

보와 셸로 구성된 회전 구조물의 다중 기준틀을 사용한 진동해석

Vibration Analysis of Rotating Structures Composed of Beams and Shells Employing Multi-Reference Frames

김정민*·유흥희**

Jung Min Kim, Hong Hee Yoo

Key Words : Reference Frame(기준틀), Rotating Structure(회전 구조물), Finite Element Method(유한요소법), Lumped Mass Model(집중질량모델), Geometric Stiffening Effect(기하학적 강성효과), Dynamic Equilibrium(동적 평형), Vibration Analysis(진동해석)

ABSTRACT

In this paper, a modeling method for the vibration analysis of rotating structures composed of beams and shells employing multi-reference frames is presented. The rotary inertia effect and the geometric stiffening effect that results from centrifugal inertia force are considered for beams and shells with lumped mass model. In most previous studies, single reference frame has been employed for the vibration analysis. In the present study, a modeling method employing multi-reference frames is presented, and the effects of employing multi-reference frames on the analysis accuracy are investigated through solving numerical examples.

기호설명

$()^i$: 구조물 i 의 물리량

N^i : 모드행렬

q_f^i : 모드좌표

Ω_s : 회전각속도

ω : 고유진동수

1. 서론

최근 인공위성 등 우주구조물에 대한 해석 및 설계의 필요성이 점점하면서 대변위 강체운동을 하는 구조물의 동적 해석에 관한 연구가 활발히 전개되고 있다. 그것은 어떤 구조물들의 경우는 실험을 통한 동적 특성 검증이 매우 제한적으로 이루어질 수밖에 없으며, 그 대상이 초 고가라는 점에 기인하고 있다. 예를 들어 인공위성은 회전운동과 같은 강체운동을 하는데 이 때 인공위성에 부착된 부 구조물도 강체운동을 하게 되어 이러한 구조물의 동적 반응을 정확히 파악할 필요가 발생한다. 구조물의 탄성변형 예측을 위한 모델링은 현재에도 고전적 선형 모델링이^(1, 2, 3) 가장 널리 쓰이고 있다. 이 모델링은 간명하며 시스템 자유도를 현격히 줄일 수 있다는 장점이 있다. 그러나

이 방법은 구조물이 회전운동과 같은 강체운동을 할 때에 발생하는 강성변화 현상을 모델링에 반영할 수 없다는 단점을 가지고 있다. 따라서 강체운동과 관련된 고전적 선형 모델링의 문제점을 극복하기 위한 여러 가지 모델링 방법들이^(4, 5, 6) 등장하였다. 그런데 이 방법들에서는 단일 기준틀을 사용하여서 진동특성을 구하는데 이와 같이 단일 기준틀을 사용하는 경우 단순한 형태의 구조물을 위한 진동 해석에는 정확도가 유지될 수 있으나 형상이 다양해질수록 해석 정확도에 문제가 발생하게 된다.

본 연구에서는 위에서 언급한 모델링 방법의 문제점을 극복하기 위해서 회전운동을 하는 보와 셸로 구성된 복합 구조물을 효과적으로 고려하기 위해 다중 기준틀을 사용하는 모델링 방법^(2, 3, 7, 12)을 제시했으며 기준틀이 진동해석결과의 정확도에 미치는 영향을 조사하였다. 제안된 방법은 우선 복잡성을 갖는 일반 구조물의 모델링을 위해 유한요소법을 기반으로 하는 모델링방법^(2, 3)을 채택하였다. 이때 구조물을 집중질량 모델로서 이산화 하는데 이것은 후에 운동방정식의 유도를 간명하게 하는 동시에 상용 유한요소 프로그램을 통해 쉽게 얻을 수 있는 질량 및 강성행렬과 모드행렬을 이용해 강체운동을 하는 탄성 구조물의 동적해석 및 진동해석을 가능케 한다. 또한 보와 셸의 경우 큰 변형에 의한 면내력이 굽힘 변형에 미치는 효과에 의해 나타나는 기하학적 강성효과를 모델링에 반영하였다. 수치해석 예제는 해석방법에 대한 일반성을 위해 3 차원 회전운동을 하는 보와

* 한양대학교 기계설계학과 대학원
E-mail : jmin209@hotmail.com
Tel : (02) 2290-8169, Fax : (02) 2293-5070

** 한양대학교 공과대학 기계공학부

셀로 구성된 구조물을 해석 대상으로 선정하였다.

