

# 층간 분리가 있는 지능형 복합재 적층판의 과도응답해석

## Transient Analysis of Delaminated Smart Composite Laminates

김흥수\* · 김재환\* · 최승복\*

**Key Words** : Transient Response, Delamination, Piezoelectric Composite Plate, Interlaminar Shear Stress, Contact

### ABSTRACT

The transient analysis of delaminated smart composite laminates is studied using an improved layerwise laminate theory. The theory is capable of capturing interlaminar shear stresses that are critical to delamination. The presence of discrete delamination is modeled through the use of Heaviside unit step functions. Stress free boundary conditions are enforced at all free surfaces. Continuity in displacement field and transverse shear stresses are enforced at each ply level. In modeling piezoelectric composite plates, a coupled piezoelectric-mechanical formulation is used in the development of the constitutive equations. Numerical analysis is conducted to investigate the effect of nonlinearity in the transient vibration of bimodular behavior caused by the contact impact of delaminated interfaces. Composite plates with delamination, subject to external loads and voltage history from surface bonded sensors, are investigated and the results are compared with corresponding experimental results and plates without delamination.

### 1. 서론

일반적으로 적층 복합재료 구조물은 뛰어난 비강성 및 비강도로 인하여 항공우주, 자동차 구조물에 많이 쓰이는데 이러한 관형 적층 복합재료 구조물은 횡 방향 충격하중에 취약하여 층간 분리나 섬유 파단 등 충격에 의한 손상을 입기 쉽다. 그리고 이렇게 생긴 층간 분리나 손상은 복합재료 구조물의 강도를 많이 떨어뜨리고 수명을 단축시키는 효과를 가져오기 때문에 이를 예측하고 진단하는 많은 연구들이 진행되고 있다. 하지만 많은 연구들이 층간 분리의 진행이나 구조물의 압축 강도의 감소를 예측하는데 집중되어왔다. 층간 분리가 구조물의 동적거동에 미치는 영향은 압축 강도의 감소에 비한다면 적은 편이지만 압전 소자와 같은 지능형 재료를 이용하여 구조물의 동적 특성에 따른 층간 분리를 예측하는 연구가 최근 활발하게 진행되고 있다.

Campanelli 와 Engblom<sup>1</sup> 은 층간 분리가 복합재 적층판의 모달 특성에 미치는 영향을 보여주었으며 Saravanos 와 Hopkins<sup>2</sup> 는 층간 분리가 있는 복합재 적층판의 감쇄진동의 특성을 보여주었다. Shen 과 Grady<sup>3</sup> 는 층간 분리가 있는 복합재 적층보의 진동 특성을 티모센코의 보이론에 기초해서 연구하였다. 이들은 층간 전단 응력이 층간 분리에 미치는 영향을 보여주었다. Lee<sup>4</sup> 는 층간 전단 응력의 효과를 층간 변위장에 기초하여 층간

분리가 있는 적층보의 진동 특성으로 해석하였다. Parhi<sup>5</sup> 는 여러 개의 층간 분리가 존재하는 비틀린 적층판의 동적 특성을 보여줬다. Nath 와 shukla<sup>6</sup> 는 두꺼운 복합재 적층판의 비선형 과도응답 해석을 Chevyshev 다항식을 이용하여 수행하였다. 이들은 Mindlin 의 일차 전단변형이론과 Von Karman 비선형에 기초하여 적층판을 모델링 하였다. Parhi<sup>7</sup> 는 다중 층간 분리가 있는 복합 적층셀 구조물의 자유 진동과 과도 응답 특성을 보여주었는데, 과도 응답을 얻기 위해서 Newmark 직접 적분법을 사용하였다.

적층 구조물이 진동하는 동안에 층간 분리부에서 일어나는 층간의 접촉은 대부분의 연구에서 무시되어왔다. 하지만 Kwon 과 Aygunes<sup>8</sup> 가 아주 큰 적층 구조물에서 이러한 층간 접촉이 일어나는 경우에는 구조물의 진동 특성이 바뀐다는 것을 보여준 이후로 층간 접촉에 대한 연구가 이루어지기 시작했다. Thornburgh 와 Chattopadhyay<sup>9</sup> 는 3 차의 고차변형장과 층간 분리부의 윗면과 아래면을 각각의 영역으로 지정하여 과도 응답 시 나타나는 층간 분리부의 접촉을 연구하고 센서 출력 전압의 특징을 층간 분리부가 없는 경우와 비교하였다.

본 연구에서는 압전 소자를 이용하여 층간 분리가 존재하는 복합재 적층판의 과도 응답을 고찰하려고 한다. 이를 위해서 향상된 층간 변위장과 Heaviside Unit Step function 을 이용하여 층간 분리를 모델링하였다. 그리고 적층판이 진동하는 동안 층간 접촉에 의해서 나타나는 "breathing" 현상을 정확하게 예측하기 위해 직접 적분법인 Newmark-beta algorithm 과 Newton-Raphson

\* 인하대학교 기계공학과

E-mail : heungsookim@inha.ac.kr

Tel : (032) 860-8256, Fax : (032) 868-1716

법을 이용하여 과도 응답과 센서의 출력 전압을 정량화 하고, 실험적 고찰을 통하여 개발된 모델을 검증한다.

