

구조-음향 연성현상을 이용한 지향성 방사패턴 설계

Directional Radiation Pattern Design Using Structural-Acoustic Coupling

서희선*·김양한**

Hee-Seon Seo and Yang-Hann Kim

Key Words : Structural-acoustic coupling(구조-음향 연성), Radiation pattern(방사패턴), Optimal design(최적설계)

ABSTRACT

This paper presents a design of the directional radiation pattern by using the structural-acoustic interaction. For this purpose, prediction of the pressure distribution of the field points and radiation pattern of the structural-acoustic coupling system is shown. In order to get a strong coupling, coupled system that has a finite space and a semi-infinite space separated by two flexible walls and an opening is selected. A volume interaction can be occurred in structure boundary and a pressure interaction can be happened in the opening boundary. The coupled system is maximized the radiation power on the main axis and minimized the side lobe level.

1. 서론

박막이나 얇은 평판과 같이 구조물의 강성이 매우 작거나, 수중에서와 같이 매질의 임피던스가 큰 경우 등 상대적으로 구조물의 임피던스가 매질의 임피던스에 비하여 크지 않은 경우는 매질의 거동이 구조물의 거동에 영향을 주어 구조물의 거동과 매질의 거동을 동시에 고려하여야 하는 완전 구조-음향 연성 문제가 된다. 이러한 구조-음향 연성현상을 이용하여 소음제어를 하거나, 효율적인 방사체를 만들기 위해서 음장과 유연한 경계로 구성된 연성계의 원인과 결과를 설명할 수 있는 메커니즘에 대해 많은 선행 연구가 수행되었다[1-11]. 이에 대한 접근 방법을 분류하여 보면 이론적인 해석 방법, 수치적인 해석방법 및 실험적 접근 방법 등으로 나눌 수 있다. 이론적인 해석 방법 중에서 모드 조합을 이용하여 연성계를 표현하는 방법은 연성 현상에 대한 이해와 물리적 통찰력을 증대시켜 주며 각 부계(subsystem)가 가지는 기여도를 분석할 수 있고, 특히 각 부계의 고유 특성이 연성 작용에 어떤 영향으로 나타날 것인가를 살펴볼 수 있으므로 폭 넓게 사용되고 있다.

유연한 구조물로 구성된 경계에 의해 분리된 유한 크기를 갖는 두 공간 사이의 연성 문제에 대한 이론적인 해는 비교적 잘 알려져 있다[1-4]. 또한 유한한 크기의 공간과 반 무한 공간이 결합된 형태의 연성계에 대해서는 Kim 과 Kim[5-8]에 의해서 입구를 포함한 연성 구조물과 두 공간 사이의 연성 현상에 대해 홀로그래피 방법을 이용한 실험결과와 모드 해석 방법을 이용한 해석결과가

발표되었다. 한편, Seo 와 Kim[9-11]에 의해서 경계 값의 변화에 따른 연성 현상의 변화에 대한 고찰과 다양한 경계의 형상에 따른 내부 음장 및 외부 음장의 특성이 연구되었다. 그러나 이러한 연구들에서는 구조-음향 연성 현상을 이해하는데 그 연구의 목적이 있었으나, 연성 현상을 적극적으로 이용하여 방사체를 만드는 등의 설계와 관련된 연구로 이어지지는 못하였다.

본 연구는 구조-음향 연성현상을 이용하여 효율적인 방사체를 설계하기 위한 기초 연구로서 유한한 크기를 가지는 공간이 유연한 구조물과 입구에 의하여 경계가 형성되고, 이를 통하여 반 무한 공간과 연결된 경우에 외부 음장에서 지향성 방사패턴을 설계하는 데 그 목적이 있다. 이를 위하여 연성계가 가질 수 있는 일반성을 잃지 않고, 수학적으로 취급이 간단한 Fig. 1 의 직사각 공동이 두 개의 유연한 구조물과 입구를 갖는 연성계를 해석에 사용한다. 또한 외부 음장으로 큰 음압을 방사하고, 부엽준위를 최소화하는 목적함수를 선정하여 최적화된 방사패턴을 제시하고자 한다.