2. 운동 방정식의 유도

본 연구에서는 복잡한 일반구조물의 모델링을 간단하게 할 수 있도록 유한요소법을 기반으로 하여 구조물을 집중질량 모델로 이산화하였다. 이산화된 구조물의 각 절점의 회전관성과 보와 셀의 기하학적 강성효과를 모델링에 반영하였다. 일반적인 구조물의 운동방정식은 가상일의 원리에 의하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta W_i = \delta W_s + \delta W_g + \delta W_e \quad (1)$$

여기서 δW_i , δW_s , δW_g , δW_e 는 각각 관성력, 탄성력, 기하학적 강성효과, 외력에 의한 가상일을 나타낸다.

2.1 관성력에 의한 가상일

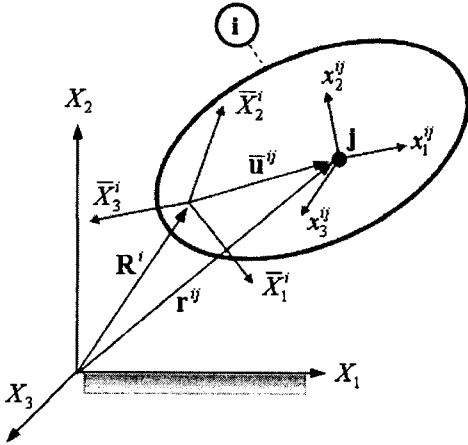


Fig. 1 Configuration of a structure undergoing rigid body motion and elastic deformation

식(1)에서 관성력에 의한 가상일을 얻기 위해 먼저 구조물 각 절점의 자세와 위치, 각속도와 속도, 각가속도와 가속도를 구해야 한다. Fig.1 에서와 같이 강체 및 탄성변형 운동을 하는 구조물 i 의 기준틀 $\bar{X}_1^i \bar{X}_2^i \bar{X}_3^i$ 의 자세행렬을 A^i 라고 하면 임의의 절점 j 의 자세행렬은 다음과 같다.

$$A^j = A^i C^j \quad (2)$$

여기서 C^j 는 절점 j 의 $\bar{X}_1^i \bar{X}_2^i \bar{X}_3^i$ 에 대한 선형화 된 자세행렬로서 다음과 같다.

$$C^j = \begin{bmatrix} 1 & -\phi_3 & \phi_2 \\ \phi_3 & 1 & -\phi_1 \\ -\phi_2 & \phi_1 & 1 \end{bmatrix}^j \quad (3)$$

여기서 $\phi_1^j, \phi_2^j, \phi_3^j$ 는 절점 j 의 $\bar{X}_1^i \bar{X}_2^i \bar{X}_3^i$ 에 대한 회전과 관계된 탄성변형을 나타내며 모드행렬 N^i 의 절점 j 의 회전변형과 관계된 부행렬 N_r^j 과 모드좌표 q_f^i 를 이용하여 다음과 같이 근사화 할 수 있다.

$$\phi^j = [\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3]^j T = N_r^j q_f^i \quad (4)$$

또한, 절점 j 의 위치는 병진변형과 관계된 부행렬 N_t^j 을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r^j = R^i + A^i \bar{u}^j = R^i + A^i (\bar{u}_0^j + N_t^j q_f^i) \quad (5)$$

여기서 R^i 는 $\bar{X}_1^i \bar{X}_2^i \bar{X}_3^i$ 원점의 위치벡터, \bar{u}^j , \bar{u}_0^j , $N_t^j q_f^i$ 는 $\bar{X}_1^i \bar{X}_2^i \bar{X}_3^i$ 에서 측정된 절점 j 의 변형후의 위치, 변형전의 위치, 병진변형을 각각 나타낸다. 각속도는 각속도 덧셈정리를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\omega^j = \omega^i + A^i G^j \phi^j \quad (6)$$

여기서 $G^j \phi^j$ 는 절점 j 의 $\bar{X}_1^i \bar{X}_2^i \bar{X}_3^i$ 에 대한 각속도이며 G^j 는 다음과 같이 정의된다.

$$G^j = \begin{bmatrix} \cos \phi_2 \cos \phi_3 & -\sin \phi_3 & 0 \\ \cos \phi_2 \sin \phi_3 & \cos \phi_3 & 0 \\ -\sin \phi_2 & 0 & 1 \end{bmatrix}^j \quad (7)$$