## 2. 정식화

압전 재료가 있는 탄성체의 총자유에너지(total free energy)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F(\boldsymbol{\varepsilon}_{ij}, E_i) = \frac{1}{2} c_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} - e_{ijk} E_i \varepsilon_{jk} - \frac{1}{2} b_{ij} E_i E_j \quad (1)$$

여기서,  $\varepsilon_{ij}$  는 변형률 텐서,  $E_i$  는 전기장 벡터를 나타내고,  $c_{ijkl}$  는 탄성체의 장성,  $e_{ijk}$  는 압전응력상수,  $b_{ij}$  는 유전상수를 나타낸다. 본 연구에서는 압전 재료의 선형구성방정식만을 고려하였고 모든 물성치는 상수이다. 압전체의 압전 탄성 연성계의 구성방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl} - e_{ijk} E_k \quad (2)$$

$$D_i = -\frac{\partial F}{\partial E_i} = e_{ijk} \varepsilon_{jk} + b_{ij} E_j$$

여기서,  $\sigma_{ij}$  는 응력 텐서, 그리고  $D_i$  는 전기적 변위를 나타낸다. 선형 압전 이론에 따르면 전기장  $E_i$  는 스칼라 포텐셜 함수  $\phi$  의 미분 형태로 나타낼 수 있다.

$$E_i = -\phi_{,i} \quad (i=1,2,3) \quad (3)$$

운동방정식은 변분법의 원리를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\delta \pi_u = - \int_V (\rho \ddot{u}_i \delta u_i + \gamma \dot{u}_i \delta \dot{u}_i + \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij}) dV dt + \int_S t_i \delta u_i dS dt = 0 \quad (4)$$

$$\delta \pi_\phi = - \int_V D_i \delta \phi_{,i} dV dt + \int_S q_e \delta \phi dS dt = 0$$

여기서,  $\pi_u$  와  $\pi_\phi$  는 기계적, 전기적 장의 에너지를 나타내고,  $\rho$  는 질량,  $\gamma$  는 감쇠 상수,  $t_i$  는 외력, 그리고  $q_e$  는 전하밀도를 나타낸다.

2.1 다중 층간 분리가 있는 항상된 층간 변위장 비등방성 재료인 복합재료 적층판을 모델링하기 위해서는 구조물의 변형을 정확하게 묘사하는 것이 중요하다. 층간 분리가 존재하는 경우, 층간 전단응력이 중요한 역할을 하게 되는데 변위장은 이러한 응력들을 정확하게 묘사할 수 있어야 한다. 따라서, 항상된 층간 변위장<sup>10</sup> 에 기초하여 다중 층간 분리 모델을 개발하였다. 항상된 층간 변위

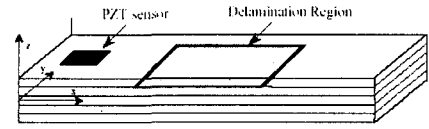


Fig. 1 Geometry of delaminated plate

장은 1 차 전단 변위장과 지그재그 타입의 층간 변위장의 선형 중첩으로 이루어져 있다. 1 차 전단 변위장은 복합재 적층판의 전체적인 거동을 묘사하며, 층간 변위장은 두께 방향으로의 층간 전단 응력의 경계 및 연속 조건을 만족시킴으로써 지그재그 형태의 면내 변위장을 잘 묘사한다.

층간 분리를 묘사하기 위해서, 층간 분리부에서 독립적인 변위장을 도입하고, Heaviside unite step function 을 이용하여 층간 분리부를 중심으로 윗면과 아랫면에서 독립적인 변위를 가능하게 하였다. Fig. 1 과 같이 여러 개의 층간 분리가 있는 복합재 적층판의 임의의 좌표  $(x, y, z)$  에서의 변위는 다음과 같이 표현된다.

$$U_1^k(x, y, z, t) = u_1 + A_1^k(z)\phi_1 + B_1^k(z)w_x + \bar{C}_1^k(z)\bar{w}_x' + \sum_{j=1}^{N-1} \bar{u}_1^j H(z - z_j) \quad (5)$$

$$U_2^k(x, y, z, t) = u_2 + A_2^k(z)\phi_2 + B_2^k(z)w_y + \bar{C}_2^k(z)\bar{w}_y' + \sum_{j=1}^{N-1} \bar{u}_2^j H(z - z_j)$$

$$U_3^k(x, y, z, t) = w(x, y, t) + \sum_{j=1}^{N-1} \bar{w}^j(x, y, t) H(z - z_j)$$