2. 문제 정의 및 수식화

2.1 문제정의

반사가 큰 음향학적으로 유한한 크기를 가지는 공간과 반 무한 공간이 입구 또는 유연 구조물을 통하여 서로 정보를 주고 받는 일반적인 연성현상을 모두 포함하는 Fig. 1 과 같은 연성계에서 강한 연성현상을 이용하여 원하는 형태의 지향성 방사패턴을 설계할 수 있으면 보다 일반적인 형태의 구조-음향 연성계를 이용하여 다양한 형태의 방사패턴을 갖는 방사체를 설계할 수 있을 것이다. 따라서 일반성을 잃지 않으면서도 수학적 취급이 가능한 직사각 형태의 공동이 반 무한 공간의 강

* 정희원, 한국과학기술원 기계공학과

E-mail : sonar@kaist.ac.kr

Tel : (042) 869-3065, Fax : (042) 869-8220

** 정희원, 한국과학기술원 기계공학과 교수

체 배플(rigid baffle)에 설치되어 있다고 가정하고 단순화를 위하여 물리적 현상이 y 방향에 대해 독립이라 가정하자. 또한 공동의 윗면에는 유연한 구조물과 입구로 구성된 경계가 부가되고 나머지 세 벽은 음향학적으로 강체벽 경계를 갖는다고 가정하자. 공동 위에 부가된 구조물의 두께는 고려하는 주파수 범위 내에서 가장 짧은 파장에 비하여 매우 작아 무시할 수 있다고 가정하고, 공동의 바닥에 위치한 음원강도 Q 를 가지는 단극 체적음원에 의해 가진된다고 가정하자. 연구에서 다루는 좌표와 음원의 위치 등을 Fig. 1에 표현하였다.

2.2 지배방정식과 경계조건

공동 내/외부의 음압에 대한 지배방정식은 조화함수의 형태를 가정하면, 다음의 2차원 동차 파동방정식을 각각 만족한다.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) p_{in, out}(x, z) = 0 \quad (1)$$

여기서 p_{in} 과 p_{out} 는 각각 공동 내/외부 음압을 의미하고 k 는 파수(wavenumber)를 의미한다. 유연한 구조물의 내/외부에 존재하는 압력의 차로 인한 외력을 포함하는 평판에 대한 지배방정식은 1차원 비동차 파동방정식을 만족한다.

$$\left(\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \kappa_i^4 \right) w_i(x) = -\frac{1}{D_i} \{ p_{in}(x, 0) - p_{out}(x, 0) \}, i = 1, 2 \quad (2)$$

여기서 w 는 구조물의 변위, κ 는 구조물 내에서 파수, D 는 평판의 굽힘강성을 의미한다. 음원이 있는 바닥 면의 경계조건은 오일러 방정식을 이용하여 다음의 경계조건으로 표현할 수 있다.

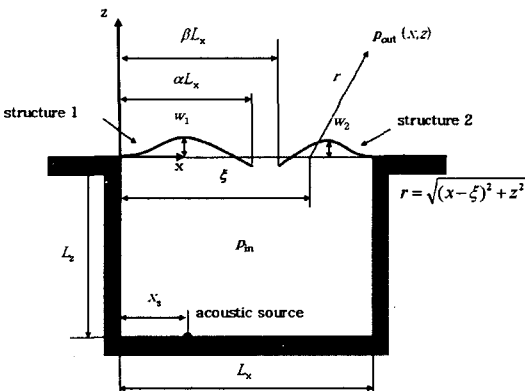


Fig. 1 The mathematical model of coupling system.

$$\frac{\partial p_{in}}{\partial z} \Big|_{z=-L_z} = -jk\rho_0 c Q \delta(x-x_s) \quad (0 < x < L_x) \quad (3)$$

여기서 ρ_0 는 유체의 밀도, c 는 음속이다. 공동 내부에서는 x 축에 수직한 벽면에서 음압의 공간 미분이 0이 되는 경계조건, 입구에서의 압력과 속도에 대한 연속 조건, 구조물의 속도는 공동 내/외부 유체의 입자 속도와 같아야 하는 경계조건을 고려하면 필요한 지배 방정식과 경계 조건을 모두 수학적으로 표현할 수 있다. 이로부터 해를 얻기 위해 연성 문제에서 잘 정립된 이론 중 하나인 모드함수의 합을 이용하는 방법을 적용한다[4,8]. x 방향의 경계 조건을 적용하면, 공동 내의 음압은 모드 조합의 형태인

$$p_{in}(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \psi_n(x) (A_n e^{-jk_{zn}z} + B_n e^{jk_{zn}z}) \quad (4)$$

