

링크모션 메커니즘의 기구학적 분석 및 다이내믹 발란싱 테크닉 Kinematic Analysis and Dynamic Balancing Technique in a Link-Motion Mechanism

서진성*·
Jin Sung Suh

Key Words : Link-motion(링크모션), Balance weight(발란스 웨이트), 질량중심(Mass center), Inertia force(관성력) Inertia moment(관성모멘트), Dynamic balancing(동적평형), Stroke(스트로크), Strokes per minute(=SPM, 1분당 행정수),

ABSTRACT

In a link-motion mechanism, numerous links are interconnected and each link executes a constrained motion at a high speed. Due to the complicated constrained motions of the constituent links, dynamic unbalance forces and moments are generated and transmitted to the main frame. Therefore unwanted vibration is produced. This degrades productivity and precise work. Based on constrained multi-body dynamics, the kinematic analysis is carried out to enable design changes to be made. This will provide the fundamental information for significantly reducing dynamic unbalance forces and moments which are transmitted to the main frame. In this work, a link-motion punch press is selected as an example of a link-motion mechanism. To calculate the mass and inertia properties of every link comprising a link-motion punch press, 3-dimensional CAD software is utilized. The main issue in this work is to eliminate the first-order unbalance force and moment in a link-motion punch press. The mass, moment of inertia, link length, location of the mass center in each link have a great impact on the degree of dynamic balancing which can be achieved maximally. Achieving good dynamic balancing in a link motion punch press is quite essential for reliable operation at high speed.

1. 서론

링크모션 메커니즘이 운동을 할 때, 시간에 따라서 변화하는 힘들이 발생하며 이 힘들을 동적불평형력(dynamic unbalance force)이라고 칭한다. 이 힘들은 메인프레임(main frame)에 전달되어 진동을 유발시킨다. 이 힘들이 프레임으로 전달되는 지점은, 일부 움직이는 링크들을 프레임에 연결시켜 주는 기구학적 조인트들이다. 본 연구에서는, 링크모션 메커니즘의 대표적 예로 링크모션 펀치 프레스(Link-motion punch press)를 연구 대상으로 선정하였다. 다이내믹 발란싱(dynamic balancing)을 구현하기 위하여 다물체 동역학이론을 토대로 메인프레임에 전달되는 동적불평형력과 동적불평형모멘트를 계산하는 방법과 최적의 다이내믹 발란싱을 구현하기 위한 기구학적 분석 방법에 대하여 연구하였다.

링크모션 펀치프레스를 3 차원 설계 및 제작하여 모든 구성 링크들의 질량, 관성모멘트, 질량중심의 위치, 그리고 링크길이 등을 측정하였다. 링크모션 펀치프레스를 운전할 때, 메인 프레임(main frame)으로 전달되는 힘들과 모멘트들을 동역학 시뮬레이션을 통하여 구했으며, 이들의 합

벡터(resultant vector)를 각각 최소화시키는 다이내믹 발란싱을 수행하였다. 발란스웨이트(balance weight)의 형상, 질량, 질량중심의 위치 관성모멘트를 최적화하여 동적불평형력을 크게 감소시킬 수 있다. 따라서, 3 차원 CAD 소프트웨어의 활용은 필수적인 요소가 되며 다물체동역학의 정확한 적용이 요구된다.

2. 링크모션 메커니즘의 기구학적 분석

2.1 다물체 기구학 이론

Fig. 1 에는 2 차원 운동을 수행하는 링크모션 펀치프레스의 기구학/동역학 모델을 제시하였다. 크랭크샤프트의 편심량은 20.83mm 이며 슬라이드의 스트로크는 25mm 이다. 그리고 크랭크샤프트는 1200spm 으로 일정한 각속도로 회전하고 있다. Fig. 1 에 나타난 메커니즘은 기구학적으로 구동되는 시스템(kinematically driven system)으로서 전체 자유도는 "0"이 된다. 구속방정식(constraint equation)의 갯수와 메커니즘의 일반 좌표(generalized coordinates)의 갯수가 같기 때문이다. 크랭크샤프트 임의의 각위치에서 다른 모든 링크들의 위치, 속도, 가속도, 각위치, 각속도, 각각속도를 구할 수 있다.