각속도는 다음과 같이 행렬형태로 간단하게 나타낼 수 있다.

$$\omega^j = L_r^j \dot{q}^i \quad (8)$$

여기서 \mathbf{L}_r^j 와 $\dot{\mathbf{q}}^i$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{L}_r^j = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{A}^i & \mathbf{A}^i \mathbf{G}^{jj} \mathbf{N}_r^{jj} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\dot{\mathbf{q}}^i = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{R}}^{iT} & \bar{\boldsymbol{\omega}}^{iT} & \dot{\mathbf{q}}_f^{iT} \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

여기서 $\bar{\boldsymbol{\omega}}^i$ 는 $\bar{X}_1^i \bar{X}_2^i \bar{X}_3^i$ 각속도의 $\bar{X}_1^i \bar{X}_2^i \bar{X}_3^i$ 에 대한 측정치이다. 속도는 위치를 시간에 대해 미분하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{r}}^{jj} = \mathbf{L}_r^j \dot{\mathbf{q}}^i \quad (11)$$

여기서 \mathbf{L}_r^j 는 다음과 같다.

$$\mathbf{L}_r^j = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{A}^i \tilde{\mathbf{u}}^{jj} & \mathbf{A}^i \mathbf{N}_r^{jj} \end{bmatrix} \quad (12)$$

각가속도와 가속도는 각속도와 속도를 시간에 대해 미분하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\boldsymbol{\omega}}^{jj} = \mathbf{L}_r^j \ddot{\mathbf{q}}^i + \dot{\mathbf{L}}_r^j \dot{\mathbf{q}}^i \quad (13)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}^{jj} = \mathbf{L}_r^j \ddot{\mathbf{q}}^i + \dot{\mathbf{L}}_r^j \dot{\mathbf{q}}^i \quad (14)$$

또한, 가상일을 구하기 위해서는 가상회전과 가상변위가 필요하다. 가상회전, 가상변위는 각속도, 속도와 유사하게 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta \boldsymbol{\pi}^{jj} = \mathbf{L}_r^j \delta \mathbf{q}^i \quad \delta \mathbf{r}^{jj} = \mathbf{L}_r^j \delta \mathbf{q}^i \quad (15)$$

여기서, $\delta \mathbf{q}^i$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\delta \mathbf{q}^i = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}^{iT} & \delta \bar{\boldsymbol{\pi}}^{iT} & \delta \mathbf{q}_f^{iT} \end{bmatrix}^T \quad (16)$$

구조물이 n_j 개의 절점으로 이루어져 있다면 관성력에 의한 가상일은 다음과 같다.

$$\delta W_i^i = \sum_{j=1}^{n_j} \left[\delta \mathbf{r}^{jjT} m^{jj} \dot{\mathbf{r}}^{jj} + \delta \boldsymbol{\pi}^{jjT} \left(\mathbf{J}^{jj} \dot{\boldsymbol{\omega}}^{jj} + \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{jj} \mathbf{J}^{jj} \boldsymbol{\omega}^{jj} \right) \right] \quad (17)$$

여기에서 m^{jj} 와 \mathbf{J}^{jj} 는 절점 j 의 질량과 관성행렬을 나타내고 유한요소법의 집중 질량행렬로부터 구할 수 있다. 식(17)에 앞서 구해진 각속도, 각

가속도와 가속도, 가상회전과 가상변위를 이용하면 다음과 같다.

$$\delta W_i^i = \delta \mathbf{q}^{iT} \left(\mathbf{M}^i \dot{\mathbf{q}}^i - \mathbf{Q}_v^i \right) \quad (18)$$

여기서 \mathbf{M}^i 와 \mathbf{Q}_v^i 는 다음과 같이 정의되는 구조물 i 의 질량행렬과 원심력 및 코리올리 가속도에 의한 일반력이다.

$$\mathbf{M}^i = \sum_{j=1}^{n_j} \left(m^{jj} \mathbf{L}_r^{jT} \mathbf{L}_r^j + \mathbf{L}_r^{jT} \mathbf{J}^{jj} \mathbf{L}_r^j \right) \quad (19)$$

$$\mathbf{Q}_v^i = - \sum_{j=1}^{n_j} \left[m^{jj} \mathbf{L}_r^{jT} \dot{\mathbf{L}}_r^j \dot{\mathbf{q}}^i + \mathbf{L}_r^{jT} \left(\mathbf{J}^{jj} \dot{\mathbf{L}}_r^j \dot{\mathbf{q}}^i + \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{jj} \mathbf{J}^{jj} \boldsymbol{\omega}^{jj} \right) \right] \quad (20)$$