여기서  $U_1^k$ ,  $U_2^k$  는 면내 방향 변위를,  $U_3^k$  는 두께 방향 변위를 나타낸다. 위 첨자  $k$  는  $k$  번째 적층판을 나타낸다. 그리고,  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $w$  는 기준면에서의 변위를 나타내고,  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  는 기준면에서 수직인 방향에 대해서  $x$ ,  $y$  방향으로의 회전을 나타낸다. 층간 분리를 묘사하기 위해서 독립 변위인  $\bar{u}_1^j$ ,  $\bar{u}_2^j$ ,  $\bar{w}^j$  가 도입되었으며, 이 항들은 층간 분리부 사이에서 나타나는 미끄러짐이나 급작스러운 분리를 나타내고,  $z_j$  는 층간 분리부의 위치를 나타낸다. 함수  $H(z - z_j)$  는 Heaviside 계단함수이다. 층간 함수인  $A_i^k(z)$ ,  $B_i^k(z)$ ,  $\bar{C}_i^k(z)$  는 전단 응력과 변위의 연속 조건 그리고 적층판의 윗면과 아랫면에서의 전단 응력의 경계조건을 이용해서 구할 수가 있고, 이 함수들은 재료의 기하학적인 형상과 물성치의 정보를 가지고 있다( $i=1,2$ ). 층간 함수의 자세한 유도 과정은 참고 문헌 [11]에 있다.

## 2.2 고차 전기 포텐셜

압전 재료는 압전 효과(piezoelectric effect) 때문에 전기장을 가해주면 기계적인 변형이 동시에 생기게 되고 이에 따라 전기 포텐셜(electric

potential) 은 두께 방향으로 일정하지 않게 분포하게 된다<sup>12</sup>. 따라서, 본 연구에서는 이러한 효과를 정확하게 묘사하기 위해서 압전층 (piezoelectric layer) 에 3 차의 전기 포텐셜을 도입하였다.

$$\phi'(x, y, z, t) = \phi'_0(x, y, t) - (z - z'_0) E'_z(x, y, t) + 4 \left( \frac{z - z'_0}{h'} \right)^2 \times \left[ (z - z'_0) \left( \frac{\bar{\phi}^j(x, y, t)}{h'} + E'_z(x, y, t) \right) - \phi'_0(x, y, t) \right] \quad (6)$$

여기서  $\phi'_0$  는 k 번째 압전층의 중간 면에서의 포텐셜을 나타내고,  $E'_z$  는 전기장을 나타낸다. 식 (6)의 두 번째 항인  $-(z - z'_0) E'_z$  는 두께 방향으로 포텐셜의 선형 변화를 나타내고 세 번째 항은 고차의 수정 항으로 두께 방향으로의 전기 포텐셜의 비균질 변화를 나타낸다. 이 고차 전기 포텐셜은 압전 소자 (piezoelectric transducer) 의 윗면과 아래면의 전극 (electrode) 에서 주어진 등가경계조건을 만족한다. 세 번째 항의  $\bar{\phi}^j$  는 j 번째 압전 소자의 윗면과 아래면의 전극에서의 포텐셜의 차이를 나타내고,  $z'_0$  와  $h^j$  압전층의 중간면의 위치와 두께를 나타낸다.

### 2.3 유한요소 정식화

유한요소 정식화를 위하여 4 절점 평판요소를 사용하였다. 면내방향 변위와 전기 포텐셜은 선형 Lagrange 형상 함수 (interpolation function) 를 사용하였으며, 두께 방향 변위는 Hermite 이차 형상함수를 사용하였다. 변위장과 j 번째 압전층의 전기 포텐셜은 절점 변위, 절점 전기장 그리고 형상함수를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(u_1, u_2, \phi_1, \phi_2, \bar{u}'_1, \bar{u}'_2) = \sum_{m=1}^4 N_m(u_1)_m, (u_2)_m, (\phi_1)_m, (\phi_2)_m, (\bar{u}'_1)_m, (\bar{u}'_2)_m$$

$$w = \sum_{m=1}^4 \{ H_m(w)_m + H_{xm}(w_x)_m + H_{ym}(w_y)_m \} \quad (7)$$

$$\bar{w}^j = \sum_{m=1}^4 \{ H_m(\bar{w})_m + H_{xm}(\bar{w}_x)_m + H_{ym}(\bar{w}_y)_m \}$$

$$(\phi'_0, E'_z) = \sum_{m=1}^4 N_m(\phi'_0)_m, (E'_z)_m$$

여기서,  $N_m$  은 선형 Lagrange 형상함수이고,  $H_m$ ,  $H_{xm}$ ,  $H_{ym}$  은 Hermite 형상함수이다. 식 (7)에서 보여진 변위장과 절점 변위, 절점 전기장과의 관계는 다음의 행렬관계식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \{u_u^c\} \\ \{u_\phi^c\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [N_u] \\ [N_\phi] \end{bmatrix} \{d_u\} \quad (8)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \{u_u^c\} &= [u_1, u_2, w, \phi_1, \phi_2, \bar{u}'_1, \bar{u}'_2, \bar{w}^j] \\ \{d_u\} &= [u_1, u_2, w_1, w_2, w_y, w_x, \phi_1, \phi_2, \bar{u}'_1, \bar{u}'_2, \bar{w}^j, \bar{w}^j, \bar{w}^j, \bar{w}^j, \dots] \\ \{u_\phi^c\} &= [\phi'_0, E'_z] \\ \{d_\phi\} &= [\phi'_0, E'_z, \dots] \end{aligned} \quad (9)$$

$$[N_u] = \begin{bmatrix} N_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D \\ 0 & N_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D \\ 0 & 0 & H_i & H_{xi} & H_{yi} & 0 & 0 & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & N_i & 0 & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_i & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{N}_i^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{0}^D & \bar{N}_i^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{0}^D \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{H}_i^D & \bar{H}_i^D & \bar{H}_i^D \end{bmatrix}$$

$$[N_\phi] = \begin{bmatrix} \dots & N_i & 0 & \dots \\ 0 & N_i & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

