

형상기억합금의 양방향효과를 이용한 두개의 형상기억합금선이 부착된 작동기의 수치해석

Numerical Simulation of Double SMA wire Actuator Using Two-Way Shape Memory Effect of SMA

김상현* · 조맹효**

Sanghaun Kim and Maenghyo Cho

Key Words : SMA; Two-Way Shape Memory Effect; Residual Stress; Double SMA wire Actuator; SMA Constitutive Equation

ABSTRACT

A structure using the two-way shape memory effect (TWSME) returns to its initial shape by increasing or decreasing temperature under initial residual stress. Through the thermo-mechanical constitutive equation of shape memory alloy(SMA) proposed by Lagoudas et al., we simulate the behavior of a double actuator in which two SMA wires are attached to the tip of panel under the initially given residual stress. Through the numerical results conducted in the present study, the proposed actuator device is suitable for repeated actuation. The simulation algorithm proposed in the present study can be applied extensively to the analysis of the assembled system of SMA-actuator and host structure in the practical applications.

1. 서 론

형상기억합금(SMA)은 작동기로서 지능구조물에 자주 이용되어진다. SMA은 큰 회복력과 변위를 낼 수 있는 능력 때문에 다양한 구조물의 제어에 이용된다. 예를 들어 우주선 안테나, 비행기 날개 그리고 잠수함의 고물 등의 형상제어 또는 진동제어에 적용되어질 수 있을 것이다.

최근 SMA의 연구들은 열-기계적인 재료의 거동 특성과 일방향 형상기억효과를 이용한 작동기로 적용범위가 제한적이었다. 따라서 본 연구에서는 잔류응력하에 놓인 양방향 형상기억효과를 이용한 작동기에 대하여 수치해석을 수행하였다.

우선 SMA의 특성을 살펴보면 다음과 같다. SMA를 상변이시키는 방법에는 두가지 방법이 있는데 한가지는 온도만을 이용하는 것이고 다른 하나는 SMA에 응력만을 증가시키는 방법이다. 또한 거동의 측면에서 SMA를 일반구조물에 적용함에 있어 보통 SMA의 형상기억효과(Shape Memory Effect)와 초탄성거동(Super-elasticity or Pseudo-elasticity)을 이용한다.

이러한 SMA의 특성을 표현하기 위한 구성방정식에 관한 연구는 제안된 모델에 따라 크게 5가지로 구분할 수 있다. 이를 나열하면 Tanaka 모델, Liang & Rogers 모델,

Brinson 모델, Boyd-Lagoudas 모델, Abeyaratne 모델등이 있다.

앞에서 언급한 SMA의 거동특성에서 온도만을 증가시키거나, 응력만을 증가시켜서 구조물에 적용하면 형상만 변화시킬뿐 구조물이 다시 원래의 형상으로 되돌아 올 수 없다. 이는 SMA의 일방향 효과(One-Way Effect)만을 이용하였기 때문이다. 따라서 SMA를 구조물에 작동기로 적용시킬 때 구조물을 원래의 형상으로 되돌리는 방법은 응력과 온도를 연동하여(Coupled) 작동시켜야한다. 이를 양방향 효과(Two-Way Effect)라 하는데 이는 응력-변형을 선도가 온도에 따라 다르게 나타나는 SMA의 성질을 이용한 것이다. 즉, SMA가 온도에 따라 상변이 시작응력(phase-transformation stress thresholds)이 다르게 나타남을 이용한 것이다. 따라서 본 연구에서는 잔류응력 하에서 양방향 형상기억효과를 고려하였다. 잔류응력 하에 놓인 SMA에 온도를 높여주면 변형이 되었다가 온도를 내려주면 다시 원래의 모양으로 되돌아간다. 같은 이유로 SMA을 일반구조물에 적용하여 SMA에 온도를 높여주면 피구동 구조물의 형상이 변형되었다가 온도를 내려주면 다시 원래의 형상으로 되돌아간다.

