

조작지수에 근거한 수중로봇팔의 작업지향적 최적자세에 관한 연구

김인식* · 전봉환* · 이관목* · 이지홍**

*한국해양연구원 해양개발시스템연구본부

**충남대학교

A Study on the Task-Oriented Optimal Configuration of an ROV Mounted Manipulator Based on the Manipulability Measure

Insik KIM*, Bong-Hwan JEON*, Pan Mook LEE*, AND Jihong LEE**

*Ocean Development System Laboratory, KORDI, Daejeon, Korea

**Chungnam national University, Daejeon, Korea

KEY WORDS: ROV, 원격 무인잠수정, Manipulator 매니플레이터, Manipulability Ellipsoid 조작도 타원, Jacobian 자코비안

ABSTRACT: In this paper, the task-oriented optimal configuration in the sense of Velocity and Force manipulability measure of manipulator mounted on ROV is considered. Manipulability is a quantitative measure of manipulator's capability obtained under the limits of joint velocities or torques. The base arrangements and optimal joint configuration of manipulator, that maximize the manipulability measure under the constraints of given task, are investigated. With the two types of base arrangements of manipulator, workspace analysis is carried out to investigate merits and demerits of each arrangement on the view of manipulability measure. To find optimal joint configuration for a given task with each arrangement, the SQP(Sequential Quadratic Programming) optimization are performed. Weighted linear combination of velocity and force manipulability measure is object function for SQP optimization. The kinematic parameters of Dual Orion manipulator which will be mounted on KORDI ROV are used for simulation.

1. 서론

심해용 ROV는 심해저공간에서 광물을 채취하거나 심해 케이블 설치 및 보수처럼 특정한 작업을 수행하며, 센서를 이용한 환경변화 측정등 다양한 임무를 수행한다. 이들 중 많은 임무들은 ROV에 장착된 매니플레이터(manipulator)에 의해 이루어지게 된다. 이처럼 ROV에 있어서 중요한 작업도구 중의 하나인 매니플레이터에 대한 연구 중 매니플레이터의 자세와 효율성에 대한 연구가 로봇학 분야에서 활발하게 이루어져 왔는데, 이중 몇 가지를 소개한다.

Yoshikawa(1983)는 로봇 시스템의 조작 능력을 측정하는 방법으로 속도와 힘조작도 타원을 소개하였다. Chiacchio등(1991)은 한 대의 로봇의 힘조작도 타원과 n 대 로봇이 한 물체를 잡고 있는 경우의 힘조작도 타원을 소개하였으며, Chiacchio등(1997)은 여유자유도 로봇의 힘조작도 타원과 힘조작도 다면체 방법을 소개하였다. 한편, Doty등(1995)은 여유자유도와 비여유자유도 로봇에 사용 가능한 새로운 조작도 타원을 제안하였다. 다양한 지수를 이용하여 Chiu(1987)은 일반화된 작업에 대한 로봇 자세의 효율성을 평가하는 기준으로 조작도타원을 사용하는 방법을 제안하였다.

또한, Yoshikawa(1985b)는 로봇 시스템의 동력학식을 이용하여 팔끝에서 발생하는 가속도를 구할 수 있는 동력학 조작도 타원을 소개하였다. Chiacchio등(1992)은 동력학 조작도 타원에 중력을 추가한 방법을 제안하였다. 이 외에도 여러대의 로봇이 하나의 물체를 잡는 경우나 걷는 로봇의 해석에도 타원이 사용되고 있다. Salisbury등(1987)은 처음으로 여러대의 로봇이 하나의 물체를 잡고 작업을 하는 상황에 대한 연구를 소개하였으며, Bicchi등(1995)은 여러대의 로봇이 물체를 잡고 있는 경우 전체 시스템의 운동성, 여유도 등에 대한 해석 및 타원을 그리는 방법을 제안하였다.