* 한국산업기술대학교 기계공학과
E-mail : jssuh@kpu.ac.kr
Tel : (031)496-8208, Fax : (031)496-8219

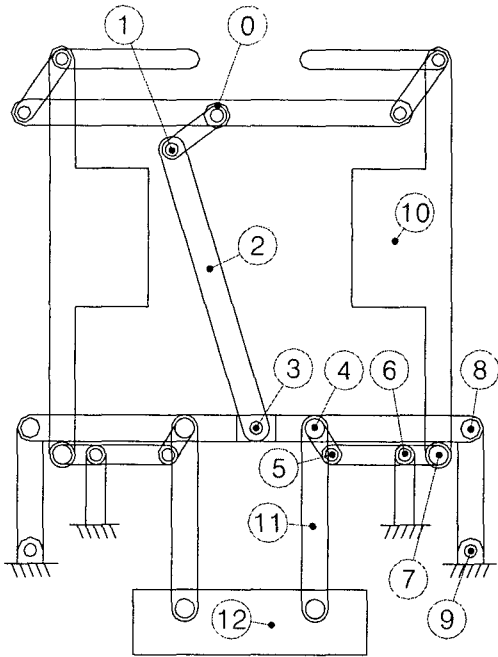


Fig. 1 Kinematical and dynamic model of a link-motion punch press

아래 Table 1 에는 Fig. 1 에 나타난 각 링크 및 지점(point)의 명칭을 나타내었다.

Table 1 Names of each link and point shown in Fig. 1

Symbol for each link and point	Name
Link _{0,1}	Crank shaft
o	Rotation center of Link _{0,1}
Link _{1,3}	Connecting rod
o	Mass center of Link _{1,3}
Link _{3,8}	Main lever
Link _{5,7}	Weight lever
o	Location of Cross-over
10	Mass center of balance weight
11	Mass center of slide column
12	Mass center of slide

링크들의 위치와 각위치는 아래의 구속위치방정식(constrain position equation)를 풀어서 구한다.⁽¹⁾

$$C(q,t) = [C_1(q,t) C_2(q,t) \cdots C_n(q,t)]^T = 0 \quad (1)$$

n 은 시스템 일반좌표(system generalized coordinates)의 갯수를 의미하며 시스템 일반좌표벡터 q 는 아래와 같이 표시된다.

$$q = [q_1 q_2 \cdots q_n]^T \quad (2)$$

개개 링크의 속도와 각속도는 구속속도방정식(constraint velocity equation)을 풀어서 구한다. 구속위치방정식을 시간에 대해서 미분을 취하면 아래와 같은 구속속도방정식을 얻을 수 있다.

$$C_q \dot{q} + C_t = 0 \quad (3)$$

C_q 는 C(q,t)의 자코비언 매트릭스(Jacobian matrix)이다. 식(3)을 이용하여 속도, 각속도를 구할 때, 식(1)에서 구한 위치, 각위치에 대한 값들이 필요하다. C_t 는 구속위치방정식을 시간에 대해 편미분을 취하여 얻어진 벡터이다.

가속도와 각가속도는 구속속도방정식을 다시 시간에 대하여 미분을 취하여 구할 수 있으며 다음과 같이 주어진다.

$$C_q \ddot{q} = -(C_q \dot{q}) \dot{q} - 2C_{q,t} \dot{q} - C_{t,t} \quad (4)$$

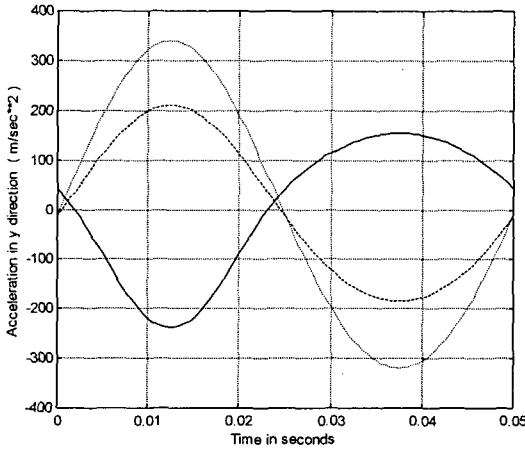
여기서 C_{q,t} 는 자코비언 매트릭스 C_q 를 시간에 대해서 편미분을 취한 매트릭스이다.