한편 SMA wire만을 작동기에 사용한 이유는 비록 구성방정식은 3차원까지 확장할 수 있지만 현재까지 1D 수준의 실험결과만이 제시되고 있어 정확하게 3차원 구조물을 사용하기란 어렵기 때문이다. 또한 wire만으로도 일반구조물에 적용하였을 경우 충분히 우리가 원하는 형상을 얻을 수

* 서울대학교 기계항공공학부 대학원

** 서울대학교 기계항공공학부

E-mail : mhcho@snu.ac.kr

Tel : (02) 880-1695, Fax : (02) 880-1693

있다.

2. SMA 구성방정식

SMA은 응력과 온도에 따라 오스테나이트와 마르텐사이트 상으로 상변이 하므로 이를 표현하기 위해 마르텐사이트 체적비로 순수 상변이만을 고려하여 Gibbs 자유에너지를 표현하면 다음과 같다.

$$G(\sigma_y, T) = G^A(\sigma_y, T) + \xi [G^M(\sigma_y, T) - G^A(\sigma_y, T)] + G^{ms} \quad (1)$$

여기서 G 는 전체 Gibbs 자유에너지를 G^A, G^M 은 각각 오스테나이트, 마르텐사이트 상에서 Gibbs 자유에너지를 나타내며 G^{ms} 는 상변이하는 동안 소성 변형률(Inelastic Strain)을 담당하며 소성경화(Plastic Hardening)와 비슷한 개념으로 상변이 변형률(Transformation Strain)을 담당하는 상변이 과정의 자유에너지이다. 한편, 상변이 과정의 자유에너지(G^{ms})는 내부응력(σ_y), 온도(T), 마르텐사이트 체적비(ξ) 그리고 상변이 변형률(ϵ_y^i)의 함수가 되지만 상변이 변형률은 응력과 온도가 극히 작은 변화에서 발생하므로 이들의 효과를 무시할 수 있어 다음과 같은 표현이 가능하다.

$$G^{ms} = G^{ms}(\sigma_y, T, \xi, \epsilon_y^i) = f(\xi, \epsilon_y^i) \quad (2)$$

식(1), (2)에 의해서 SMA의 자유에너지식을 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$G(\sigma_y, T) = -\frac{1}{\rho} S_{ym} \sigma_y \sigma_m - \frac{1}{\rho} \alpha_y \sigma_y \Delta T + c \left[\Delta T - T \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right] - s_0 T + u_0 \quad (3)$$

$$G(\sigma_y, T, \xi, \epsilon_y^i) = G^A(\sigma_y, T) + \xi [G^M(\sigma_y, T) - G^A(\sigma_y, T)] + f(\xi, \epsilon_y^i) \quad (4)$$

식(3)은 자유 에너지와 열역학 제1법칙을 이용하여 단일상에서 응력과 온도로 이루어진 Gibbs 자유 에너지를 나타낸다. 이러한 단일상에서의 구성방정식과 마르텐사이트 체적비(ξ)를 이용하여 서로 다른 두 상간의 자유 에너지 관계를 표현하면 식(4)로 나타낸다. 이때 소성 이론에서 주어지는 것과 유사한 경화함수(Hardening Function) $f(\xi, \epsilon_y^i)$ 를 이용하여 에너지의 발산을 표현하였다. 또한 이는 에너지 보존이 표현되어짐도 알 수 있다. 위 식(4)의 표현의 단점으로 미세구조에서 재배귀 효과(Reorientation Effect)를 설명할 수 없다는 것이다. 그러나 거시적인, 현상학적 거동은 표현할 수 있다.

$$G(\sigma_y, T, \xi, \epsilon_y^i) = -\frac{1}{\rho} \bar{S} : \sigma - \frac{1}{\rho} \bar{\sigma} : \sigma - \frac{1}{\rho} \bar{\alpha} : [\bar{\alpha}(T - T_0)] + \bar{c} \left[(T - T_0) - T \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right] - \bar{s}_0 T + \bar{u}_0 + f(\xi) \quad (5)$$

$$\begin{cases} \bar{S} := S^A + \xi \Delta S \\ \bar{c} := c^A + \xi \Delta c \\ \bar{u}_0 := u_0^A + \xi \Delta u_0 \end{cases} ; \quad \begin{cases} \bar{\alpha} := \alpha^A + \xi \Delta \alpha \\ \bar{s}_0 := s_0^A + \xi \Delta s_0 \end{cases} ; \quad \begin{cases} \Delta S = S^M - S^A & ; \quad \Delta \alpha = \alpha^M - \alpha^A \\ \Delta c = c^M - c^A & ; \quad \Delta s_0 = s_0^M - s_0^A \\ \Delta u_0 = u_0^M - u_0^A \end{cases} \quad (6)$$

