

유연 매체의 동적 안정성 해석

Dynamic Stability Analysis of Flexible Media

지 중근* · 홍 성권** · 장 용훈*** · 박 노철**** · 박 영필*****

Jung-Geun Jee, Sung-Kwon Hong, Yong-Hoon Jang, No-Cheol Park and Young-Pil Park

Key Words : Stick, Forward Slip, Backward Slip, Separation.

ABSTRACT

The media transport systems, such as printers, copiers, facsimile, ATMs, cameras, etc., have been widely used and being developed rapidly. In the development of those systems, the media feeding mechanism is an important key technology for the design and development of the media transport systems. In this paper, a multi-degree of freedom sheet model with dynamic contact conditions is presented to understand the mechanism of sticking and jamming. A sheet is modelled as a cantilever beam and the feeding velocity is assumed to be constant. The relation between the feeding velocity and the coefficient of friction for guaranteeing stable feeding is presented. Simulations are performed for a horizontal linear guide and a oblique linear guide, calculating the contact force and contact states of mass points.

1. 서 론

프린터, 복사기, 팩시밀리, ATM 등 유연 매체를 사용하는 다양한 사무자동화 기기들이 널리 보급되어 있으며, 고속화 정밀화 추세를 보이고 있다. 이러한 기기에서 피딩(feeding) 시스템은 중요한 역할을 담당하고 있으며, 반송 시에 발생할 수 있는 체류와 잼의 예측은 피딩 기구를 설계하는데 있어서 중요한 인자라 할 수 있다. Sheet의 보다 정확한 거동해석을 수행하기 위해서는 보다 실제적인 접촉특성을 고려한 정확한 모델을 필요로 한다. 기존의 sheet 모델은 sheet를 질점과 스프링으로 이산화하거나 비선형 탄성이론에 의해서 타원적분(elliptic integral)을 수행하여 거동을 예측하며, 질점의 좌표를 r, θ 좌표계를 사용하여 나타냈었고, 접촉력을 구하기 위해서는 반복

적인 방법으로 근사적인 반력 값을 구해야 한다는 단점이 있다. 본 논문에서는 Klarbring 모델을 이용하여 다자유도계의 sheet 모델에 적용하였으며, 선단부에서의 체류와 잼을 예측할 수 있는 방법을 제안하였다. Sheet를 외팔보로 가정하고 일정한 속도로 피딩 된다고 가정하였다. 여기서는 질점의 좌표를 x, y, ϕ 로 나타내었으며, 접촉이 일어나는 부분에서의 정확한 반력 값을 구하고 각 질점에서의 접촉 상태를 stick, forward slip, backward slip 그리고 separation으로 구분하였다.

2. 시스템 모델링

2.1 Klarbring 모델

본 논문에서 적용한 Klarbring 모델을 Fig. 2.1에 나타내었다. 강체 M 이 일반화된 스프링에 의해서 지지되고 있으며, x 방향과 y 방향의 변위를 각각 u_1, u_2 로 나타내었고, 접촉면에서의 마찰계수를 f , x 방향과 y 방향의 반력을 각각 R_1, R_2 로 나타내었다. x 방향과 y 방향의 외력인 F_1 과 F_2 를 시간에 따라서 단조 증가하도록 $F_1 = C_1 t, F_2 = C_2 t$ 로 설정하였다. Klarbring 모델에 대한 지배방정식은 식 2.1과 2.2와 같다.

* 연세대학교 기계공학과
E-mail : jj7315@hanmail.net
Tel : (02) 2123-4677, Fax : (02) 353-8460

** 연세대학교 기계공학과

*** 연세대학교 기계공학과 조교수

**** 연세대학교 정보저장협동과정 조교수

***** 연세대학교 기계공학과 정교수

$$C_1 \dot{t} + R_1 - k_{11} u_1 - k_{12} u_2 = M \ddot{u}_1 \quad (2.1)$$

$$C_2 + R_2 - k_{21} u_1 - k_{22} u_2 = M \ddot{u}_2 \quad (2.2)$$

4가지 접촉 현상에 따라 위의 지배방정식은 변형된다. 우선 Stick일 경우, 조건은 위 식에서 $u_2 = 0$,

$\dot{u}_1 = \dot{u}_2 = \ddot{u}_1 = \ddot{u}_2 = 0$ 이 되며 다음과 같은 조건이 얻어진다.