본 논문의 목적은 속도 작업공간 해석(Velocity Workspace Analysis)관점과 힘 작업공간 해석(Force Workspace Analysis) 관점에서 ROV에 설치될 듀얼 오리온 매니플레이터(Dual Orion manipulator)의 최적 자세에 대해서 다룬다. 작업공간 조작도 해석이란 매니플레이터 자세가 팔끝(End-Effector) 속도나 힘에 미치는 영향을 정량적으로 표현하는 것이며, 최적이라는 말은 문제를 미리 정한 기준에서 최대, 최고의 값을 얻어낸다는 뜻이다. 따라서 본 연구의 목적은 듀얼 오리온 매니플레이터에 의해 발생하는 팔끝의 속도나 힘을 최대로 하는 자세를 찾는 것이다. 속도와 힘 작업공간 속도해석은 매니플레이터의 기구학적인 요소만을 고려한 방법이기 때문에, 매니플레이터의 동력학적인 요소는 본 연구에서는 제외하였다.

2장에서는 속도와 힘 해석에 대한 이론을 정리한다. 관절공간에서의 속도와 힘이 로봇 팔끝에 미치는 영향을 수식적으로

제1저자 김인식 연락처: 대전광역시 유성구 장동 171

042-868-7507 mulderf@kriso.re.kr

정리하며, 시뮬레이션에 사용될 듀얼 오리온 매니플레이터의 기구학적 구조와 D-H 파라미터(parameter)를 소개한다. 3장에서는 2장에서 설명한 이론을 바탕으로 시뮬레이션을 수행한 결과를 설명한다. 속도 해석과 힘 해석의 차이와 결과에 대한 물리적인 해석이 수행된다. 마지막으로 결론에서는 수행한 결과 및 추후 연구 과제에 대해 언급한다.

2. 작업공간 해석

본 장은 듀얼 오리온 매니플레이터의 동작 방식 및 구조에 대한 소개와 매니플레이터의 기구학적 특성을 이용한 속도 및 힘 해석에 대하여 설명한다.

2.1 듀얼 오리온 매니플레이터

본 절은 Schilling-Robotcs사에서 제작한 듀얼 오리온 매니플레이터(모델명 7P, 7PE)의 기구학적 특성에 대해서 다룬다. 심해용 ROV에 설치될 오리온 매니플레이터의 작동은 다음과 같이 이루어진다.

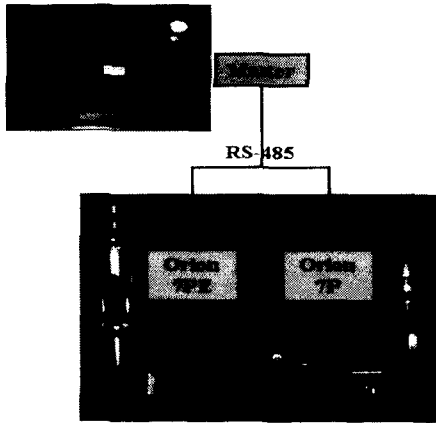


Fig 1. Master Controller and Dual Orion manipulator

운영자(Operator)는 오리온 매니플레이터와 동일한 기구학적 구조를 갖는 주제어기(Master Controller)를 움직여 오리온 매니플레이터를 작동시키며, ROV에 부착된 카메라 화면을 통해서 매니플레이터를 움직임에 대한 피드백(feedback)을 받는다. 매니플레이터의 기구학적 구조를 살펴보면 다음과 같다.

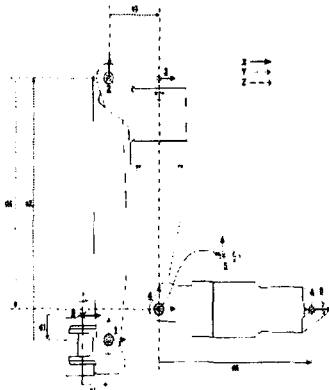


Fig. 2. Kinematic Structure of Orion manipulator

Fig.2는 오리온 매니플레이터의 기구학적 구조를 Table 1은 D-H 파라미터(Fu등 1987)를 표시하였다.