식(5), (6)은 식(4)를 SMA이 가지고 있는 두 상의 물성치를 이용하여 나타낸 식들이다. 여기서 ρ 는 SMA의 밀도, S 는 컴플라이언스, α 는 열팽창 계수, c 는 비열, s_0 는 초기 엔트로피, u_0 는 초기 내부에너지를 나타낸다.

$$T \dot{\eta} = \sigma_y \dot{\epsilon}_y - \rho \dot{\psi} - \rho s \dot{T} \geq 0 \quad (7)$$

식(7)은 열역학 제1법칙과 자유에너지를 이용하여 열역학 제2법칙인 Truesdell & Noll Strong Local Form으로 에너지의 발산을 표현한 식이 된다. 이는 열복사와 열원효과를 무시한 경우이다($T \dot{\eta} \geq 0$). 여기서 $\dot{\eta}$ 는 재료의 미세구조학적 재배열(Microstructural Rearrangement)에 의해 생산되는 국소엔트로피(Local Entropy Production)를 나타낸다.

$$\dot{G} = \frac{\partial G}{\partial \sigma_y} \dot{\sigma}_y + \frac{\partial G}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial G}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial G}{\partial \epsilon_y^i} \dot{\epsilon}_y^i \quad (8), \quad \epsilon_y = \epsilon_y^e + \epsilon_y^i \quad (9)$$

Gibbs 자유에너지의 시간에 대한 변화율인 식(8)과 변형률을 열탄성과 상변이 부분으로 분해한 식(9)을 이용하여 다음의 에너지 발산식을 표현하였다.

$$T \dot{\eta} = (\sigma_y - \rho \frac{\partial f}{\partial \epsilon_y^i}) \dot{\epsilon}_y^i - \rho \frac{\partial G}{\partial \xi} \dot{\xi} \geq 0, \quad T \dot{\eta} = \phi' \quad (10)$$

여기서 ϕ' 는 상변이 동안의 에너지 발산을 나타내며 식(10)을 일관성 조건(Consistency Condition)이라고 한다. 한편, 경화함수 $f(\xi, \epsilon_y^i)$ 는 상변이 변형률에 독립적 즉, 운동학적 상변이 경화(Kinematic Transformation Hardening)가 고려되지 않으면서 단성 변형에너지를 담당하기 때문에 항상 양의 값을 가져야 한다. 그리고 상변이 동안 형성되는 새로운 상의 미세구조 때문에 변곡점(Return Point)이 존재해야 된다. 이런 가정에 의해 다음의 식들을 만족시킨다. 또한 앞서 언급된 이유로 상변이 변형률은 순수하게 상변이 정도를 나타내는 마르텐사이트 체적비에 비례한다. 이를 정리하면 다음과 같다.

$$f = f(\xi), \quad f(0) = 0, \quad f(\xi) \geq 0 \quad (11), \quad \epsilon_y^i = \Lambda_y \xi \quad (12)$$

여기서 Λ_y 는 상변이 텐서로써 SMA의 종류 또는 축방향에 따른 상변이 정도를 나타낸다. 식(11), (12)를 식(10)에 적용하면 에너지 발산식이 아래와 같이 간단히 구해진다.

$$T \dot{\eta} = \left(\sigma_y \Lambda_y - \rho \frac{\partial G}{\partial \xi} \right) \dot{\xi} = \Pi \dot{\xi} \geq 0, \quad T \dot{\eta} = \phi' \quad (13)$$

여기서 Π 는 열역학적 힘(Thermodynamic Force)이라고 하며 열역학적 힘과 마르텐사이트 체적증분량의 곱으로 나타나는 일관성 방정식(ϕ')은 다음에 설명될 Kuhn-Tucker Condition에 의해 그 순간의 온도에서의 탄성구간과 상변이 구간을 나타내는 중요한 식이 된다.