식 (9)에서, 위 첨자 D 는 두께 방향으로의 층간 분리의 숫자를 나타내고,  $\bar{0}^D$  는 1xD null row vector, 그리고  $\bar{N}_i^D$ ,  $\bar{H}_i^D$ ,  $\bar{H}_{xi}^D$ ,  $\bar{H}_{yi}^D$  는 1xD 행 벡터로 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \bar{N}_i^D &= [N_i \quad \dots \quad N_i] \\ \bar{H}_i^D &= [H_i \quad \dots \quad H_i] \\ \bar{H}_{xi}^D &= [H_{xi} \quad \dots \quad H_{xi}] \\ \bar{H}_{yi}^D &= [H_{yi} \quad \dots \quad H_{yi}] \end{aligned} \quad (10)$$

고차 변위장과 고차 전기장에 기초하여, 유한요소에서의 변위장  $u(x, y, z, t)$ , 유한요소 변형률  $\varepsilon(x, y, z, t)$ , 전기 포텐셜  $\phi^j(x, y, z, t)$ , 그리고 전기장  $E^j(x, y, z, t)$  는 다음과 같이 쓸 수 있다

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= L_u u_u^c(x, y, t) \\ \varepsilon(x, y, z, t) &= L_\varepsilon u_u^c(x, y, t) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\phi^j(x, y, z, t) = V_b(z - z'_0, h^j, \bar{\phi}^j) + L_\phi^j u_\phi^c(x, y, z, t)$$

$$E^j(x, y, z, t) = -F_b(z - z'_0, h^j, \bar{\phi}^j) - L_E^j u_\phi^c(x, y, z, t)$$

여기서,

$$L_u = \begin{bmatrix} 1 & 0 & B_1^k(z) \frac{\partial}{\partial x} & A_1^k(z) & 0 & \bar{H}^D & \bar{0}^D & \bar{C}_1^j(z) \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 1 & B_2^k(z) \frac{\partial}{\partial y} & A_2^k(z) & \bar{0}^D & \bar{H}^D & \bar{0}^D & \bar{C}_2^j(z) \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \bar{0}^D & \bar{0}^D & \bar{H}^D \end{bmatrix}$$

$$L_\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & B_1^k(z) \frac{\partial^2}{\partial x^2} & A_1^k(z) \frac{\partial}{\partial x} & 0 & \bar{H}^D \frac{\partial}{\partial x} & \bar{0}^D & \bar{C}_1^j(z) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & B_2^k(z) \frac{\partial^2}{\partial y^2} & A_2^k(z) \frac{\partial}{\partial y} & \bar{0}^D & \bar{H}^D \frac{\partial}{\partial y} & \bar{0}^D & \bar{C}_2^j(z) \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ 0 & 0 & (1 + B_{2,z}^k(z)) \frac{\partial}{\partial y} & 0 & A_{2,x}^k(z) & \bar{0}^D & \bar{0}^D & (\bar{C}_{2,z}^j(z) + \bar{H}^D) \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & (1 + B_{1,x}^k(z)) \frac{\partial}{\partial x} & A_{1,z}^k(z) & 0 & \bar{0}^D & \bar{0}^D & (\bar{C}_{1,x}^j(z) + \bar{H}^D) \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & (B_1^k(z) + B_2^k(z)) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} & A_1^k(z) \frac{\partial}{\partial y} & A_2^k(z) \frac{\partial}{\partial x} & \bar{H}^D \frac{\partial}{\partial y} & \bar{H}^D \frac{\partial}{\partial x} & (\bar{C}_1^j(z) + \bar{C}_2^j(z)) \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}$$

$$L_\phi^j = \begin{bmatrix} 1 - 4 \frac{(z - z'_0)^2}{(h^j)^2} & -(z - z'_0) + 4 \frac{(z - z'_0)^3}{(h^j)^2} \end{bmatrix}$$

$$L_E^j = \begin{bmatrix} \left(1 - 4 \frac{(z-z_0^j)^2}{(h^j)^2}\right) \frac{\partial}{\partial x} \left(4 \frac{(z-z_0^j)^3}{(h^j)^2} - (z-z_0^j)\right) \frac{\partial}{\partial x} \\ \left(1 - 4 \frac{(z-z_0^j)^2}{(h^j)^2}\right) \frac{\partial}{\partial y} \left(4 \frac{(z-z_0^j)^3}{(h^j)^2} - (z-z_0^j)\right) \frac{\partial}{\partial y} \\ -8 \frac{(z-z_0^j)}{(h^j)^2} & 12 \frac{(z-z_0^j)^2}{(h^j)^2} - 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$V_b(z-z_0^j) = 4\bar{\phi}^j \frac{(z-z_0^j)^3}{(h^j)^3}$$

$$F_b(z-z_0^j) = \left[ 0 \quad 0 \quad 12\bar{\phi}^j \frac{(z-z_0^j)^2}{(h^j)^3} \right]^T$$