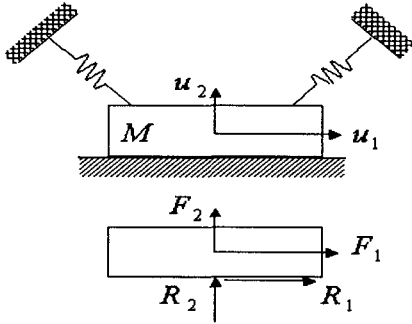


Fig. 2.1 Klarbring's model

$$C_2 < 0, |C_1| < -fC_2 \quad (2.3)$$

Forward slip일 경우는 $u_2 = \dot{u}_2 = \ddot{u}_2 = 0$ 가 되며, $\dot{u}_1 > 0, R_2 > 0$ 이 만족하기 위한 조건은 다음과 같다.

$$-C_1 < fC_2 < 0 \quad (2.11)$$

Backward slip의 경우, forward slip에서 마찰력을 반대로 고려하여 정리하면 조건은 식 (2.12)와 같다.

$$C_1 < fC_2 < 0 \quad (2.12)$$

Separation의 경우, 반력 R_1, R_2 는 0이 되며, $u_2 > 0$ 를 만족하여야 하므로 다음의 조건식을 얻을 수 있다.

$$C_2 > 0 \quad (2.13)$$

각각 4가지의 접촉 상태에 대한 조건식들을 C_1 을 x 축으로 하고 C_2 를 y 축으로 하여 도표로 나타내면 Fig. 2.2와 같다. 이 그림에서 알 수 있듯이 마찰계수의 크기와 하중을 가하는 형태에 따라서 접촉 현상이 크게 달라짐을 알 수 있다.

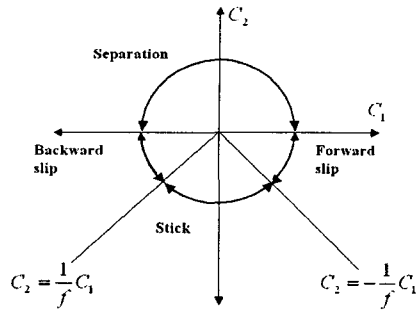


Fig. 2.2 Dynamic diagram

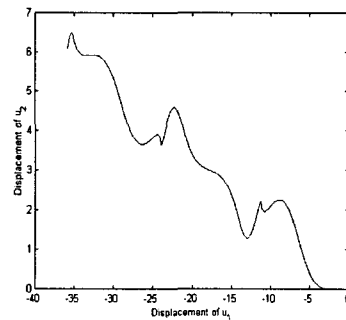


Fig. 2.3 Dynamic response from backward slip to separation

Fig. 2.3은 $M=1, k_{11}=k_{12}=k_{13}=1, k_{22}=2$ 인 시스템에 대해서 $C_1 = -1.0, C_2 = -0.8, f = 0.25$ 로 하여 30초까지 시뮬레이션한 그림으로 Fig. 2.2에서 예측한 것과 같이 초기에 backward slip 현상을 보이고 있다.

2.2 유연 매체 모델

Fig. 2.4는 본 논문에서 사용한 sheet의 모델을 나타내고 있다. x 방향의 강성을 k_x , y 방향의 강성을 k_y , 굽힘강성을 k_r 로 나타내었다.

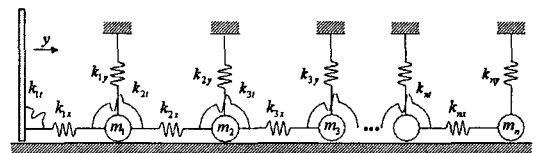


Fig. 2.4 Discretized sheet model

위 모델에서 k_x, k_y, k_r 는 각각 다음의 식으로 정의된다.

$$\frac{F_x}{x} = k_x = \frac{EA}{L} \quad (2.14)$$

$$\frac{F_y}{y} = k_y = \frac{12EI}{L^3} \quad (2.15)$$

$$\frac{M_\phi}{\phi} = k_\phi = \frac{EI}{L} \quad (2.16)$$

여기서 j 번째 질점의 국부좌표를

$$\{x\}_j = \begin{Bmatrix} x_j \\ y_j \\ \phi_j \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

로 나타내면 식(2.18)과 같은 관계를 얻을수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \delta x' \\ \delta y' \\ \delta \phi' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta x \\ \delta y \\ \delta \phi \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\{\delta x'\} = [A_1]^T \{\delta x\} \quad (2.19)$$

