

모드중첩법을 이용한 고속용 팬터그래프와 전차선의 동적 상호작용 시뮬레이션

Dynamic Simulation for High-speed Pantograph and Overhead-line using a Vibration Mode Superposition Method

조용현* · 이기원** · 박현준*

Yong Hyeon Cho, Kiwon Lee and Hyun-jun Park

Key Words : Pantograph(팬터그래프), Overhead-line(가선계), Current Collection(집전), Contact force(접촉력)

ABSTRACT

A dynamic simulation for a high-speed pantograph-overheadline has been performed using mode superposition method to predict contact forces between pantograph and overheadline. We can deal with non-linear dampers of the pantograph and pre-sag of overhead-line for the simulation. But, we can not consider slackness of dropper in the overhead-line. According to the simulation results, the contact forces and displacements are reasonably predicted, compared with other foreign simulation results.

1. 서론

고속열차의 집전성능은 열차에 탑재된 팬터그래프와 공중에 가설된 전차선 사이의 동적 상호작용에 의하여 결정된다. 본 연구에서는 고속용 팬터그래프와 사전이도(Pre-sag)를 가지는 전차선의 동적상호작용을 모드중첩법을 이용하여 시뮬레이션하였다. 먼저, 가선계와 팬터그래프의 운동방정식 등 이론식을 유도하고 이를 기초로 Matlab을 사용하여 시뮬레이션하였다. 그 결과를 외국의 선행 연구결과와 비교하여 시뮬레이션의 타당성을 검토하였다.

2. 해석 이론

2.1 가선계 운동방정식

가선계는 전차선과 조가선으로 구성되며 이들을 드로퍼로 연결하고 있다. 전차선과 조가선은 Euler beam으로 모델링하고 드로퍼는 스프링으로 Fig 1과 같이 모델링한다.

전선의 변위는 식(1)과 같이 나타낼 수 있다.

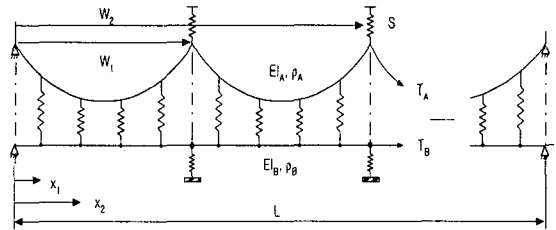


Fig 1 Mathematical model for a catenary system

$$y(x, t) = \sum z_i(t) \phi_i(x) \quad (1)$$

여기서 $y(x, t)$ = 변위

$\phi_i(x)$ = i 번째의 고유진동모드

$z_i(t)$ = i 번째의 모드크기

i = 모드번호

전차선 및 조가선이 양단 고정되어 있으므로 식(1)을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

조가선:

$$y(x, t) = \sum \alpha_m \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin(2\pi f_m t) = A_m \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \quad (2-1)$$

전차선:

$$y(x, t) = \sum \beta_m \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \sin(2\pi f_m t) = B_m \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \quad (2-2)$$

A_m 과 B_m 을 일반좌표로 하는 가선계의 운동방정식은 Lagrange's equation을 사용하여 다음과 같이 유도할 수

* 한국철도기술연구원 책임연구원

E-mail : yhcho@krti.re.kr

Tel : (031)460-5112, Fax : (031)460-5459

** 한국철도기술연구원 주임연구원

있다[1].

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{A}_m} \right) - \frac{\partial L}{\partial A_m} = 0 \quad (3-1)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{B}_m} \right) - \frac{\partial L}{\partial B_m} = 0 \quad (3-2)$$