식 (11)을 식 (2)와 (4)에 차례로 대입하면 다음과 같은 행렬형태의 운동방정식을 얻을 수가 있다.

$$\begin{aligned} M\ddot{d}_u + C\dot{d}_u + K_{uu}d_u + K_{u\phi}d_\phi &= F_u \\ K_{\phi u}d_u + K_{\phi\phi}d_\phi &= F_\phi \end{aligned} \quad (13)$$

여기서,  $d_u$ 는 유한요소의 절점 변위,  $d_\phi$ 는 압전 층의 절점 전기장을 나타낸다. 매트릭스  $M$ 과  $C$ 는 질량과 감쇠행렬을 나타낸다. 매트릭스  $K_{u\phi}$ 와  $K_{\phi u}$ 는 압전-탄성 연성효과에 의해서 나타나는 강성 행렬이다. 이 연성행렬이 압전체에 전압을 걸어주었을 때 변형률을 발생시켜 작동기의 역할을 하게 하거나 탄성체의 변형에 따라 전기적 신호를 생성시켜 센서로서의 역할을 하도록 해준다. 또한 이 연성행렬은 정상상태(steady state)에서의 평형위치(equilibrium position)에도 영향을 미치게 된다. 매트릭스  $K_{uu}$ 는 강성행렬,  $K_{\phi\phi}$ 는 압전 강성행렬을 나타낸다. 그리고, 벡터  $F_u$ 와  $F_\phi$ 는 기계적, 전기적 외력을 나타낸다.

층간 분리가 있는 복합재 적층판이 진동을 하는 경우에는, 층간 분리부가 조금 열렸다 닫히면서 접촉이 발생하게 된다. 이러한 현상을 층간 분리부의 "breathing" 현상이라고 한다. 층간 분리가 존재하는 복합재 적층판의 정확한 과도응답을 예측 하려면 이러한 현상을 정확하게 모델링 하는 것이 중요하다. 층간 분리부 사이의 접촉은 비선형적인 과도응답을 만들게 되고 일반적으로 시간에 대한 직접 적분법을 이용하여 동적응답을 얻게 된다. 본 연구에서는 층간 분리부의 접촉을 묘사하기 위해서 층간 분리부 사이에 가상스프링을 도입하였다. 이 스프링은 인장하중 하에서는 영의 강성을 가지고 압축하중 하에서는 탄성체의 강성에 비례하는 강성을 가지게 된다. 이러한 방법은 층간 분리가 있는 복합재 적층판의 좌굴 해석<sup>13-15</sup>에 흔히 사용되어지고 있다.

층간 분리부의 접촉을 묘사하기 위해서 먼저

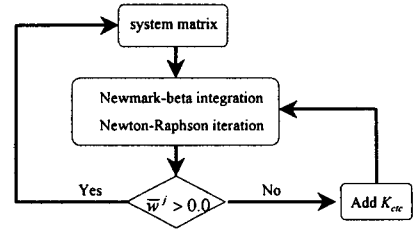


Fig. 2 Flow chart of the contact algorithm

식 (13)을 정적 응축 (static condensation)하고 여기에 가상의 스프링을 집어 넣으면 운동 방정식이 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} M\ddot{d}_u + C\dot{d}_u + (K_{uu} - K_{u\phi}K_{\phi\phi}^{-1}K_{\phi u})d_u + K_{cic}d_u &= F_u - K_{u\phi}K_{\phi\phi}^{-1}F_\phi \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,  $K_{cic}$ 는 접촉강성행렬이다. 이 스프링 상수는 층간 분리부가 열리고 닫히는 것을  $\bar{w}$ 에만 더해진다. 이 접촉 문제의 과도응답을 구하기 위해서 직접 적분법인 Newmark-beta 방법과 Newton-Raphson iteration<sup>16,17</sup>을 이용하였다. 비선형적인 과도응답을 얻기 위하여 접촉이 일어나는 동안에는 predictor and corrector 방법을 이용하였다. 이 방법은 Fig. 2에서와 같이 먼저 층간 분리부의 윗면과 아래면에서의 절점의 변위를 구하고 만약 층간 분리부가 열려 있으면 가상 스프링 상수는 영으로 한다. 하지만 만약 predictor가 층간 분리부가 닫히는 과정에서 절점 변위가 접촉이 되어 있다고 하면 스프링 상수가 운동방정식에 더해지게 된다. 그러면 수치 알고리즘은 접촉이 발생하는 동안의 층간 분리부의 보정된 절점 변위 값을 제공하게 된다.