$$\dot{\xi} = \lambda \frac{\partial \phi'}{\partial \Pi} \quad (14), \quad \lambda \geq 0 \text{ and } \phi' \leq Y \Rightarrow \lambda(\phi' - Y) = 0 \quad (15)$$

$\Pi < 0, \quad \dot{\xi} = 0$: Thermoelastic Region

$\Pi = 0, \quad \dot{\xi} > 0$: Transformation Region (16)

식(14)는 관련흐름법칙(Associative Flow Rule)을 나타내며 항복면(Yield Surface or Loading Surface)에 수직한 방향으로 상변이 변형률이 발생한다는 것을 의미한다. 식(15)는 Kuhn-Tucker Condition의 전형적인 형태이며 일관성 방정식이 항복면에 놓일때 즉, Y 에 도달하면 에너지가 발산된다는 구속조건을 나타낸다. 여기서 Y 는 상변이가 일어나기 시작하는 응력값이다. 식(16)은 Kuhn-Tucker Condition에 일관성 방정식을 적용한 것이다. 이는 앞서 언급한바와 같이 제안된 구성방정식에 의한 SMA의 거동이 열탄성구간과 상변이 구간으로 연속성있게 거동하도록 하는 중요한 식이다.

변형이 시간에 대하여 무관(Rate-Independent)하다는 가정하에 에너지 발산을 나타내는 $\dot{\phi}'$ 도 시간에 대하여 무관하다.

$$\dot{\phi}' = 0 \quad (17)$$

위 식은 상변이 구간에서 일관성 조건을 나타내며 이 조건과 식(13)의 일관성 방정식을 이용하면 다음과 같이 열역학적 힘에 대한 일관성 조건이 구해진다.

$$\dot{\Pi} = 0 \quad (18)$$

위 식은 상변이 구간에서 연속조건을 나타내며 다음과 같은 접선값(또는 증분값)을 구할 수 있는 중요한 식이 된다.

$$-\left(\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varepsilon'_y} \Lambda_y\right) \dot{\xi} = \frac{\partial \Pi}{\partial \sigma_y} \dot{\sigma}_y + \frac{\partial \Pi}{\partial T} \dot{T} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Pi = & \sigma_y \Lambda_y - \rho \frac{\partial G}{\partial \xi} \\ = & \sigma : \Lambda + \frac{1}{2} \sigma : \Delta \sigma : \Delta \sigma + \sigma : \Delta \alpha (T - T_s) - \rho \Delta c \left[(T - T_s) - T \ln \left(\frac{T}{T_s} \right) \right] \\ & + \rho \Delta s_s T - \rho \Delta u_s - \rho \frac{\partial f}{\partial \xi} (\pm Y^*) \end{aligned} \quad (20)$$

식(19), (20)을 이용하여 상변이 구간에서 응력, 온도, 마르텐사이트 체적비의 증분을 구할 수 있다. 여기서 Y^* 는 일관성 방정식($\dot{\phi}'$)과 Y 의 관계를 열역학적 힘(Π)과의 관계로 나타낸 값이다. 그리고 양의 부호는 전방향 상변이를, 음의 부호는 후방향 상변이를 나타낸다.

3. 수치해 산출 알고리즘

3.1 구성방정식 수치해 산출 알고리즘

앞에서 유도된 구성방정식의 수치해를 구하기 위하여 Cutting Plane Return Mapping Algorithm을 사용하였다. 그 이유는 Model에 또다른 내부상태변수(Internal state variable)를 추가하면 더 많은 Gradients(=Tangent Values)가 필요하게 되며 이런 값들을 산출하는 일이 쉽지 않고 계산적으로도 비효율적이기 때문이다.

3.2 제안된 액추에이터 구조물의 해석 알고리즘

Fig. 1은 상온(301K)에서 초기 잔류응력하에 놓인 두개의

SMA wire가 50% 상변이 된 상태에서 한쪽이 힌지로 구속된 구조물에 고정되어있는 작동기를 나타내고 있다.

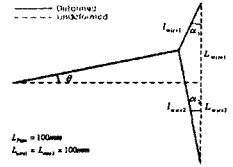
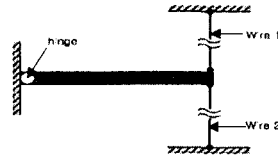


Fig. 1. Schematic Device

Fig. 2. Free Body Diagram

Fig. 2는 제시된 더블 SMA wire 액추에이터의 자유도를 나타내고 있으며 이를 이용하면 변위의 적합조건과 평형방정식이 다음과 같이 구해진다.