Table 1. D-H parameters of Orion 7P manipulator

Joint	α_i (degree)	a_i (inch)	θ_i (degree)	d_i (inch)
1	90	2.8	θ_1	-2.1
2	0	22.3(34.2)	θ_2	0
3	90	5.3	θ_3	0
4	-90	0	θ_4	19.7
5	90	0	θ_5	0
6	0	0	θ_6	16.1

()는 7PE용

2.2 속도 작업 공간 해석

3차원 공간에서 n 개의 관절을 갖는 매니플레이터의 기구학적 식은 다음과 같다.

$$X = f(q) \quad (1)$$

$X = [x, y, z, o_x, o_y, o_z]^T$ 는 작업공간에서 팔끝의 위치와 회전(orientation)을 나타내는 벡터이며, i 번째 관절의 각도를 q_i 라 하면 $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ 는 모든 관절을 표시하는 벡터이고, f 는 q 와 X 의 관계를 표현한다. 식(1)을 시간에 대해 미분하면 다음과 같은 속도관계식을 얻을 수 있다.

$$\dot{X} = J(q)\dot{q}, J(q) \in R^{6 \times n} \quad (2)$$

$\dot{X} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{w}_x, \dot{w}_y, \dot{w}_z]^T$ 는 속도 작업공간에서 팔끝의 선속도 성분과 각속도 성분을 표시하는 벡터이고, i 번째 관절의 관절 속도를 \dot{q}_i 라 하면 $\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n]^T$ 는 관절 공간에서의 관절들의 속도를 표시하는 벡터이며, $J(q)$ 는 이 두 공간을 연결하는 자코비안(Jacobian) 행렬을 표시하고 있다. Yoshikawa(1983)는 자코비안을 이용하여 매니플레이터 관절의 속도 \dot{q} 가 식(3)을 만족할 때 팔끝에 발생하는 속도가 타원체를 형성함을 증명하였고, 타원체의 크기와 관련된 조작지수(manipulability measure)를 정의하였다. 타원체를 구하는 과정을 수식적으로 살펴보면 식(3)에서 식(6)으로 정리된다.

매니플레이터의 관절 속도가 식(3)과 같은 범위를 갖는다고 가정하자.

$$\|\dot{q}\|_2 \leq 1 \quad (3)$$

식(3)을 다시 벡터로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{q}^T \dot{q} \leq 1 \quad (4)$$

식(2)를 \dot{q} 로 표현하면

$$\dot{q} = J(q)^{-1}\dot{X}, J(q)^{-1} \in R^{n \times 6} \quad (5)$$

이며, 식(4)에 식(5)를 대입하면 다음과 같은 타원의 방정식을 구할 수 있다.

$$X^T (J(q)J(q)^T)^{-1} \dot{X} \leq 1 \quad (6)$$

타원의 주축들은 자코비안을 Singular Value Decomposition 한 식(7)의 행렬 J 의 방향으로, Σ 의 대각 원소와 동일한 크기를 갖는다.

$$J = U\Sigma V^T$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & & & & & \\ & \sigma_2 & & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & \sigma_6 & & \end{pmatrix} \quad (7)$$

속도 조작지수의 정의는 식(8)에 표시하였다.

$$w_r = \sqrt{\det(J(q)J^T(q))} \quad (8)$$

w_r 는 조작지수를 표시하고, det는 행렬의 determinant를 표시한다. 식(8)을 살펴보면 조작 지수는 주축들의 크기의 곱으로 표현되는데, 이는 타원의 부피와 비례한 값을 가진다. 따라서 조작지수가 크다는 것은 타원의 부피가 크다는 의미로 해석될 수 있기 때문에 조작지수가 크면 클수록 모든 방향으로 조작성이 좋아지게 된다. 본 논문은 조작지수가 크다는 의미는 모든 방향으로 조작성이 좋아진다고 해석한다.

우리는 조작지수를 이용하여 현재 주어진 매니퓰레이터의 구성(Configuration)으로, 관절들이 낼 수 있는 속도의 범위를 알 때, 팔끝에 발생하는 속도 범위의 부피를 짐작할 수 있다. 속도 타원의 크기가 크다는 것은 물리적으로 표현하면 매니퓰레이터를 구동하는 액츄에이터(actuator)의 변화에 팔끝이 민감하게 반응한다는 것이다. 예를 들면, 한 매니퓰레이터가 $w_r = 1$ 인 자세와 $w_r = 2$ 인 자세를 가정하면, $w_r = 1$ 일 때 관절속도가 팔끝에 줄 수 있는 효과가 $w_r = 2$ 일 때 약 2배로 상승한다고 볼 수 있다. 따라서 위의 2가지 상황에서 동일한 팔끝 속도가 발생했다면, $w_r = 2$ 는 $w_r = 1$ 보다 액츄에이터의 속도부담이 줄어들게 된다.