2.2 탄성력에 의한 가상일

구조물 i 의 탄성력에 의한 가상일은 유한요소법에서와 동일하게 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta W_s^i = - \delta \bar{\mathbf{u}}_f^{iT} \mathbf{K}_{ff}^i \bar{\mathbf{u}}_f^i \quad (21)$$

여기서 $\bar{\mathbf{u}}_f^i$ 와 \mathbf{K}_{ff}^i 는 각각 구조물 i 의 절점 탄성변위와 강성행렬이다. 절점 탄성변위는 모드행렬을 이용하여 다음과 근사화할 수 있다.

$$\bar{\mathbf{u}}_f^i = \mathbf{N}^i \mathbf{q}_f^i \quad (22)$$

이를 이용하면 탄성력에 의한 가상일은 다음과 같다.

$$\delta W_s^i = - \delta \mathbf{q}_f^{iT} \left(\mathbf{N}^{iT} \mathbf{K}_{ff}^i \mathbf{N}^i \right) \mathbf{q}_f^i = \delta \mathbf{q}^{iT} \mathbf{Q}_s^i \quad (23)$$

여기서, \mathbf{Q}_s^i 는 탄성력에 의한 일반력이며 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{Q}_s^i = \begin{bmatrix} \mathbf{0}^T & \mathbf{0}^T & - \left(\mathbf{N}^{iT} \mathbf{K}_{ff}^i \mathbf{N}^i \mathbf{q}_f^i \right)^T \end{bmatrix}^T \quad (24)$$

2.3 기하학적 강성효과에 의한 가상일

보와 쉘의 경우 큰 변형에 의한 기하학적 강성 효과는 면내력이 굽힘변형에 미치는 영향에 의해 나타난다. 먼저 하나의 보요소에 대하여 기하학적

강성효과에 의한 가상일은 다음과 같다.⁽⁹⁾

$$\delta W_g^{ij} = - \left\{ \int_0^l P [\delta u_{2,x} u_{2,x} + \delta u_{3,x} u_{3,x}] dx \right\}^{ij} \quad (25)$$

여기서, P 와 l , u_2 와 u_3 는 보요소의 축방향 힘과 길이, 처짐을 각각 나타낸다. 보요소의 형상함수를 사용하면 처짐 u_2 , u_3 는 다음과 같이 근사화할 수 있다.

$$u_2 = S_2^j e^{ij} \quad u_3 = S_3^j e^{ij} \quad (26)$$

여기서, S_2^j , S_3^j 는 각각 u_2 , u_3 와 관계된 형상함수를 e^{ij} 는 요소의 절점 탄성변위를 나타낸다. 식(26)을 식(25)에 적용하면 가상일은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta W_g^{ij} = -\delta c^{ijT} \mathbf{K}_g^j e^{ij} \quad (27)$$

여기서 \mathbf{K}_g^j 는 요소 기하강성행렬로써 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{K}_g^j = \left[P \int_0^l (S_{2,x}^T S_{2,x} + S_{3,x}^T S_{3,x}) dx \right]^{ij} \quad (28)$$

셀의 경우 기하학적 강성효과에 의한 가상일은 다음과 같다.⁽⁹⁾

$$\delta W_g^{ij} = - \left\{ \int_A \delta \begin{bmatrix} u_{3,x} \\ u_{3,y} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} N_x & N_{xy} \\ N_{xy} & N_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{3,x} \\ u_{3,y} \end{bmatrix} dA \right\}^{ij} \quad (29)$$

위 식에서 N_x, N_{xy}, N_y 는 셀요소의 단위 길이당 면내력, u_3 는 횡방향 처짐, A 는 면적을 각각 나타낸다. 보와 유사하게 셀의 횡방향 처짐에 대한 형상함수 S_3 를 사용하면 셀요소에 대한 기하학적 강성효과에 의한 가상일은 식(27)과 같이 나타낼 수 있으며 셀요소 기하강성행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{K}_g^{ij} = \left\{ \int_A \begin{bmatrix} S_{3,x} \\ S_{x,y} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} N_x & N_{xy} \\ N_{xy} & N_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{3,x} \\ S_{x,y} \end{bmatrix} dA \right\}^{ij} \quad (30)$$