여기서 $L = T - V$ (3-3)

$$T = T_{cat} + T_{mas} + T_{dropper} + T_{arm} \quad (3-4)$$

T_{cat} = 전차선 질량으로 인한 운동에너지

T_{mas} = 조가선 질량으로 인한 운동에너지

$T_{dropper}$ = 드로퍼 질량으로 인한 운동에너지

T_{arm} = 곡선당김금구 질량으로 인한 운동에너지

$$V = V_{tension} + V_{bending} + V_{dropper} + V_{arm} \quad (3-5)$$

$V_{tension}$ = Wire 장력으로 인한 위치에너지

$V_{bending}$ = Wire의 굽힘강성으로 인한 위치에너지

$V_{dropper}$ = 드로퍼 스프링으로 인한 위치에너지

V_{tower} = 전주 스프링에 의한 위치에너지

가선계가 조화운동을 한다면

$$\ddot{A}_m = -\omega^2 A_m \quad (4-1)$$

$$\ddot{B}_m = -\omega^2 B_m \quad (4-2)$$

라 쓸 수 있고 이를 조가선 및 전차선 운동방정식에 대입하여 고유진동모드와 주파수를 구할 수 있다.

구해진 고유진동모드는 다음과 같은 형태로 표시된다.

$$\phi_i = \sum_{m=1}^M A_{im} \sin\left(\frac{m\pi X_A}{L}\right) + \sum_{m=1}^M B_{im} \sin\left(\frac{m\pi X_B}{L}\right) \quad (5)$$

여기서 M 은 모드중첩을 위해 사용하는 모드 갯수이고, A_{im} 과 B_{im} 은 가선계의 진동모드 i 와 m 차 고유함수와의 상관 계수이다.

한편, 가선계의 모드크기 Z_i 는 식(6)으로 표시할 수 있다.

$$\ddot{z}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{z}_i + \omega_i^2 z_i = Q_i / M_i \quad (6)$$

여기서 $M_i = i$ 번째 모드 질량, $\zeta_i = i$ 번째 모드 댐핑계수, $\omega_i = i$ 번째 고유 원진동수, $z_i = i$ 번째 모드 크기, $Q_i = i$ 번째 모드 하중이다.

식(6)은 모드별로 De-coupled된 상미분방정식으로 4th order Runge-Kutta방법을 사용하여 Z_i 를 구할 수 있다.

전차선과 조가선의 변위는 이상과 같이 설명한 모드별 고유진동모드와 모드크기를 곱하여 1차모드에서 M 차 모드까지 더함으로써 쉽게 구할 수 있다.

그러나, 실제 가선계는 드로퍼에 압축이 작용하는 경우에는 더 이상 스프링 역할을 못하는 이완 현상이 발생한다. 이러한 비선형 거동은 모드중첩법으로 표현할 수 없는 한계가 있다.

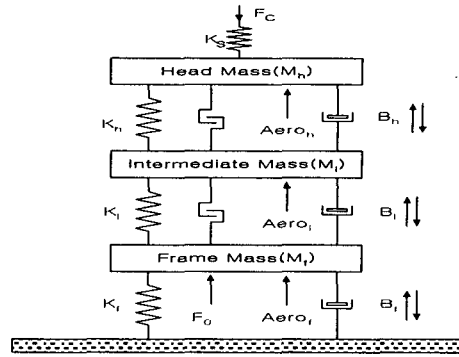


Fig 2 Mathematical model for a high-speed pantograph

2.2 팬터그래프 운동방정식

경부고속철도에 탑재된 고속용 팬터그래프는 Fig 2와 같이 3개의 등가질량, 스프링, 비선형 댐퍼, 범프 스톱으로 모델링된다. 따라서, 팬터그래프 운동방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$m_h \ddot{y}_h = -k_h(y_h - y_i) - B_h(\dot{y}_h - \dot{y}_i) - f_c + Aero_h \quad (7-1)$$

$$m_i \ddot{y}_i = k_h(y_h - y_i) + B_h(\dot{y}_h - \dot{y}_i) - k_i(y_i - y_f) - B_i(\dot{y}_i - \dot{y}_f) + Aero_i \quad (7-2)$$

$$m_f \ddot{y}_f = k_i(y_i - y_f) + B_i(\dot{y}_i - \dot{y}_f) + f_c + Aero_f - k_f y_f - B_f \dot{y}_f \quad (7-3)$$

$$(y_h - y_i) \leq bump\ stop_1, (y_i - y_f) \leq bump\ stop_2$$

B_f, B_i, B_h 의 값은 댐퍼의 작용 방향에 따라 그 값을 달리한다.