프레스가 작업을 할 때, 동적불평형력(dynamic unbalance force)은 대부분 슬라이드(slide), 커넥팅로드(connecting rod), 슬라이드 칼럼(slide column)에 의해 발생된다. 왜냐하면 이들의 질량중심의 가속도 크기가 클 뿐 아니라, 질량도 크기 때문이다. 본 연구에서, 슬라이드, 커넥팅로드, 슬라이드 칼럼의 질량은 각각 235 Kg, 101 Kg, 102 Kg 이었다. 이러한 링크들에 의해 발생하는 동적불평형력은 대부분 발란스웨이트(balance weight)에 의해 상쇄되도록 설계된다.(Fig. 1 참조) 따라서, 다이나믹 발린싱에서 가장 중요한 물리적 파라미터는 Fig. 1 에서 o와 10(발란스웨이트 질량중심)으로 표시된 지점의 y 축 방향 가속도 파형이다. Fig. 2 에는 지점o와 지점10의 y 축 방향 가속도 뿐만 아니라, 슬라이드, 커넥팅로드, 슬라이드 칼럼의 질량중심(mass center) 위치에서의 y-방향 가속도 성분들을 계산하여 나타내었을 뿐

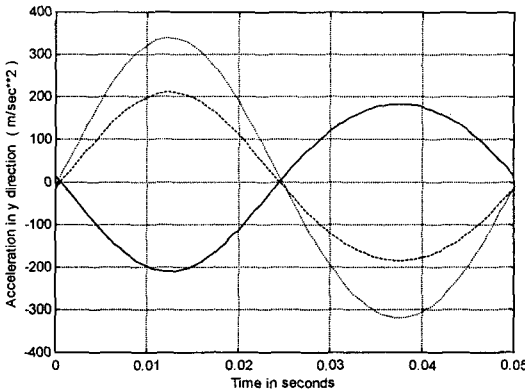
아니라, Link_{4,5} 와 Link_{5,7} 의 길이를 변화시킬 때, 지점 θ 과 지점 \mathbb{D} 의 y 방향 가속도 성분이 변화된다는 점을 나타냈다. Link_{4,5} 와 Link_{5,7} 의 길이 변화를 Table 2 에 요약하였다.

Table 2 Link_{4,5} 와 Link_{5,7} 길이의 변화

	Var_1	Var_2
링크 4,5	15mm	16mm
링크 5,7	300mm	276mm



(a) Var_1



(b) Var_2

Fig 2 가속도파형의 비교

solid line: Location θ and Location \mathbb{D}
dashed line: Location \mathbb{C} 과 Location \mathbb{E}
dotted line: 지점 θ

Fig. 2 에 나타나 듯이, Link_{4,5} 와 Link_{5,7} 의 길이 변화는 지점 θ 과 지점 \mathbb{D} 의 y 방향 가속도 성분의 파형에 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 따라서 Var_2 가 다이나믹 발란싱에 매우 유리함

을 알 수 있다. 여기서 Link_{5,7} 의 길이방향 2 등분점인 지점 θ 은 질량중심과 일치하며 또한 레벨루트 조인트(revolute joint)를 통하여 메인프레임에 연결되는 지점이다.

2.2 디자인변수를 이용한 디자인의 파라미터화

링크의 길이나 기구학적 조인트의 위치 등을 변화시키면 전체 메커니즘의 모델형상(model configuration)이 변화하므로, 모델을 다시 구성한 후 기구학/동역학 분석을 새로이 수행하여야 한다. 예를 들어, 금형(die)의 높이가 증가되면 지점 θ 를 상승시켜야 하며 모델형상은 크게 변화된다. 그러나, 디자인 변수(Design variable)들을 지정하여 전체 메커니즘의 모델형상을 파라미터화(parameterization)하면, 디자인을 변경시킬 때마다 모델구성을 자동화할 수 있으므로 개발시간을 단축시킬 수 있으며 체계적 분석 또한 용이하다. 예를 들면 지점 θ 은 커넥팅로드의 small-end 부분, cross-over, 그리고 메인레버가 레벨루트조인트로 연결되는 부분이다. Cross-over 는 다시 메인프레임과 직선운동조인트(translational joint)로 연결이 된다. 앞으로 모든 좌표값은 절대좌표계(global coordinate system)를 기준으로 하며, 절대좌표계의 원점(origin)은 크랭크샤프트의 회전 중심에 위치하고 좌우방향은 x 방향, 상하방향은 y 방향이다(Fig. 1 참조). 크랭크편심량과 커넥팅로드의 길이가 변화함에 따라 지점 θ 의 y-좌표값은 변화하게 된다. 크랭크편심량과 커넥팅로드의 길이를 디자인변수로 지정하고 각각의 변수명을 ϵ_{crank} , l_{con_rod} 라 하자. 지점 θ 의 y-좌표값 y_3 는 다음과 같다.