이렇게 해서 구해진 요소 기하강성행렬을 조합하면 구조물 전체의 기하학적 강성효과에 의한 가상일은 앞서 소개된 탄성력에 의한 가상일과 유사하게 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta W_g^i = -\delta \mathbf{q}_f^{iT} (\mathbf{N}^{iT} \mathbf{K}_g^i \mathbf{N}^i) \mathbf{q}_f^i = \delta \mathbf{q}^{iT} \mathbf{Q}_g^i \quad (31)$$

위 식에서 \mathbf{K}_g^i 는 조합된 구조물 i 의 기하강성행렬이며 \mathbf{Q}_g^i 는 기하학적 강성효과에 의한 일반력으로 다음과 같다.

$$\mathbf{Q}_g^i = \left[\mathbf{0}^T \quad \mathbf{0}^T \quad -(\mathbf{N}^{iT} \mathbf{K}_g^i \mathbf{N}^i \mathbf{q}_f^i)^T \right]^T \quad (32)$$

2.4 운동방정식

시스템이 nb 개의 구조물로 구성되어 있다면 운동방정식은 앞서 구해진 가상일들과 식(1)을 사용하여 다음과 같이 표현된다.

$$\sum_{i=1}^{nb} \delta \mathbf{q}^{iT} (\mathbf{M}^i \ddot{\mathbf{q}}^i - \mathbf{Q}_v^i - \mathbf{Q}_s^i - \mathbf{Q}_g^i) = 0 \quad (33)$$

본 연구에서는 진동해석을 위해 위 식에서 외력에 의한 가상일은 제외시켰다. 또한 위 식에서 $\delta \mathbf{q}^i$ 는 기하학적 구속조건을 만족하는 가상변위이다. 식(33)은 시스템의 독립좌표(모드좌표)와 종속좌표 모두로 구성되어 있다. 진동해석을 위해서는 운동방정식을 독립좌표만으로 표현해야 하는데 본 연구에서는 이를 위해 순환공식(Recursive formulation)을 사용하였다. 두 구조물이 한 절점 j^* 에서 접합되어 있다면 순환공식에 의해 구조물 i 에 인접한 구조물 $(i+1)$ 의 자세와 위치, 각속도와 속도, 각가속도와 가속도는 식(2), (5), (8), (11), (13), (14)를 이용하여 구할 수 있다. 또한 두 구조물의 가상변위 사이에 다음과 같은 관계가 있음을 쉽게 유도할 수 있다.

$$\delta \mathbf{Z}^{(i+1)} = \mathbf{B}_1^{i(i+1)} \delta \mathbf{Z}^i + \mathbf{B}_2^{i(i+1)} \delta \mathbf{q}_f^i \quad (34)$$

여기에서,

$$\delta \mathbf{Z}^i = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{R}^{iT} \\ \delta \tilde{\boldsymbol{\pi}}^{iT} \end{bmatrix}^T \quad (35)$$

$$\mathbf{B}_1^{i(i+1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{A}^i \tilde{\mathbf{u}}^{\dot{y}^*} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}^{\dot{y}^*T} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_2^{i(i+1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^i \mathbf{N}_i^{\dot{y}^*} \\ \mathbf{C}^{\dot{y}^*T} \mathbf{G}^{\dot{y}^*} \mathbf{N}_r^{\dot{y}^*} \end{bmatrix} \quad (36)$$

표현의 간명성을 위해 다음 관계를 정의한다.

$$\mathbf{M}^i \ddot{\mathbf{q}}^i - \mathbf{Q}_v^i - \mathbf{Q}_s^i - \mathbf{Q}_g^i = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_r^i \\ \mathbf{P}_f^i \end{bmatrix} \quad (37)$$

여기서 \mathbf{P}_r^i 는 기준틀 $\bar{X}_1^i \bar{X}_2^i \bar{X}_3^i$ 의 위치와 자세, \mathbf{P}_f^i 는 구조물 i 의 탄성변위와 관계된 부행렬을 의미한다. 이를 이용하고 식(34)를 식(33)에 적용하면 독립좌표만으로 구성된 운동방정식을 다음과 같이 순환적으로 구성할 수 있다.