2.3 힘 작업공간 해석

3차원 공간에서 팔끝이 내는 힘과 관절의 토크와의 관계는 다음과 같다.

$$\tau = J(q)^T F \quad (9)$$

본 논문은 매니퓰레이터의 동력학적 요소를 고려하지 않기 때문에 식(9)처럼 관절의 토크가 매니퓰레이터의 움직임에 소비되지 않고, 모두 물체를 움직이는 힘으로 사용된다고 가정하였다.

i 번째 관절의 토크를 τ_i 라 하면 $\tau = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]^T$ 는 관절 공간에서 관절들이 발생시키는 모든 토크를 나타내는 벡터이며, $F = [f_x, f_y, f_z, m_x, m_y, m_z]^T$ 는 팔끝에 발생하는 힘을 표시하는 벡터이다. 관절 토크의 범위가 식(10)과 같이 주어지면, 식(10)에 식(9)를 대입하여 힘 타원방정식을 식(11)처럼 구할 수 있다.

$$\tau^T \tau \leq 1 \quad (10)$$

$$F^T J(q)J(q)^T F \leq 1 \quad (11)$$

속도 해석과 같은 방법으로 힘조작지수 w_f 를 정의하면 다음과 같다.

$$w_f = \sqrt{\det((J(q)J(q)^T)^{-1})} \quad (12)$$

식(2)와 (9)를 살펴보면 속도와 힘은 서로 쌍대성(duality) 관계가 있음을 알 수 있다. 즉, 팔끝의 속도가 최대인 지점에서 힘은 최소가 되고, 속도가 최소인 점에서는 힘은 최대가 된다. 3장에서는 시뮬레이션을 통해서 각 조작지수를 최대로 하는 매니퓰레이터의 배치 및 자세에 대한 시뮬레이션이 수행되었다.

3. 시뮬레이션

본 장은 매니퓰레이터의 배치에 대한 시뮬레이션과 각 조작지수관점에서 최적의 자세를 찾는 시뮬레이션으로 구성된다. 전자는 매니퓰레이터를 ROV에 장착하는 방법 중 조작지수 관점에서 각 배치마다 주어진 작업에 따른 매니퓰레이터와 작업공간이나 대상체의 최적 거리를 찾는 것이고, 후자는 일반적으로 ROV에 주어지는 작업을 속도를 중시하는 작업과 힘을 중시하는 작업으로 나누고, 각각에 대해 조작 지수를 최대로 하는 자세를 구하는 것이다.

3.1 최적 배치

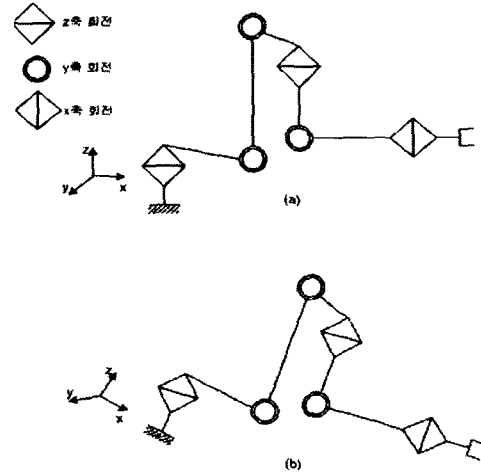


Fig. 3. Base arrangements of Orion manipulator on ROV

Fig. 3은 매니퓰레이터 2가지 다른 배치를 보여주고 있다. 배치(b)는 (a)에 비교하여 y축을 기준으로 30°로 기울인 배치이다. 절대 좌표를 (a)의 좌표축과 동일하게 설정하고 3가지 다른 이동경로로 팔끝을 이동하면서 속도 조작지수를 관찰하였다. 또한, 운영자는 심해의 ROV에 장착된 카메라 영상을 보며 주 제어기를 이용하여 매니퓰레이터를 제어하기 때문에 팔끝의 자세는 항상 화면에서 잘 보이는 자세를 유지하도록 하였다.