$$y_3 = -\sqrt{l_{con_rod}^2 - \epsilon_{crank}^2} \quad (5)$$

지점 θ 는 메인레버(Link_{3,8})에 속하며 지점 θ 과 지점 \mathbb{E} 를 연결하는 직선상에 존재한다. 본 연구의 경우, 지점 θ 는 지점 \mathbb{E} 으로부터 188mm 떨어져 있다. 지점 θ 의 x-좌표값과 y-좌표값 역시 디자인변수로 지정할 수 있다. 지점 θ 의 x-좌표값 x_5 과 y-좌표값 y_5 는 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$x_5 = (x_4 - x_3) + l_{4,5} \times \cos \left\{ \tan^{-1} \frac{y_4 - y_6}{x_6 - x_4} + \cos^{-1} \left(\frac{l_{4,6}^2 + l_{4,5}^2 - l_{5,6}^2}{2 \cdot l_{4,6} \cdot l_{4,5}} \right) \right\} \quad (6)$$

$$y_5 = (y_3 - y_0) + (y_4 - y_3) - l_{4,5} \times \sin \left\{ \tan^{-1} \frac{y_4 - y_0}{x_6 - x_4} + \cos^{-1} \left(\frac{l_{4,6}^2 + l_{4,5}^2 - l_{5,6}^2}{2 \cdot l_{4,6} \cdot l_{4,5}} \right) \right\} \quad (7)$$

3. 다이나믹 발란싱 테크닉

3.1 다물체 동역학을 적용한 발란싱 이론

링크모션 메커니즘이 n_b 개의 링크들로 구성되어 있고 이들 링크들은 구속조인트들에 의해 상호 연결되어 있다고 하자. D'Alembert's 이론과 가상일의 원리(principle of virtual work)를 적용하면 다음과 같은 관계가 성립한다. ⁽¹⁻³⁾

$$\sum_{i=1}^{n_b} \delta W_e^i + \sum_{i=1}^{n_b} \delta W_i^i = 0 \quad (8)$$

δW_e^i 는 i -th 링크에 작용하는 외력과 외부모멘트가 행하는 가상일이고, δW_i^i 는 i -th 링크의 관성력과 관성모멘트가 행하는 가상일이다. 식(8)을 전개하여 정리하면 다음과 같이 요약할 수 있다.

$$\mathbf{P}^{(e)} + \Phi + \mathbf{R}^{(e)} = \mathbf{0} \quad (9)$$

$$\mathbf{M}_O^{(P_e)} + \mathbf{M}_O^{(\Phi)} + \mathbf{M}_O^{(R_e)} = \mathbf{0} \quad (10)$$

여기서 $\mathbf{P}^{(e)}$ 는 n_b 개의 링크들에 작용하는 외력들의 벡터합이며, 링크프레스에 가해지는 외력이 없으므로 "0"이 된다. Φ 는 n_b 개의 링크들이 가지는 관성력들의 벡터합이다. $\mathbf{R}^{(e)}$ 는 프레임이 링크들에 가하는 반력들의 벡터합이다. $\mathbf{M}_O^{(P_e)}$ 는 크랭크샤프트의 회전중심(O)에 대하여 취한 외력들의 모멘트합이 되며, 또한 외부 우력모멘트(Couple moment)들도 포함된다. 프레스의 경우 프레임에 고정된 모터를 통해 크랭크샤프트에 우력모멘트가 전달이 되지만, 작용/반작용의 법칙에 의해 크기는 같으나 방향이 반대인 우력모멘트가 프레임에 전달이 된다. 프레스 전체로 볼 때 이것은 1쌍의 내부모멘트에 해당하므로 $\mathbf{M}_O^{(P_e)}$ 는 "0"이 된다. ⁽²⁾ $\mathbf{M}_O^{(\Phi)}$ 는 크랭크축 회전중심(O)에 대하여 취한 관성력들의 모멘트합이며, 물론 개개 링크의 질량중심에 대한 관성모멘트들도 포함된다.

$\mathbf{M}_O^{(R_e)}$ 는 크랭크축 회전중심(O)에 대한, 프레임이 링크들에 가하는 반력들이 만들어 내는 모멘트들의 벡터합이다.

따라서, 모든 링크들의 관성력의 벡터합은 프레임에 가해지는 동적불평형력(dynamic unbalance force)이 되며, 관성모멘트의 벡터합은 프레임에 가해지는 동적불평형 모멘트(dynamic unbalance moment)가 된다.