$$\psi^{nb} = \mathbf{P}_f^{nb} \quad \mathbf{P}_r^{nb*} = \mathbf{P}_r^{nb}$$

Do $i = nb-1, 1$

$$\mathbf{P}_r^{i*} = \mathbf{P}_r^i + \mathbf{B}_1^{i(i+1)T} \mathbf{P}_r^{(i+1)*} \quad (38)$$

$$\psi^i = \mathbf{P}_f^i + \mathbf{B}_2^{i(i+1)T} \mathbf{P}_r^{(i+1)*}$$

End Do

여기서, ψ^i 가 독립좌표만으로 구성된 운동방정식을 나타낸다.

3. 진동 방정식의 유도

진동방정식은 운동방정식을 동적 평형위치에서 선형화하여 유도할 수 있다. 먼저 운동방정식에 동적 평형위치에서 모드좌표가 일정하다는 조건 ($\dot{\mathbf{q}}_f^i = \ddot{\mathbf{q}}_f^i = \mathbf{0}$)을 적용하면 동적 평형위치 \mathbf{q}_f^* 를 구할 수 있고 운동방정식을 이 위치에서 선형화하면 진동방정식을 얻을 수 있다. 먼저 운동방정식은 식(38)로부터 유도되어 다음과 같은 형태를 가진다.

$$\psi = \begin{bmatrix} \psi^1T & \psi^2T & \dots & \psi^{nbT} \end{bmatrix}^T \quad (39)$$

이 운동방정식을 이용하여 동적 평형위치를 구하고 이 위치에서 운동방정식을 선형화하면 다음과 같은 진동방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M}^* \delta \ddot{\mathbf{q}}_f + \mathbf{K}^* \delta \mathbf{q}_f = \mathbf{0} \quad (40)$$

위 식에서 \mathbf{M}^* 와 \mathbf{K}^* 는 동적 평형위치에서의 질량행렬과 강성행렬을 나타내며 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{M}^* = \left. \frac{\partial \psi}{\partial \ddot{\mathbf{q}}_f} \right|_{\mathbf{q}_f = \mathbf{q}_f^*} \quad \mathbf{K}^* = \left. \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{q}_f} \right|_{\mathbf{q}_f = \mathbf{q}_f^*} \quad (41)$$

4. 수치 해석 및 결과

앞서 유도된 진동방정식을 사용하여 수치해석을 수행하였다. Fig.2 는 수치해석에 사용된 일정각속도 Ω_s 로 회전하는 보와 셸로 구성된 구조물을 나타내며 Table 1 은 해석에 사용된 구조물의 제원을 나타낸다. 수치해석 시 25 개의 보요소와 48 개의 셸요소를 사용하였고 보와 셸의 연결을 위한 절점 당 6 자유도를 갖는 셸요소를 사용하였다.

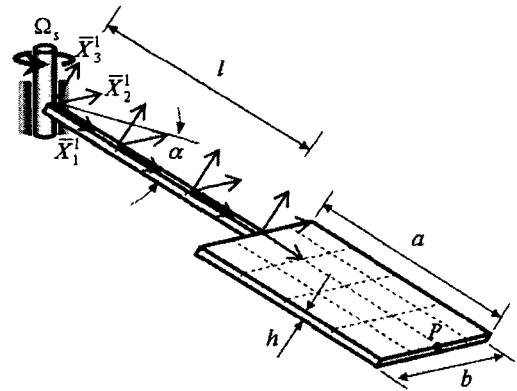


Fig. 2 Configuration of rotating structure composed of beams and shells

Table 1 Properties of the structure

	E	ρ	ν	I	A	l
Beam	(N/m ²)	(kg/m)		(m ⁴)	(m ²)	(m)
	7×10^{10}	1.5	0.28	2×10^{-7}	8×10^{-6}	5
Shell	E	ρ	ν	a	b	h
	(N/m ²)	(kg/m ²)		(m)	(m)	(m)
	7×10^{10}	1.5	0.3	1	0.8	0.01

또한 기준틀이 진동해석 결과의 정확도에 미치는 영향을 조사하기 위해 단일 기준틀과 다중 기준틀을 사용한 경우의 결과를 서로 비교하였다. 단일 기준틀을 사용한 경우는 보의 끝단에 1 개의 기준틀, 다중 기준틀을 사용한 경우는 보에 5 개, 셀에 1 개, 총 6 개의 기준틀을 사용하였다.