로 표현할 수 있다. 여기서, $\psi_n(x)$ 는 공동 내의 x 방향으로 형성되는 모드 함수, k_{xn} 과 k_{zn} 은 각각 n 번째 모드에서 x 와 z 방향의 파수이다. 외부음장은 유연한 구조물과 입구에 의해 연성되어 있으므로 구조물의 법선 방향 속도와 공동 내/외부의 입자속도, 입구에서의 음압 및 입자 속도 연속 조건을 동시에 고려하여야 한다. 여기서 외부음장은 $z = 0$ 위치에 가상의 음원이 강체 배플에 놓여있는 경우로 생각할 수 있으며, 이는 키르호프-헬름홀츠(Kirchhoff-Helmholtz) 적분방정식을 이용하여 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$p_{out}(x, z) = -\int_0^{L_x} G_N(x, z | \xi, 0) \frac{\partial p_{in}(\xi, 0)}{\partial \xi} d\xi \quad (5)$$

유연한 구조물과 입구의 음압 분포를 모드 조합으로 표현할 수 있다고 가정하고, 모드 조합으로 표현된 경계조건을 이용하여 모드 계수를 구하여 내/외부 음장 및 구조물의 변위를 구하는 방법은 참고문헌[8-11]에 잘 기술되어 있다. 여기서 참고문헌과 다른 것은 구조물이 박막이 아닌 평판으로 되어 있는 것인데, 이는 식(2)의 차수가 2차에서 4차로 증가하고, 평판의 모드함수를 표현하는 방법이 복잡하여 수학적으로 그 표현 방법과 계산 과정이 복잡할 뿐 그 물리적 의미 또는 수학적 전개과정은 동일하다.

3. 최적설계 및 고찰

Figure 1에 보인 구조-음향 연성계에서 공동의

크기는 폭과 높이가 각각 0.16m, 0.13m 로 하고, 평판의 경우는 1mm 이하의 두께를 갖는 강판으로 고려하였다. 또한 단극 체적 음원이 공동의 바닥에 $x_s=0.07m$ 의 위치에 있는 것으로 하였다.

앞 장의 수학적 유도로부터 얻어진 공동 외부에 형성되는 음압의 방사패턴은 구조물 및 입구 크기, 구조물의 강성, 가진 주파수에 대해 비선형이므로 Fig. 2 에서 제시한 바와 같이 주엽(main lobe)에서의 방사파워(P_{max})를 최대로 하고, 부엽(side lobe)의 크기(SLL)를 최소로 하며, 주엽의 방향을 제한하여 지향성 방사패턴을 갖는 구조-음향 연성 구조물의 설계 문제는 다음과 같은 제약조건이 있는 비선형 최소화 문제로 만들 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } F(x) = W_1 \times SLL - W_2 \times |P_{max}|^2 \\ & \text{subject to: } \theta_1 \leq \theta_{max} \leq \theta_2 \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 θ_{max} 는 최대 방사 파워가 발생하는 각도를 표시하는 것으로서 θ_1 과 θ_2 는 주엽의 방향을 제한하는 제약조건의 상한 및 하한이다. W_1, W_2 는 부엽 준위 및 최대 방사 파워의 목적 함수에 대한 중요도를 조절하는 상수이다. x 는 설계 변수 벡터로서 구조물의 길이, 두께, 가진 주파수로서 다음과 같이 표현된다.

$$\{x\}' = \{\text{alpha, h, frequency}\} \quad (7)$$

그런데 일반적으로 비선형 최적화 알고리즘을 이용하여 설계를 하기 위해서는 초기 설계 변수를 필요로 하는데, 0.68mm 의 두께를 갖는 유연한 구조물이 각각 0.4, 입구가 0.2 의 정규화된 길이를 갖고, 큰 내부 음압이 발생하게 하고 이를 외부 음장으로 효율적으로 방사하게 하기 위해서 강체벽 공동 내에 형성되는 음향 모드 중에서 5 번째에 해당하는 (2,1) 모드 (주파수: 2517Hz)를 초

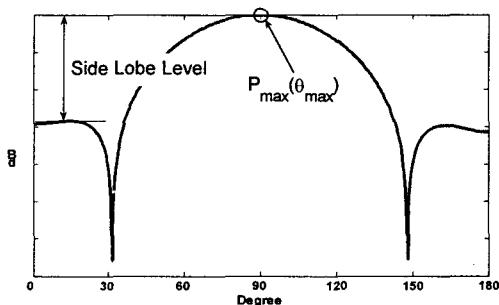


Fig. 2 Graphical description of the maximum pressure and side lobe level.