결론적으로, 다이나믹 발란싱은 프레임에 전달되는 동적불평형력과 동적불평형 모멘트를 최소화하는 작업이라고 정의할 수 있다.

3.2 발란싱 이론의 적용 결과

발란싱 웨이트의 질량, 관성모멘트와 질량중심의 위치를 변화시키면서, 동역학 시뮬레이션에 의한 발란싱 작업을 수행하였다. 그 결과를 Fig. 3에 제시하였다. 점선은 발란싱작업 전이고 실선은 발란싱작업 후 이다. 가장 문제가 되는 것은 y -축 방향의 불평형력이다. x -축 방향의 불평형력과 z -축 방향의 불평형모멘트는 문제가 되지 않았다. 이것은 실제로 프레스를 가공/조립한 후 운전을 해 봄으로써 확인할 수 있었다.

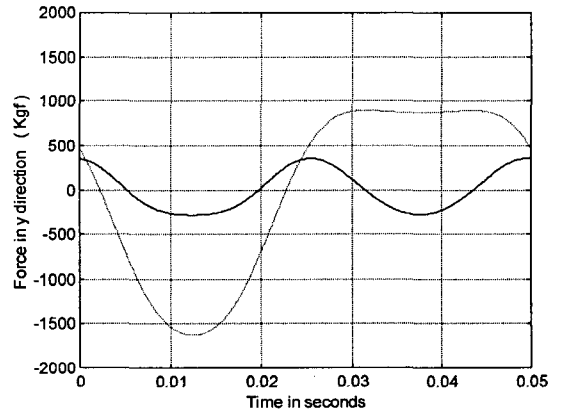


Fig. 3 Dynamic unbalance force in y direction
dotted line: Before balancing
solid line: After balancing

Fig. 3 에서 발란싱작업 전의 발란싱웨이트의 질량은 좌우 각각 376 Kg 이었고, 발란싱작업 후의 질량은 좌우 각각 344 Kg 이었다. 좌우 각각의 질량이 32 Kg 씩 밖에 차이가 나지 않지만 불평형력의 크기는 큰 차이가 발생함을 알 수 있다. 발란싱작업을 수행함으로써 크랭크샤프트 회전수의 1 차 성분에 해당하는 불평형력은 제거가 되고

2 차 성분 불평형력만 잔존함을 알 수 있다. 2 차 성분 불평형력은 더 이상의 발란싱작업으로 제거될 수 없으며, 크랭크샤프트 회전수의 2 배로 회전하는 장치를 추가로 부착하여야만 제거할 수 있다.

4. 결론

이번 연구를 통해서 링크모션 메커니즘에서 다이나믹 발란싱을 구현하는 방법을 알아보았다. 구속조건을 가지면서 일정한 운동을 수행하는 복잡한 메커니즘에 의해 발생하는 동적 불평형력과 불평형모멘트를 다물체 동역학과 기구학이론을 적용하여 감소시킬 수 있었다. 적용할 대상으로 링크모션 펀치프레스를 선택하였다. 동적불평형을 주로 발생시키는 링크들은 슬라이드, 커넥팅로드, 슬라이드칼럼이라고 볼 수 있다. 발란스웨이트 질량중심의 가속도가 이들 링크들의 질량중심 가속도와 반대위상을 가질 수 있도록 기구학적 최적화를 수행하였다. 발란스웨이트의 질량, 관성모멘트,

질량중심의 위치를 조정하면서 다이나믹 발란싱 작업을 수행하였다. 다이나믹 발란싱은 이론적으로 크랭크샤프트 회전수의 1 차 성분에 해당하는 동적불평형력과 동적불평형 모멘트를 제거하는 작업이다. 2 차 성분 등 고차 성분을 제거하기 위해서는 추가적인 링크들을 장착하여야 한다.

후 기

본 연구는 경기중소기업청의 중소기업기술혁신 개발사업의 지원으로 수행되었음을 밝히며, 지원에 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

- (1) Shabana, A. A., 2001, Computational Dynamics, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- (2) Kolovsky, M. Z., Evgrafov, A. N., Semenov, Yu. A., Slousch, A. V., 2000, Advanced Theory of Mechanisms and Machines, Springer-Verlag., Berlin.
- (3) Hubert Hahn, 2002, Rigid Body Dynamics of Mechanisms 1, Springer-Verlag., Berlin.