### 3. 수치예

#### 3.1 접촉 모델을 이용한 과도 응답해석

층간 분리가 있는 복합재 적층판의 과도응답 특성을 알아보기 위하여 Fig. 1과 같이 하나의 층간 분리가 존재하는 한쪽이 고정된 형태의 carbon cyanate 적층판을 예제로 선택하였다. 적층 배열은 [0/90]<sub>4s</sub>이며 물성치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E1 &= 380 \text{ Gpa}, & E2 &= 16.6 \text{ Gpa}, & G12 &= 4.2 \text{ Gpa}, \\ \rho &= 1800 \text{ Kg/m}^3, & \nu12 &= 0.31, & \nu23 &= 0.42. \end{aligned}$$

적층판의 크기는 길이가 30.5 cm, 폭이 5 cm, 그리고 두께가 0.218 cm 이다. 층간 분리부의 크기는 10.4 cm X 5 cm이며, 고정 경계단으로부터

10.3 cm 떨어져 있다. 층간 분리부의 두께 방향으로의 위치는 가운데 면으로부터 2 번째 면에 존재한다. 압전 센서의 크기는 5 cm x 2.5 cm x 0.025cm 이며, 고정 경계단으로부터 1 cm 떨어져 있고, 적층판이 외력에 의해 진동할 때 전압을 감지하는데 사용되어진다. 압전 센서의 물성치는 다음과 같다.

$$E = 63 \text{ GPa}, \quad \rho = 7700 \text{ Kg/m}^3, \quad \nu = 0.28,$$

$$d_{31} = d_{32} = 250 \text{ pm/V}, \quad b_{11} = b_{33} = 15.3 \text{ nf/m}$$

적층판은 가장자리 끝 단에 1 N의 외력으로 30 Hz로 진동을 시켰다. 적층판은 4 절점 평판 요소를 사용하여 유한요소화를 시켰으며, 전체 요소의 크기는 30 x 4이며 층간 분리부의 요소는 10 x 4이다. Fig. 3은 층간 분리부가 있는 경우와 없는 경우의 적층판 끝단에서의 시간에 따른 응답을 보여준다. 층간 분리부가 있는 경우와 없는 경우의 과도 응답의 차이는 층간 분리부 때문에 나타나는 고유 진동수의 변화 때문에 나타난다. 그리고 층간 분리부가 존재하는 경우에는 전체 적층판의 강성이 층간 분리부가 없는 경우보다는 낮아지기 때문에 과도 응답의 크기가 Fig. 3에서와 같이 조금 커지게 된다. Fig. 4는 같은 조건 하에서 층간 분리부의 중간 지점에서의 윗면과 아래면의 과도 응

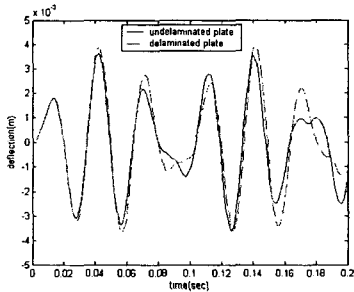


Fig. 3 Time history of tip deflection of the undelaminated and delaminated plate

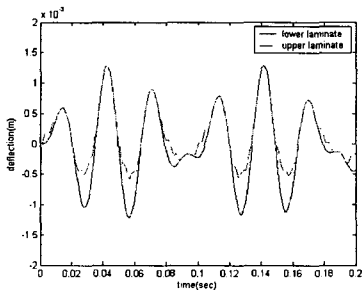


Fig. 4 Time-displacement history of upper and lower delaminated laminates

답을 나타낸다. 층간 분리부 때문에 나타나는 “breathing” 현상을 관찰하기 위해서 층간 분리 자유도에  $10^5$ 의 상수로 확대를 하였다. Fig. 4는 층간 분리부가 진동을 하는 동안에 나타나는 열림과 닫힘 현상을 아주 잘 보여주고 있다. 층간 분리부에 의해서 나타나는 이러한 “breathing” 현상은 임의의 시간에서 나타나는 적층판의 변형 모습을 관찰하면 뚜렷이 나타난다. Fig. 5는 45, 50, 55 ms에서의 적층판의 변형을 나타내는데 “breathing” 현상이 뚜렷이 관찰됨을 알 수 있다. Fig. 6은 층간 분리가 있는 경우와 층간 분리가 없는 경우에 적층판 표면에 부착된 압전 센서의 전압 과도 응답을 보여준다. 저주파의 조화함수로 가진 되는 경우에는 센서의 전압 특성이 적층판 끝 단의 과도 응답 특성과 똑 같이 나오는 것을 알 수가 있다.

층간 분리부의 접촉에 의한 과도 응답 특성을 비교하기 위하여 Fig. 7에 접촉에 의한 효과를 고려하지 않는 경우에 나타나는 층간 분리부의 과도 응답 특성을 나타내었다. Fig. 7에서 보는 바와 같이 적층판이 진동하는 동안 층간 분리부의 윗면과 아래면에서 서로 침범이 일어남을 볼 수가 있다.