기치로 선정하였다. 이에 해당하는 공동 내/외부의 음장 및 인텐시티의 분포는 Fig. 3(a)에 표현하였으며, 빔 패턴을 Fig. 4(a)에 표현하였다. 매우 넓은 빔 폭과 높은 수준의 부엽준위를 갖고 있는 것을 확인 할 수 있다. 구조-음향 연성 작용으로 인한 모드 형태의 변경과 주파수의 변화가 생겼을 것을

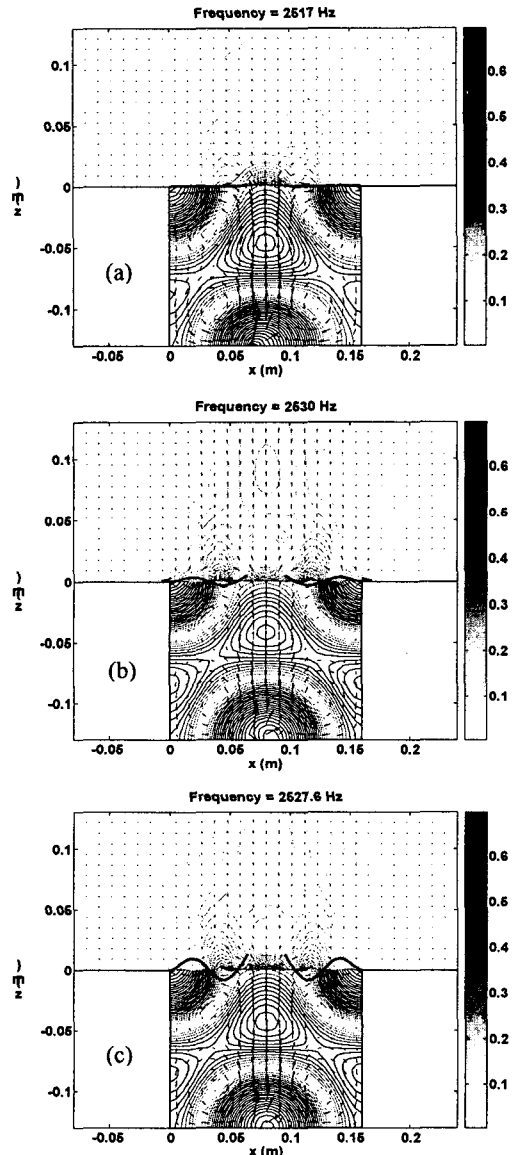


Fig. 3 Contour and vector plots of acoustic fields at (a) the 5th cavity mode frequency (2517Hz), (b) the coupled 5th resonance frequency (2530Hz) and (c) the optimal frequency (2527.6Hz), pressure and intensity are normalized by $\sqrt{\langle (p_m)^2 \rangle}$ and $\langle (p_m)^2 \rangle / 2\rho_0 c^2$ respectively.

고려하여 참고문헌 [11]의 Fig.5 에서 제시한 주파수에 대한 특성을 참고하여 초기 주파수(2530 Hz)를 재 선정하였다. 이에 대한 특성을 Fig. 3-4(b)에 보였다. 구조물의 변위가 매우 커진 것을 관찰할 수 있고, 외부 음장의 경우 지향성을 갖는 인텐시티가 형성된 것을 볼 수 있다. 또한 최대 방사 파워의 경우 3.3 배 증가하였고, 부엽 준위는 23dB 감소하였다. 이는 공동과 구조물이 강한 연성 작용을 일으켜 외부 음장의 형태를 많이 변경 시킨 것으로 구조-음향 연성 현상을 이용하여 지향성 방사 패턴을 얻을 수 있는 가능성을 보인 것이다. 최적설계의 초기치로 구조-음향 연성 현상으로 바뀐 공진 주파수를 선택하여 방사 음압을 최대화하고, 부엽 준위를 최소화 하는 최적설계 문제를 다루었다. 구조물의 정규화된 길이가 0.4 에서 0.4045 로 증가하고, 구조물의 두께는 0.68mm 에서 0.695mm 로 증가하며, 주파수가 약간 변경된 경우 (2527.6 Hz)에 목적함수를 만족하는 결과를 얻었다. 이에 대한 결과 그림이 Fig. 3-4(c)에 표현되어 있으며, 초기값의 경우에 비해서 최대 방사 파워의 경우 1.73 배 증가하였고 부엽 준위는 15dB 감소하였다. 강체벽 공동의 5 번째 모드에 해당하는 주파수에 비해서는 최대 방사 파워의 경우 5.73 배 증가하였고, 부엽 준위는 38dB 감소하였다. 구조-음향 연성 현상을 이용하여 큰 방사파워를 갖는 지향성 방사체를 설계할 수 있음을 알 수 있다.