① 변위의 적합조건

$$\begin{aligned} L_{Plate} \sin \theta &= L_{wire1} - l_{wire1} \\ l_{wire1} + l_{wire2} &= L_{wire1} + L_{wire2} \end{aligned} \quad (37)$$

② 평형방정식

$$\sigma_{wire1} = \sigma_{wire2} = \sigma_{ver} \quad (38)$$

여기서 σ_{ver} 는 두 SMA wire 사이에 상호작용하는 평형상태에서 수직응력을 나타낸다.

두 SMA wire의 초기평형상태를 정한 다음 SMA wire1에 온도를 증가시키면 앞에서 유도된 구성방정식을 이용하여 새로운 온도와 초기 응력하에서 두 SMA의 길이를 구한다. 이때 구해진 두 SMA wire의 길이를 이용하여 변위의 적합조건이 위배되면 새로운 응력을 적용하여 다시 구해진 두 SMA wire 길이로 변위의 적합조건 부합에 들어간다. 길이가 오차범위에 들어올 때까지 반복계산을 한다. 오차범위 내로 들어온 응력값이 새로운 온도에서 두 SMA wire에 작용하는 새로운 응력이 될 것이다. 이때의 평형상태에서 평판의 회전량이 계산되어진다.

4. 더블 SMA wire 액추에이터 해석

두 SMA wire 모두 50% 상변이를 이루는 잔류응력 상태에서 가해진 온도 사이클은 wire1에 372K까지 온도를 올려준다(①과정). 그리고 wire1을 372K로 유지시키면서 wire2의 온도를 415K까지 올리고(②과정) wire2를 372K까지 내린다음(③과정) 두 SMA wire를 동시에 301K까지 식히는(온도를 내려주는) 과정(④과정)을 수행하였다. 2절과 3절에서 제시한 구성방정식과 해석 알고리즘을 이용하여 Fig. 1에 제시된 더블 SMA wire 액추에이터에 대하여 수치 해석을 수행해 보면 다음과 같은 결과가 도출된다.

Fig. 3 4은 앞에서 언급된 가해주는 온도 사이클 ①→②→③→④과정에 따른 SMA wire1과 wire2의 내부 변수인 잔류응력의 온도에 따른 변화를 보여주고 있다. 첫째로 ①과정에서 344까지는 변형이 없으며 344~355K 구간에서

선형적으로 변하다가 오스테나이트 끝온도인(Fig. 4) 355K 이상에서는 최초로 주어진 상변이 변형률이 완전하게 소멸 되면서 더 이상 변형이 발생하지 않음을 보여주고 있다. 이 과정에서 사용된 SMA 구성방정식은 wire1은 온도가 가해지는 구간이므로 후방향 상변이식을, wire2는 응력이 가해지는 구간이므로 전방향 상변이식을 사용하였다. 여기서 주목할 점은 최초로 wire1을 50% 상변이 시킨 상태이므로 오스테나이트 시작온도에 도달하여도 곧바로 후방향 상변이가 이루어지지 않고 오스테나이트 시작과 끝온도 중간에서 후방향 상변이가 발생함을 볼 수 있다. 둘째로 ②과정은 SMA wire2에 온도가 가해지는 경우이며 Fig. 4에서 알 수 있듯이 wire2가 오스테나이트 시작온도에 도달할 때까지 변형하지 않다가 이 온도 이상이 되면 선형적으로 내부변수들이 크게 변함을 볼 수 있다. 이때 온도를 415K까지 올려주어야 ①과정을 통하여 회전된 평판을 완전하게 되돌릴 수 있다. 이 과정에서 wire1은 응력만이 가해지므로 전방향 상변이 식을, wire2는 온도를 가하는 과정이므로 후방향 상변이 식이 사용되어졌다. 그리고 ③과정 즉, wire2만을 372K까지 식히는 과정을 통해 두 wire 모두 372K에서 같은 상태가 이루어지게 된다. 끝으로 ④과정을 통하여 두 SMA wire의 모든 변수들이 최초의 상태로 되돌아온다. 이들 과정에서는 두 wire 모두 온도를 내리는 과정이므로 전방향 상변이식이 이용된다.