2.3 팬터그래프-전차선 인터페이스

(1) 인터페이스 조건

팬터그래프와 전차선이 동적 상호작용을 이루려면 다음의 조건을 만족해야 한다.

- 전차선의 변위와 팬터그래프의 변위가 같아야 한다.
- 전차선에 작용하는 접촉력과 팬터그래프에 작용하는 접촉력은 같아야 한다.

실제로 팬터그래프의 집전판이 전차선과 접촉을 하고 있으므로 집전판을 Fig 2와 나와 있는 전차선과 Head mass 사이의 가상 스프링, K_s 로 모델링한다면 상기 인터페이스 조건을 만족할 수 있다. 가상 스프링의 상부 절점은 집전판 위치이면서 동시에 전차선의 위치가 되므로 변위 인터페이스 조건이 만족되며, 접촉력이 수렴할 때까지 계산을 반복함으로써 접촉력 인터페이스 조건을 만족시킬 수 있다.

(2) 접촉력

가상 스프링을 사용하여 팬터그래프와 전차선의 인터페이스를 모델링하면 접촉력, F_c 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_c = K_s * (\text{팬터그래프 헤드 변위} - \text{전차선 변위}) + \text{정적압상력} + \text{공력} \quad (8)$$

여기서 F_c = 접촉력, K_s = 가상 스프링의 스프링계수, 전차선 변위 = 사전이도(Pre-sag) + 동적변위이다.

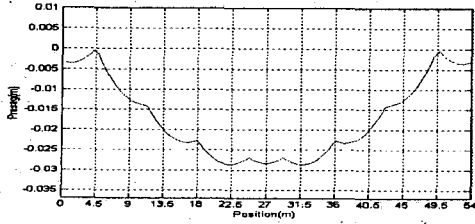


Fig 3 Pre-sag of a contact wire whose span length is 54m

(3) 전차선 사전이도(Pre-sag)

전차선은 자중에 의하여 정적 처짐을 갖게 된다. 양호한 집전성능을 확보하기 위하여 팬터그래프의 압상을 감안하여 적정 크기의 사전이도를 전차선에 준다. 경부고속철도의 경우 사전이도는 경간 길이의 1/2000이다.

사전이도는 동적상호작용에 영향을 주므로 시뮬레이션에서 고려해야 한다. Fig 3은 본 연구에서 고려한 경간 54m의 고속 전차선 사전이도를 보여 주고 있다.

3. 해석 결과

3.1 고유 진동모드 해석

(1) 해석결과 검증

Table 1에서 볼 수 있는 바와 같이 경간 길이 54m인 KTX 가선계(3개 경간)를 대상으로 본 연구에서 계산한 고유진동수는 ABAQUS 계산결과를 잘 일치하고 있다.

본 연구에서 얻은 1차 및 2차 모드 형상이 Fig 4에 나와 있는데 모드 형상 또한 ABAQUS 결과와 잘 일치한다[2].

모드중첩법을 사용할 때 고려해야 할 진동모드의 개수를 정하는 기준으로 모드유효질량(Modal effective mass)을 사용할 수 있다. 고려하는 모드까지의 유효질량의 합이 실제 질량과 가까우면 가까울수록 동적 특성을 정확히 표현할 수 있다고 한다[3].

ABAQUS를 사용하여 구한 모드유효질량을 구해보면 11차 모드(4.52Hz)까지의 누적 모드유효질량이 실제질량의 94.5%, 20차 모드(7.09Hz)까지의 누적 모드유효질량이 실제질량의 96.4%가 된다[2].