4.1 동적 평형위치

Fig.3 은 구조물의 편심도인 α 가 15° 와 30° 인 경우 셀의 자유단 P 점의 회전각속도 변화에 따른 $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3$ 에서 측정된 동적 평형위치(횡방향 변위)를 나타내고 있다. 참고문헌(12)에서 회전 구조물의 편심도와 회전각속도가 증가할수록 다중 기준틀을 사용한 경우가 단일 기준틀을 사용한 경우보다 더 정확한 동적 평형위치 결과를 제공한다는 사실을 알 수 있다. 이러한 사실로 미루어 Fig.3 의 동적 평형 위치도 다중 기준틀을 사용한 경우가 단일 기준틀을 사용한 경우에 비해 더 정확한 결과이다. 그런데 진동방정식은 운동방정식을 동적 평형위치에서 선형화하여 얻으므로 진동 해석결과도 동적 평형위치가 더 정확한 다중 기준틀을 사용한 경우가 단일 기준틀을 사용한 경우에 비해 더 정확한 것은 명백하다.

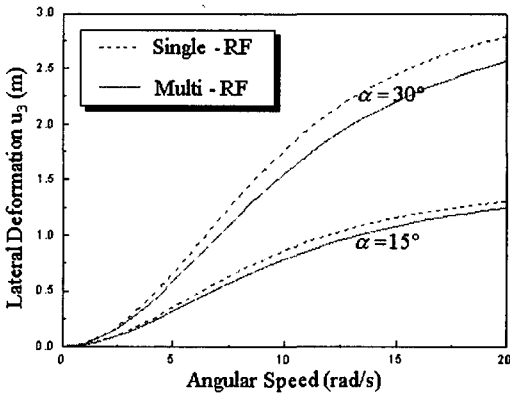


Fig. 3 Lateral deformation at P

4.2 고유진동수

Fig. 4, 5, 6 은 구조물의 편심도인 α 가 0° , 15° , 30° 인 경우의 회전각속도 변화에 따른 구조물의 첫 번째와 두 번째 고유진동수 변화를 나타내고 있다. Fig. 4, 5 에서 구조물의 회전각속도가 증가할수록 고유진동수가 증가하는 강성효과가 나타남을 볼 수 있다. 그런데 편심도가 큰 ($\alpha = 30^\circ$) Fig. 6 에서 첫 번째 고유진동수는 회전각속도가 증가함

에 따라 어느 정도 감소했다가 다시 증가하는 경향을 보이고 있다.

