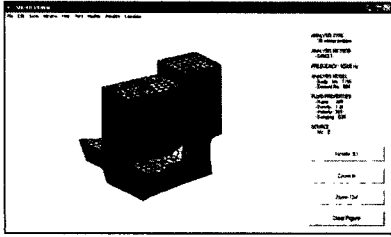


Fig.6 3D acoustic cavity model for the E/R of ship

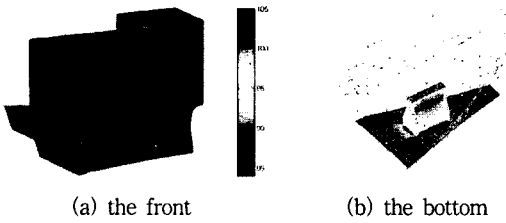
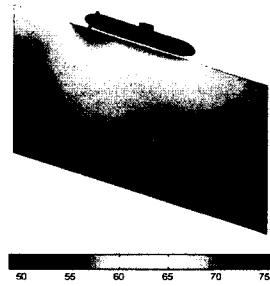
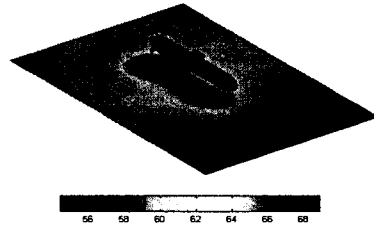


Fig.7 Comparison of energy distributions at plain-type field positions



(a) vertical view



(b) horizontal view

Fig. 11 Radiated sound energy distributions of submarine

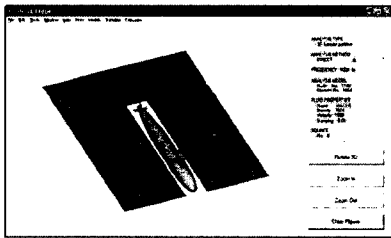


Fig.8 3D radiated sound analysis model of submarine

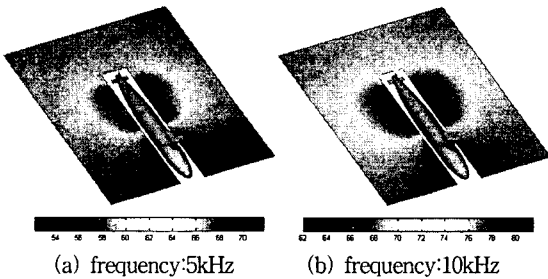


Fig. 9 Radiated sound energy distributions of submarine

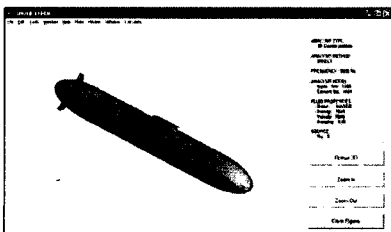


Fig.10 3D radiated sound analysis model of submarine

참 고 문 헌

- (1) Wohlever, J. C. and Bernhard, R. J., 1992, "Mechanical Energy Flow Models of Rods and Beams", *J. Sound Vib.*, Vol. 153, No. 1, pp. 1-19.
- (2) Cremer, L. and Heckl, M. and Ungar, E. E., 1973, *Structure-Borne Sound*, Springer-Verlag.
- (3) Bouthier, O. M. and Bernhard, R. J., 1992, "Models of Space-Averaged Energetics of Plates", *AIAA J.*, Vol. 30, No. 3, pp. 616-623.
- (4) Cho, P. E., 1993, "Energy Flow Analysis of Coupled Structures", Ph.D. Dissertation, Purdue University.
- (5) Banerjee, P. K., 1994, *The Boundary Element Methods in Engineering*, McGraw-Hill.