4. 결론

강한 구조-음향 연성 현상을 이용하여 지향성 방사패턴을 갖는 방사체를 설계하기 위해 체적과 압력 상호 작용을 유발하는 복합 경계조건을 갖는 음향학적으로 유한한 공간과 반 무한 공간이 결합된 형태의 연성계에 대해 모드 조합을 이용하여

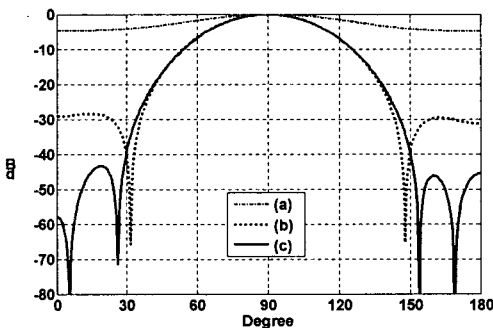


Fig. 4 Beam pattern of the coupled system at (a) the 5th cavity mode frequency (2517Hz), (b) the coupled 5th resonance frequency (2530Hz) and (c) the optimal frequency (2527.6Hz).

지향성 방사 패턴과 큰 방사 음압을 얻을 수 있는 것을 보였다. 대표적인 공동-우세 모드에서 음압의 공간 분포, 능동 인텐시티의 흐름을 살펴보고, 이를 초기값으로 하여 방사음압을 최대화하고 부엽준위를 최소화 하는 목적함수를 선정하여 초기값에 비하여 최대음압은 1.73 배 증가하고, 부엽준위는 15dB 감소하는 방사패턴을 갖는 구조를 설계하였다. 이 연구에서 제시한 방법은 이용하면 구조물의 공간 분포에 따라 달라지는 외부음장의 형태 즉, 원하는 형태의 방사패턴을 갖고 방사 파워를 최대화하는 구조-음향 연성 현상을 이용한 방사체를 설계할 수 있을 것이다.

후 기

본 연구의 일부는 교육부의 두뇌한국 21 (BK21) 사업의 지원으로 수행되었을 밝히며, 지원에 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) P. M. Morse, 1966, "Transmission of sound through a circular membrane in a plane wall," J. Acous. Soc. Am., Vol. 40, No.2, pp. 354-366.
- (2) V. Mason, 1966, "On the coupling of a membrane with an incident sound wave," J. Sound Vib., Vol. 4, No. 1, pp. 9-17.
- (3) P. M. Morse and K. U. Ingard, 1968, "Theoretical Acoustics," pp 679-688, McGraw-Hill.
- (4) E. H. Dowell, G. F. Gorman, and D. A. Smith, 1977, "Acoustoelasticity : general theory, acoustic natural modes and forced response to sinusoidal excitation, including comparisons with experiment," J. Sound Vib., Vol. 52, No.4, pp. 519-542.
- (5) 김시문, 김양한, 1997, "실험적 방법에 의한 평판-공동 연성계의 음장 가시화," 한국소음진동공학회 1997년 춘계학술대회 논문집, pp. 662-668.
- (6) S.-M. Kim and Y.-H. Kim, 2001, "Structural-acoustic coupling in a partially opened plate-cavity system: Experimental observation by using nearfield acoustic holography," J. Acous. Soc. Am., Vol. 109, No. 1, pp. 65-74.
- (7) 김시문, 김양한, 1999, "부분적으로 개방되어 있는 2차원 박막-공동 연성계의 임피던스 해석," 한국소음진동공학회 1999년 춘계학술대회 논문집, pp. 742-747.
- (8) S.-M. Kim and Y.-H. Kim, 2002, "Solution of coupled acoustic problems: a partially opened cavity coupled with a membrane and a semi-infinite exterior field," J. Sound Vib., vol. 254, No. 2, pp. 231-244.
- (9) 서희선, 김양한, 2004, "구조-음향 연성계의 경계값 변화에 따른 방사음 변화," 한국소음진동공학회지, 14권 7호, pp. 604-611
- (10) H.-S. Seo and Y.-H. Kim, 2004, "Transmission from reverberant field to unbounded space," Proceedings of the ICA2004 Conference, pp. 937-940.
- (11) 서희선, 김양한, 2004, "다양한 경계 형상에 따른 구조-음향 연성계의 음향특성," 한국소음진동공학회지, 14권 8호, pp. 718-725.