Fig. 5은 두 SMA wire에 가해지는 온도 사이클에 의해서 발생하는 panel의 회전각(θ)을 SMA wire1의 온도에 대하여 plot한 것이다. Fig. 6는 가해진 온도 사이클에 따라 두 SMA wire의 거동을 잔류응도, 응력, 변형률 세 인자에 대해 입체적으로 보여주고 있다.

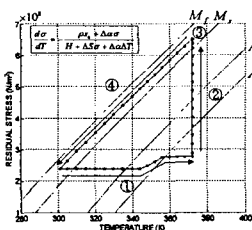


Fig. 3. Stress-Temperature Diagram at wire1

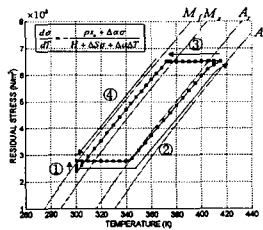


Fig. 4. Stress-Temperature Diagram at wire2

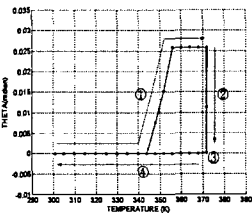


Fig. 5. Angle-Temperature Diagram at wire1

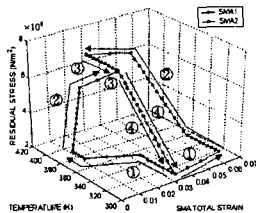


Fig. 6. Stress-Total Strain Temperature Diagram at wire1 and wire2 (3D)

4. 결론

본 연구를 통하여 잔류응력 하에서 두개의 SMA wire를 부착한 작동기는 최초의 형상으로 되돌릴 수 있음을 확인하였다. 하나의 SMA wire를 부착한 작동기는 작동방향이 SMA wire의 방향으로 한정되며, 작동을 위해서는 SMA wire의 온도가 내려갈 때까지 기다려야하는 단점이 있는 반면 두개의 SMA wire를 이용한 더블 액추에이터는 하나의 SMA wire로 이루어진 작동기에 비하여 작동범위가 다양할 뿐만 아니라 먼저 작동된 SMA wire가 최초의 온도로 식을 때까지 기다려야하는 단점을 없앨 수 있다. 이러한 작동기는 항공기의 Air Inlet, 날개, 일반적인 스위치 등에 적용될 수 있을 것으로 판단된다.

끝으로 본 연구에서는 SMA 구성방정식을 이용한 스마트 구조물의 해석을 수행하였고 3.2절에서 제시한 방법론은 다양한 SMA-구조물의 작동기 해석에 적용될 수 있을 것으로 예상된다.

후 기

본 연구는 과학기술부의 21C 프론티어사업중 "스마트 무인기 기술개발사업"의 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- (1) Birman, V., 1997, "Review of mechanics of shape memory alloy structures", Applied Mechanics Reviews 50, No. 11, pp.629-649.
- (2) M. A. Qidwai, D. C. Lagoudas, 2000, "Numerical implementation of a shape memory thermomechanical constitutive model using return mapping algorithms", International Journal for Numerical Methods in Engineering 47, pp.123-1168.
- (3) Blonk, B. J. and Lagoudas, D. C., 1998, "Actuation of Elastomeric Rods with Embedded Two-way Shape Memory Alloy Actuators", smart materials and structures, Vol. 7, pp.771-783.
- (4) Auricchio, F., Marfia, S. and Sacco, E., 2004, "Modelling of SMA material : Training and two way memory effects", Int. J. of Computers and Structures.
- (5) Steven, G. S., Lagoudas, D. C, Hughes, D. and Wen, J. T. 1997, "Modeling of a flexible beam actuated by shape memory alloy wires" Smart Material and Structures, Vol. 6, pp.265-277.
- (6) Simo, J. C. and T. J. R. Hughes., 1998. "Computational Inelasticity", Springer-Verlag New York Inc.
- (7) Lubliner, J., 1990, "Plasticity Theory", New York : Macmillan Publishing Company.