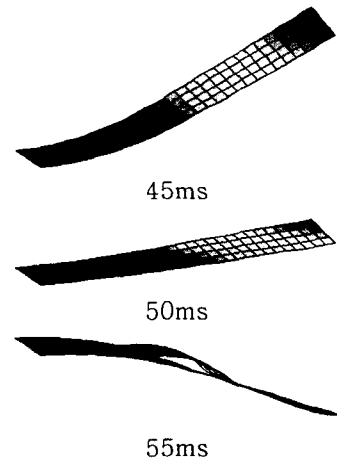


Fig. 5 Structural Deformation at different time instant with contact

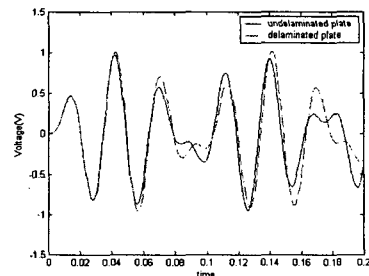


Fig. 6 Sensor output of the undelaminated and delaminated plate

이는 물리적으로 가능한 일이 아니며, 이 때문에 층간 분리부가 존재하는 복합재 적층판의 과도 응답 특성을 해석할 경우에는 반드시 접촉 효과를 고려해야 함을 알 수가 있다.

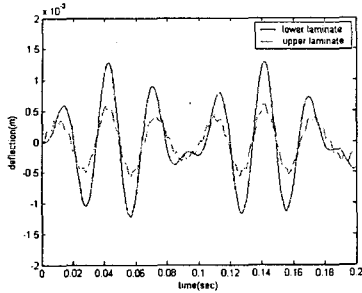


Fig. 7 Time displacement history of upper and lower delaminated laminates interfaces without contact

### 3.2 실험적 고찰

층간 분리부의 접촉을 고려한 과도 응답 특성의 유효성을 검증하기 위하여 Fig. 8 과 같은 실험적 검증을 하였다. 앞의 절에서 사용되었던 복합재 적층판에 두 개의 압전 소자( PZT : lead zirconate titanate)를 복합재 표면에 부착하였다. 고정단에서 가까운 PZT 는 적층판을 진동 시키는 작동기로 사용하였으며, 고정단에서 멀리 떨어진 PZT 는 적층판의 과도 응답 특성을 얻기 위한 센서로 사용하였다. 작동기나 센서의 크기는 앞 절에서 사용한 것과 크기가 같으며, 센서의 위치는 고정단으로부터 19.5 cm 떨어져 있다. 실험은 저주파 진동에 주안점을 두었으며, PZT 작동기에 조화함수의 전압을 작용시켰다. 작동기에 부여한 전압은 최대 100 V 이며, 20Hz 로 작동을 시켰다. Fig. 9 는 층간 분리부가 있는 적층판의 센서의 출력전압을 실험적으로 구한 것과 수치적으로 구한 것을 나타낸다. 이 결과는 수치적으로 구한 층간 분리가 있는 복합재 적층판의 과도 응답 특성이 실험결과와 잘 일치함을 보여준다. Fig. 10 은 센서의 과도 응답으로부터 구한 주파수 대역을 비교한 것을 나타낸다. 가장 낮은 주파수인 20Hz 가 작동기

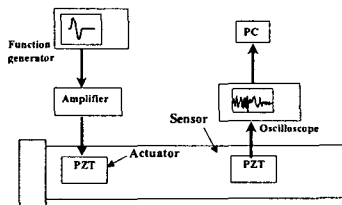


Fig. 8 Experimental setup and plate geometry for transient analysis

에 부여한 입력 주파수이고, 40Hz 가 적층판의 첫 번째 굽힘 모드에 대한 고유 진동수이며, 260Hz 부근의 값이 두 번째 굽힘 모드에 대한 고유진동수이다. 센서의 출력전압으로부터 구하여진 구조물의 고유진동수가 수치적 결과와 실험적 결과가 잘 일치함을 알 수 있다. 하지만, 센서의 출력 전압과 주파수 대역에서 약간의 오차를 보이는데, 이는 실험적 잡음이라고 할 수 있는 고정단 경계의 재현이나, 센서와 작동기의 위치에서 오는 차이와 해석할 때 사용한 가정들인 센서나 작동기가 적층판과 완전히 붙어있다는 것 등에서 오는 차이라고 생각이 된다.