Table 1 Natural frequencies calculated by ABAQUS and our study

| Mode No. | ABAQUS [Hz] | Our study[Hz] | |
|----------|-------------|---------------|---------------|
| | | 50 Extracted | 100 Extracted |
| 1 | 1.03 | 1.08 | 1.06 |
| 2 | 1.14 | 1.16 | 1.16 |
| 3 | 1.21 | 1.21 | 1.21 |
| 4 | 2.08 | 2.14 | 2.12 |

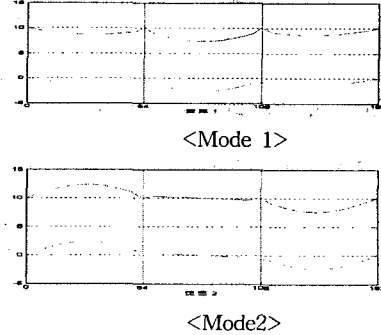


Fig 4 Vibration mode shapes

11차까지 고려한 것이나 20차까지 고려한 것이나 모드유효질량이 크게 증가하지 않으므로 효율성을 고려하여 적정 갯수의 진동 모드를 고려할 필요가 있다.

(2) 고속전차선 고유진동해석

고속으로 팬터그래프가 주행하는 경우에는 파동의 전파 및 반동으로 인하여 3 경간 전차선 모델로는 정확한 시뮬레이션 결과를 얻을 수 없다.

본 연구에서는 양단 고정으로 인한 파동반사 효과를 최소화하기 위하여 9 경간 전차선 모델을 사용하여 총 150차의 진동 모드를 계산하였다. 본 연구에서는 계산의 효율성을 고려하여 1차부터 40차 모드(5.44Hz)까지의 고유진동모드를 모드중첩법의 Base vector로 사용하였다.

3.2 동적 상호작용 해석

모드중첩법에 의한 동적 상호작용 해석의 절차가 Fig 5에 나와 있다.

전차선과 팬터그래프 사이의 접촉력은 전차선과 팬터그래프 헤드의 상대 위치에 따라서 변동하기 때문에 수렴 조건을 만족할 때까지 여러 번의 접촉력 계산을 해야 한다. 본 연구에서 사용한 수렴 조건은 다음과 같다.

$$\Delta F_c = F_c^i - F_c^{i-1} \leq (F^i + F_c^{i-1}) * 1/2000 \quad (9)$$

사전이도가 있는 경간 길이 54m의 9개 경간 가선계를 팬터그래프가 300km/h로 주행할 때의 접촉력 및 팬터그래프 이산 질량의 변위를 시뮬레이션 했다. Fig 6에는 경간 4, 5, 6에서의 시뮬레이션 결과가 나와 있다.

접촉력 계산 과정에 포함된 노이즈를 제거하기 위하여 EN 50318규격에 의거하여 20Hz의 차단 주파수로 Low pass filtering을 하였다[4]. 접촉력 평균은 204N, 최고는 367N, 최저는 23N, 표준편차는 69N을 얻었다. 일반적으로 집전성능을 판단하기 위한 기준으로 표준편차를 많이 사용한다. 본 연구의 시뮬레이션 결과의 타당성을 검토하기 위하여 영국과 프랑스의 시뮬레이션 결과와 비교하였다. 영국의 British Rail Research의 시뮬레이션 결과에 따르면 경간길이 63m인 TGV A(경간길이

의 1/1000인 사전이도를 제외하고는 KTX와 동일)를 200m 떨어진 2개의 팬터그래프가 300km/h로 주행하는 경우 앞 팬터그래프의 접촉력 표준편차는 82N로 계산되었다고 한다[5]. 프랑스의 SNCF의 시뮬레이션 결과에 따르면 경간 길이 63m인 TGV Nord(경부고속철도와 동일)를 1개의 팬터그래프가 300km/h로 주행하는 경우 접촉력 표준편차는 43N 이었다고 한다[6]. 본 연구와 외국의 연구에서 고려한 경간 길이가 달라 직접적인 비교는 할 수 없으나 본 연구에서 얻은 접촉력 표준편차가 프랑스 SNCF와 영국 British Rail Research가 얻은 표준편차의 중간에 있다는 점을 감안할 때 합당하고 추론할 수 있다. 그러나, 모드중첩법의 한계인 드로퍼의 이완현상의 미 고려로 인하여 드로퍼 위치에서 실제보다 큰 접촉력의 변동이 시뮬레이션에서 나타날 수 있다. 이러한 접촉력의 변동은 Low pass filtering을 통하여 일부 완화되었다고 생각한다.