전체 좌표계에서의 힘은 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\begin{Bmatrix} {}^{jk}F_x \\ {}^{jk}F_y \\ {}^{jk}M_\phi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos({}^{jk}\phi) & \sin({}^{jk}\phi) & 0 \\ -\sin({}^{jk}\phi) & \cos({}^{jk}\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x^{jk} & 0 & 0 \\ 0 & k_y^{jk} & 0 \\ 0 & 0 & k_\phi^{jk} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$$\begin{bmatrix} \cos({}^{jk}\phi) & -\sin({}^{jk}\phi) & 0 \\ \sin({}^{jk}\phi) & \cos({}^{jk}\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta x_{jk}' - \delta x_{kj}' \\ \delta y_{jk}' - \delta y_{kj}' \\ \delta \phi_j - \delta \phi_k \end{Bmatrix}$$

이를 다시 정리하면

$$\begin{aligned} {}^{jk}\{F\} &= -[A_1]_{jk} [k] {}^{jk}[A_1]^T (\{\delta x_{jk}'\} - \{\delta x_{kj}'\}) \\ &= -[K_e]_{jk} (\{\delta x_{jk}'\} - \{\delta x_{kj}'\}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

같이 정리된다.

전체 좌표계에서의 힘은 국부좌표계의 힘과 다음의 관계가 있다.

$$\begin{Bmatrix} F_{x_n} \\ F_{y_n} \\ M_{\theta_n} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -r_{jk} \sin \phi_{0_n} & r_{jk} \cos \phi_{0_n} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{x_j} \\ F_{y_j} \\ M_{\phi_j} \end{Bmatrix} \quad (2.22)$$

식(2.21)와 식(2.22)로부터

$$\begin{aligned} \{F_j\} &= \sum_{k=1}^j \{F_{jk}\} \\ &= + \sum_{k=1}^j \{ -[A_{31}]_n [K_e]_{jk} [A_3]^T_{jk} \{\delta x\}_j \\ &\quad + [A_{31}]_n [K_e]_{jk} [A_3]^T_{kj} \{\delta x\}_k \} \end{aligned} \quad (2.23)$$

와 같은 식을 얻을 수 있다.

여기서 j 번째 질점의 관성령은

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_j \\ \ddot{y}_j \\ \ddot{\phi}_j \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} m_j & 0 & 0 \\ 0 & m_j & 0 \\ 0 & 0 & I_j \end{bmatrix} = [M]_j = \{\ddot{x}\}_j \quad (2.24)$$

와 같이 나타낼 수 있고, 지배방정식이

$$[M]_j \{\ddot{x}\}_j + \sum_{k=1}^j \{ [A_{31}]_n [K_e]_{jk} [A_3]^T_{jk} \{\dot{x}\}_j - [A_{31}]_n [K_e]_{jk} [A_3]^T_{kj} \{\dot{x}\}_k \} = \{F\}_j \quad (2.25)$$

와 같이 나타내진다.

위 식을 다시 정리하면 지배방정식은 식(2.26)과 같다.

$$[M]_j \{\ddot{x}\}_j + \sum_{k=1}^j \{ [A_{41}]_n \{\dot{x}\}_j - [A_{51}]_n \{\dot{x}\}_k \} = \{F\}_j \quad (2.26)$$

위 식을 매트릭스 형태로 나타내면

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & M_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \vdots \\ \ddot{x}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -[A_4]_{11} & -[A_5]_{12} & \dots & -[A_5]_{1,n} \\ -[A_5]_{21} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & -[A_5]_{n-1,n} \\ -[A_5]_{n,1} & \dots & -[A_5]_{n,n-1} & [A_4]_{n,n} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix} \quad (2.27)$$

이 된다.

3. 시뮬레이션

후단부가 고정된 상태에서 일정한 속도로 진행하는 sheet 모델에 대해서 수평가이드 상에서 피딩될 때와 수평가이드에서 경사가이드로 이동하는 경우에 대해서 각각 시뮬레이션을 수행하였다.

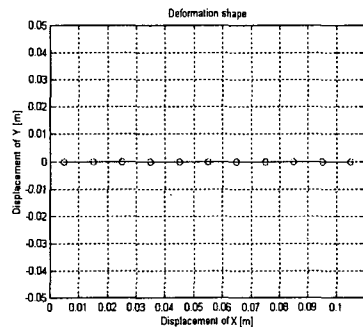


Fig. 3.1 Simulation result for horizontal linear guide

Fig. 3.1는 100 mm의 sheet에 대해서 $y = 0.01$ t로 0.5 sec 동안 10^{-6} sec 간격으로 시뮬레이션한 결과로 단위 시간마다의 접촉 상태와 접촉점에서의 반력을 확인할 수 있다.