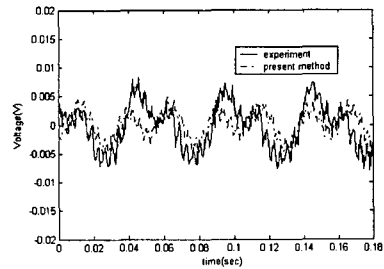


Fig. 9 Voltage output of PZT sensor of delaminated plate excited by 20 Hz voltage input

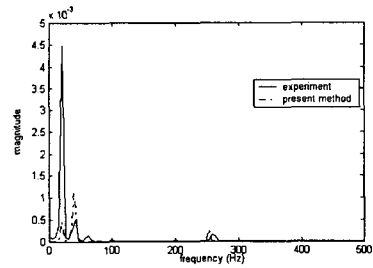


Fig. 10 Frequency response of sensor output of delaminated plate

## 4. 결론

층간 분리가 있는 복합재 적층판의 과도 응답 특성을 해석하기 위하여 새로운 수치 모델을 개발하였다. 층간 분리의 효과는 적층판의 표면에 부착된 압전 센서의 출력 전압을 이용하여 분석이 가능하였다. 향상된 층간 변위장은 계산 효율을 높이는 동시에 적층판에서 나타나는 층간 전단 응력이나 변위장을 잘 예측하였다. 층간 분리부가 진동을 하는 동안에 나타나는 "breathing" 현상은 가상의 접촉 스프링을 층간 분리부 사이에 집어 넣어서 잘 예측이 되었다. 다음은 이번 연구를 통

하여 얻은 중요한 결과들이다.

1. 복합재 적층판의 과도 응답은 층간 분리부의 존재에 의해 고유 진동수의 변화가 나타남을 보여준다.
2. 층간 분리부의 접촉 모델은 진동을 하는 동안 나타나는 "breathing" 현상을 잘 묘사한다.
3. 저주파 진동에서는 센서의 출력전압이 적층판의 과도 응답과 같은 양상을 보인다.
4. 실험적으로 구한 센서의 과도 응답이 수치적으로 구한 결과와 잘 일치한다.
5. 센서의 과도응답으로부터 구한 주파수 대역이 적층판의 고유 진동수를 잘 예측한다.

### 참 고 문 헌

- (1) Campanelli R. W. and Engblom J. J., "The effect of delaminations in graphite/PEEK composite plates on modal dynamic characteristics," *Composite Structures*, Vol. 31, 1995, pp. 195-202.
- (2) Saravanos D. A. and Hopkins D. A., "Effects of Delaminations on the Damped Dynamic Characteristics of Composite Laminates: Analysis and Experiments," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 192, No. 5, 1996, pp. 977-993.
- (3) Shen M. H. and Grady J. E., "Free Vibrations of Delaminated Beams," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 5, 1992, pp. 1361-1370.
- (4) Lee, J., "Free Vibration analysis of delaminated composite beams," *Computers and Structures*, Vol. 74, 2000, pp. 121-129.
- (5) Parhi P. K., Bhattacharyya S. K. and Sinha P. K. "Dynamic analysis of multiple delaminated composite twisted plates," *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, Vol 71, No. 5, 1999, pp. 451-461.
- (6) Nath Y., and Shukla K.K. "Nonlinear Transient Analysis of Moderately Thick Laminated Composite Plates," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 247, 2001, pp. 509-526..
- (7) Parhi P. K., Bhattacharyya S. S. and Sinha P. K., "Hygrothermal Effects on The Dynamic Behavior of Multiple Delaminated Composite Plates and Shells," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 248, 2001, pp. 195-214.
- (8) Kwon Y. W. and Aygunes, H., "Dynamic Finite Element Analysis of Laminated Beams with Delamination Cracks using Contact-Impact Conditions," *Computers and Structures*, Vol. 8, No 6, pp. 1161-1169.
- (9) Thornburgh R. and Chattopadhyay A., "Modeling the Dynamic Effects of Delamination in Adaptive Composite Laminate," *In: Proc., 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference and Exhibition*, Denver, April 2002.
- (10) Kim H. S., Zhou X. and Chattopadhyay A., "Interlaminar Stress Analysis of Shell Structures with Piezoelectric Patch Including Thermal Loading," *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 12, 2002, pp. 2517-2525.
- (11) Kim H. S., Chattopadhyay A. and Ghoshal A., "Dynamic Analysis of Composite Laminates with Multiple Delamination using Improved Layerwise Theory," *AIAA Journal*, Vol. 41, No. 9, 2003, pp. 1771-1779.
- (12) Chattopadhyay A., Li, J. and Gu H., "Coupled Thermo-Piezoelectric-Mechanical model for Smart Composites," *AIAA Journal*, Vol. 37, 12, 1999, pp. 1633-1638.
- (13) Kardomateas G. A. and Schmueser D. W., "Buckling and postbuckling of delaminated composites under compressive loads including transverse shear effects," *AIAA Journal* Vol. 26, 1988, pp. 337-343.
- (14) Pavier M. J. and Clarke M. P., "A specialized composite plate element for problems of delamination buckling and growth," *Composite Structures*, Vol. 35, 1996, pp. 45-53.
- (15) Kim J.S. and Cho M., "Buckling Analysis for Delaminated Composites Using Plate Bending Elements Based on Higher-Order Zig-Zag Theory," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 55, No. 11, 2002, pp. 1323-1343.
- (16) Bathe, K.J., "Finite Element Procedures," Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1996.
- (17) Argyris J. and Mlejnek H. P., "Dynamics of Structures," New York: Elsevier Sci. Publishers, 1991.