전차선의 압상 특성은 Fig 6의 mh의 변위를 보면 알 수 있다. mh의 최대 변위는 경간 중앙이 아닌 후방에서 발생하고 있다. 주행속도가 낮을 때에는 최대 변위가 경간 중앙에서 발생하지만 파동전파속도에 가까워지면 최대 변위가 발생하는 위치가 후방으로 이동하게 된다고 한다. 본 연구에서 개발한 프로그램은 속도 증가에 따른 최대 변위점의 이동 현상을 잘 나타내고 있다.

4. 결론

본 연구에서는 고속용 팬터그래프와 사전이도를 가지는 전차선의 동적상호작용을 모드중첩법을 이용하여 시뮬레이션을 하였다.

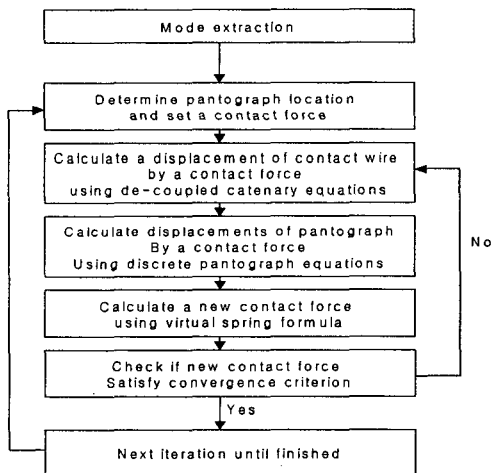


Fig 5 Procedure of a dynamic simulation

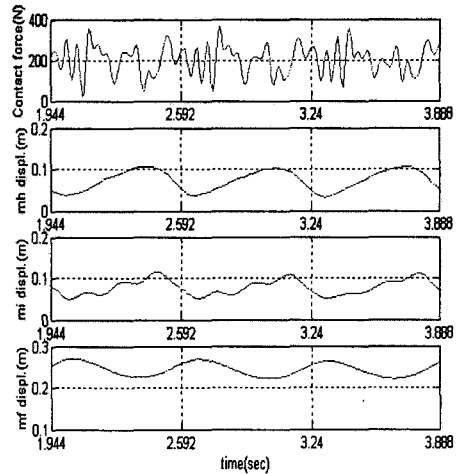


Fig 6 300km/h simulation result

해석 프로그램은 팬터그래프의 댐퍼 비선형성을 고려할 수 있으나 드로퍼의 이완현상과 같은 가선계의 비선형을 고려할 수 없는 한계를 가지고 있다. 그럼에도 불구하고 시뮬레이션 결과에 따르면 접촉력 표준편차는 영국, 프랑스의 선행연구결과와 비교할 때 이들 결과의 중간에 위치하고 있었다. 또한, 주행속도가 파동전파속도에 가까워짐에 따라서 팬터그래프의 최대 변위 발생지점이 경간 중앙에서 후방으로 이동하는 현상을 잘 나타내고 있다.

참 고 문 헌

- (1) Armbruster, K., 1983, Modelling and Dynamics of Pantograph-Catenary Systems for High Speed Trains, Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology,
- (2) 조용현 등, 2000, "모드중첩법을 기초로 한 집전성능해석프로그램 개발", 한국철도학회 2000년 춘계학술대회, pp. 606~617
- (3) ABAQUS seminar book, 1995, Linear Dynamics, Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc. pp. 572~577.
- (4) CENELEC, 2002, Railway application- Current collection systems-Validation of simulation of the dynamic interaction between pantograph and overhead contact, EN 50318.
- (5) ERRI, 1996, "Simulation of the dynamic behavior Mary, J. S., and William, B. S., 1997, Impact-Echo : Nondestructive Evaluation of Concrete and Masonry, Bullbrier Press, Ithaca, New York.
- (6) 경부고속철도 계약자료, 1993