즉, $q = [q_1, q_2, q_3, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, q_6]^T$ 를 유지하며 이동하도록 하였다.

Case (A) - 팔끝의 $y = -0.4m, z = 0m$ 를 고정하고 x축으로 0.2m부터 1.1m까지 약 1m 이동, 전진이동

Case (B) - 팔끝의 $x=0.9m$, $y=-0.4m$ 를 유지하며 z 축으로 $-0.5m$ 에서 $0.5m$ 까지 $1m$ 이동, 수직이동

Case (C) - 팔끝의 $x=0.9m$, $z=0m$ 를 유지하며 y 축으로 $-1m$ 에서 $-0.4m$ 까지 $0.6m$ 평행 이동, 수평이동

이와 같이 3가지로 팔끝의 이동경로를 구분한 이유는 3가지 동작을 조합하여 매니플레이터가 수행할 수 있는 모든 이동의 표현이 가능하기 때문이다. ‘-’는 매니플레이터의 기준 좌표계보다 낮은 점을 표시한다. 각 Case의 결과는 Fig. 4와 같다. Fig.4에서 실선은 배치(a)이며 점선은 배치(b)의 속도 조작 지수를 표시한다. 속도 조작지수 측면에서 두 자세를 비교하면 배치(a)가 배치(b)보다 수직이동의 일부를 제외하고는 상대적으로 좋은 성능을 보여줌을 알 수 있다.

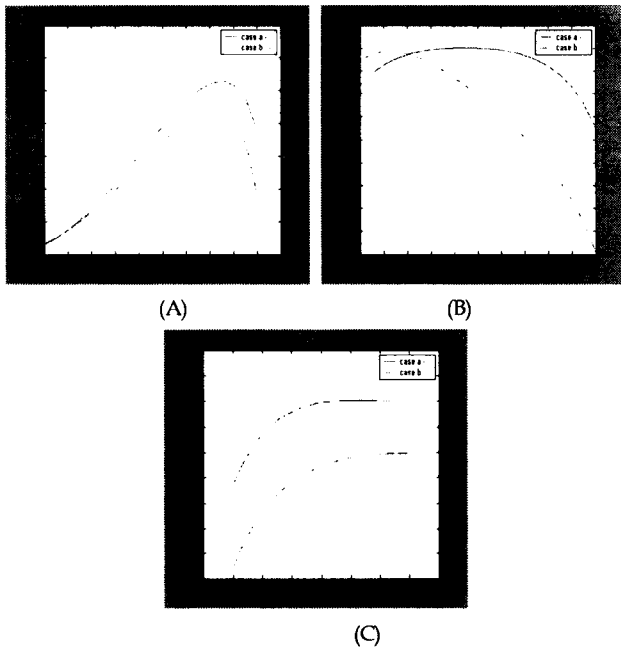


Fig. 4. Velocity Manipulability Measures with respect to two arrangements

Fig. 5는 힘조작지수에 대한 배치(a)와 배치(b)의 시뮬레이션 결과를 보여주고 있다. 속도와 힘이 duality 관계이기 때문에 힘조작지수는 배치(b)가 배치(a)보다 힘조작지수 관점에서 좋은 성능을 보여주고 있다. 속도조작지수 측면에서는 팔끝의 위치가 전진이동은 x 축으로 약 $1m$, 수평이동은 y 축으로 $-0.7m$ 이하 일 때 배치(a), (b)가 동시에 최대의 속도조작성을 갖는다. 하지만, 수직이동은 배치(a)는 z 축으로 $0m$ 에서 배치(b)는 $-0.4m$ 에서 가장 좋은 속도조작성을 얻을 수 있다. 힘조작지수는 배치(a),(b) 모두 최대의 조작성을 얻기 위해서는 전진이동시 x 축으로는 최대한 팔끝과 작업대상의 거리를 가깝게 유지하고, 수평이동은 y 축으로는 $-0.9m$ 이하로, 수직이동은 z 축으로 최대한 높게 자세를 취하게 되면 최대의 힘조작성을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 따라서 작업공간이나 물체에 ROV가 접근할 때, 매니플레이터의 배치를 고려하여 위에 설명한 거리를 유지하면서 해당 작업(속도나 힘)을 수행한다면 보다 좋은 작업효율성을 얻을 수 있다고 생각된다. 또한, 수행하는 작업이 속도를 중요

시하면 배치(a)가 힘을 중요시하면 배치(b)가 보다 좋은 성능을 낼 수 있는 것도 알 수 있다.