Fig. 3.2는 Fig. 3.1과 같은 조건으로 feeding 될 때 10°의 경사를 갖는 직선 가이드를 타고 올라갈 때를 시뮬레이션한 결과를 나타내고 있다.

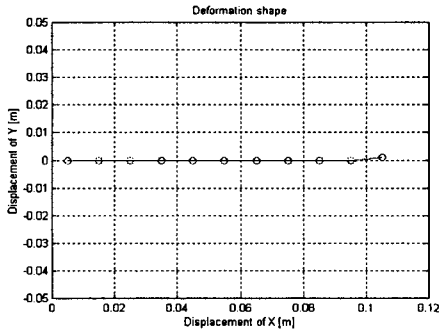


Fig. 3.2 Simulation result for oblique linear guide

4. 고찰

시뮬레이션 결과 직선가이드에서는 예상대로 forward slip만이 발생함을 확인할 수 있었지만 경사가이드를 타고 올라가는 경우에는 발산하여 좋은 결과를 얻지 못했다. 그 이유는 K matrix가 ϕ 의 함수이며 변형이 일어나게 되면 새로운 K matrix를 정의해 주어야 하는데 여기서는 전 time step의 K matrix를 이용하기 때문에 발산하는 것으로 풀이된다. 다음 time step에서 전 time step의 K matrix를 사용하기 위해서는 time step을 10^{-6} sec보다도 더 작게 잡아야 할 것으로 예상된다.

5. 결론

본 논문에서는 Klarbring model을 sheet에 적용하여 피딩 시에 선단부의 체류와 짐을 예측할 수 있는 방법을 제안하였다. 수평면 가이드에서는 어떠한 마찰계수를 갖는 면이라도 체류나 짐은 일어나지 않았고 경사각을 갖는 면에서는 발산하여 결과를 얻지 못했다. Klarbring 모델을 적용하기 위해서는 변형이 발생하여 K matrix가 시간에 따라서 변할 때 K matrix 값을 정확히 구할 수 있는 방법을 모색해야 할 것이다.

후 기

본 연구는 산업자원부 부품소재 개발사업단의 “환류식 지폐 입출금 장치 개발”(10012150) 과제를 맡은 (주)노틸

러스효성의 위탁과제인 “유연 매체의 거동 해석 및 제어”를 수행하면서 얻어진 결과이며, 이에 관계자 여러분께 감사 드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Kazushi Yoshida and Masataka Kawauchi, 1992, "The Analysis of Deformation and Behavior of Flexible Materials(1st Report, Study of Spring-mass Beam Model of the Sheet)" 일본기계학회논문집 A편 58권 552호, pp. 1474~1480.
- (2) Kazushi Yoshida, 1994, "The Analysis of Deformation and Behavior of Flexible Materials(2nd Report, Static Analysis for Deformation of the Sheet in the Space Formed by Guide Plates)", 일본기계학회논문집 A편 60권 570호, pp. 501~506.
- (3) Kazushi Yoshida and Kyohei Kondo, 1996, "The Analysis of Deformation and Behavior of Flexible Materials(3rd Report, Study of Discrete Beam Model of a Sheet for Torsional Deformation)", 일본기계학회논문집 A편 62권 598호, pp. 1472~1478.
- (4) Kazushi Yoshida, 1997, "Dynamic Analysis of Sheet Deformation Using Spring-Mass-Beam Model", 일본기계학회논문집 C편 63권 615호, pp. 3926~3932.
- (5) Anders Klarbring, 1984, "Contact Problems with Friction", Doctoral Dissertation, Linköping University, Sweden.
- (6) H. Cho and J.R. Barber, 1998, "Dynamic Behavior and Stability of Simple Frictional Systems", Mathl. Comput. Modelling, Vol. 28, No. 4-8, pp. 37~53.
- (7) Hanbum Cho and J. R. Barber, 1999, "Stability of the Three-dimensional Coulomb Friction Law", The Royal Society, Vol. 455, pp. 839~861.
- (8) J.A.C. Martins and A. Pinto da Costa, 2000, "Stability of Finite-dimensional Nonlinear Elastic Systems with Unilateral Contact and Friction", International Journal of Solids and Structures, Vol. 37, pp. 2519~2564.
- (9) Friedrich Pfeiffer and Christoph Glocker, 2000, MultiBody Dynamics with Unilateral Contacts, Springer-Verlag, Wien, New York.
- (10) Stuart T. Smith, 2003, Flexures: Elements of Elastic Mechanisms, Taylor&Francis, London and New York.