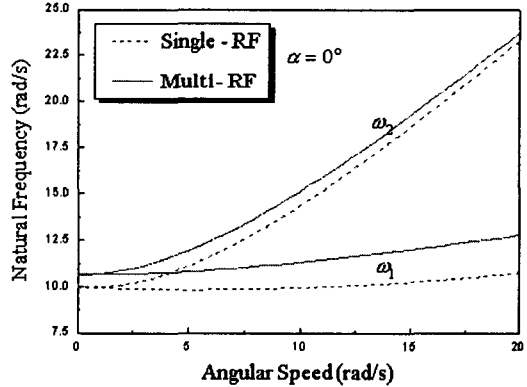


Fig. 4 Two lowest natural frequencies when $\alpha = 0^\circ$

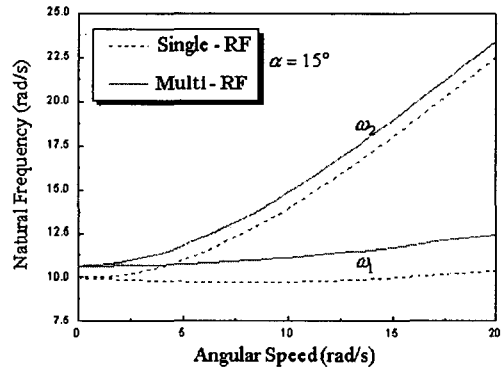


Fig. 5 Two lowest natural frequencies when $\alpha = 15^\circ$

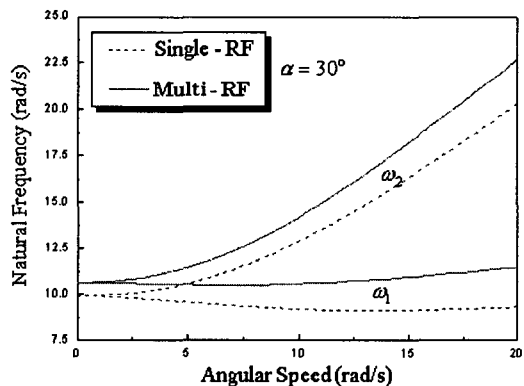


Fig. 6 Two lowest natural frequencies when $\alpha = 30^\circ$

세 그래프에서 공통적으로 첫 번째 고유진동수는 구조물의 편심도와는 관계없이 회전각속도가 증가할수록 단일 기준틀과 다중 기준틀을 사용한 결과들의 차이가 커진다. 두 번째 고유진동수의 경우

는 구조물의 편심도인 α 와 회전각속도가 동시에 증가할수록 단일 기준틀과 다중 기준틀을 사용하는 고유진동수 차이가 커진다. 그런데 앞 절에서 동적 평형위치가 다중 기준틀을 사용한 경우가 정확했으므로 진동해석 결과도 다중 기준틀을 사용한 경우가 더 정확하다. 따라서 단일 기준틀을 사용한 모델링 방법은 구조물의 편심도와 회전각속도가 증가할수록 즉 큰 변형이 일어날 경우 해석결과가 부정확해짐을 알 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 기존 모델링 방법의 단점들을 극복하기 위하여 보와 쉘로 구성된 복합 구조물의 회전운동에 의한 강성변화효과를 고려할 수 있는 다중 기준틀을 사용한 모델링 방법과 진동해석 방법을 제시하였다. 단일 기준틀과 다중 기준틀을 사용한 진동해석 결과 비교를 통해 기준틀의 선정이 진동해석 결과에 미치는 영향을 조사하였으며 그 결과 구조시스템의 편심도와 회전각속도가 증가할수록(큰 변형이 일어날수록) 두 결과는 큰 차이를 보여주었으며 다중 기준틀을 사용하는 방법이 단일 기준틀을 사용한 방법에 비해 더 정확한 진동해석 결과를 나타냄을 규명하였다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적 설계 신기술 연구센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- (1) Ho, J., 1977, "Direct Path Method for Flexible Multibody Spacecraft Dynamics", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 14, pp. 102~110.
- (2) Ahmed A., Shabana, 1986, "Dynamics of Inertia Variant Flexible Systems Using Experimentally Identified Parameters", *Journal of Mechanism, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 108, pp. 358~366.
- (3) A., Shabana, R.A., Wehage, 1982, "Variable Degree of Freedom Component Mode Analysis of Inertia Variant Flexible Mechanical Systems", *Journal of Mechanical Design*, No. 82-DET-93, pp. 1~8.
- (4) Kane, T., Ryan, R., and Banerjee, A., 1987, "Dynamics of Cantilever Beam Attached to a Moving Base", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 10, pp. 139~151.
- (5) Yoo, H., Ryan, R., Scott, R., 1995, "Dynamics of Flexible Beams Undergoing Overall Motions", *Journal of Sound and Vibration*, 181(2), pp.261~278
- (6) Christensen, E., and Lee, S., 1986, "Nonlinear Finite Element Modeling of the Dynamics of Unrestrained Flexible Structures", *Computer and Structures*, 23, pp. 819~829.
- (7) Eung-Min Park, Hong-Hee Yoo, 1997, "Dynamic Analysis of Multi-Beam Structures Considering Stiffening Effects Induced By Large Overall Rigid Body Motion", *Korean Society for Aeronautical and Space Science*, Vol. 26, No.2, pp. 40~46.
- (8) Ahmed A., Shabana, 1988, *Dynamics of Multibody Systems*, John Wiley & Sons. Inc.
- (9) L., Meirovitch, 1967, *Analytical method in vibration*, Macmillan Company.
- (10) Dong Hwan Choi, Jung Hun Park, and Hong Hee Yoo, 2003, "Modal Analysis of Constrained Multibody Systems Undergoing Rotational Motion", *Journal of Sound and Vibration*.
- (11) Robert D. Cook, David S. Malkus, Michael E. Plesha, Robert J. Witt, *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, 4th Edition, John Wiley & Sons. Inc.
- (12) Jung Min Kim, Hong Hee Yoo, 2004, "Vibration Analysis of Rotating Structures Employing Multi-Reference Frames", *Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference*, pp. 814~819.