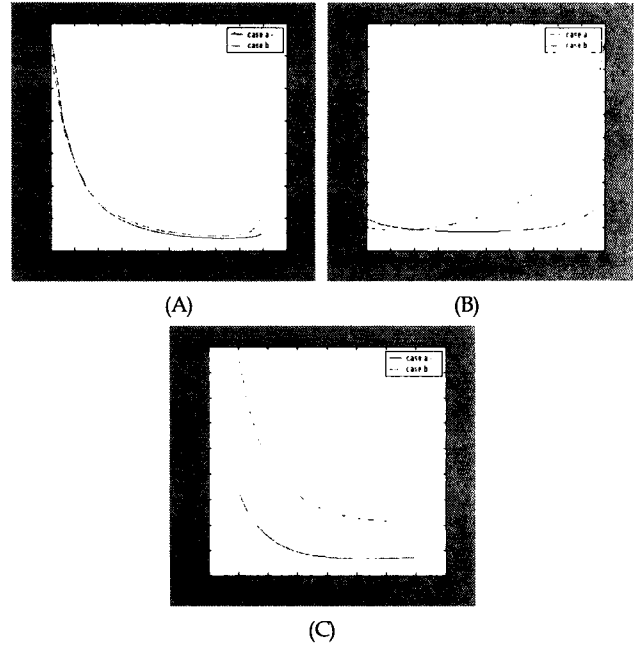


Fig. 5. Force Manipulability measures with respect to two arrangements

3.2 최적 자세

3.1절은 매니플레이터 배치에 따른 팔끝과 작업공간이나 물체와의 거리에 대한 설명을 수행하였으며, 본 장에서는 속도와 힘 두 가지를 모두 고려하여 2가지 작업에 모두 효율적인 로봇의 자세를 찾는 것을 목적으로 한다. 먼저 각각의 조작지수 관점에서 최적 자세를 찾고, 2가지 조작지수를 고려한 최적 자세를 찾는 방법을 제안한다. 기존의 최적화 알고리즘 SQP방법을 사용하여 각 조작지수를 최대화 하는 자세를 구하였다.

3.2.1 조작지수 관점의 최적 자세

SQP에 사용된 목적 함수와 구속조건을 식(13)에 표시하였다.

$$\max Q(q) = \alpha w_v + \beta w_f$$

$$c(q) = x_{\min} < x < x_{\max}$$

$$y_{\min} < y < y_{\max}$$

$$z_{\min} < z < z_{\max}$$

(13)

$Q(q)$ 는 최적화 할 목적 함수를 표시하고, $c(q)$ 는 구속조건식을 나타낸다. 구속조건은 팔끝의 위치가 매니플레이터의 도달 가능한 작업공간의 범위를 표시한다. α 와 β 는 속도와 힘조작지수의 각각의 가중치로 이를 조절하여 속도와 힘조작지수 각각에 중요도를 설정을 할 수 있다. Fig. 6, 7은 속도 조작지수 측면에서 구한 배치(a)에 대한 최적의 자세를 보여준다. Fig.6은 $\alpha=0$, $\beta=1$ 이기 때문에 힘조작지수를 최대화 하는 자세이다. 따라서 매니플레이터가 수행할 작업이 물체에 힘을

많이 전달해야 한다면 Fig. 6과 같은 자세를 취하는 것이 좋다. 자세를 살펴보면 물체에 힘을 최대로 하기 위해서는 x방향으로 물체와 최대한 가깝게 붙고, z방향으로는 최대한 높게 유지하며, 매니플레이터의 링크들은 최대한 곧게 뻗어 주는 자세를 취해야 한다.

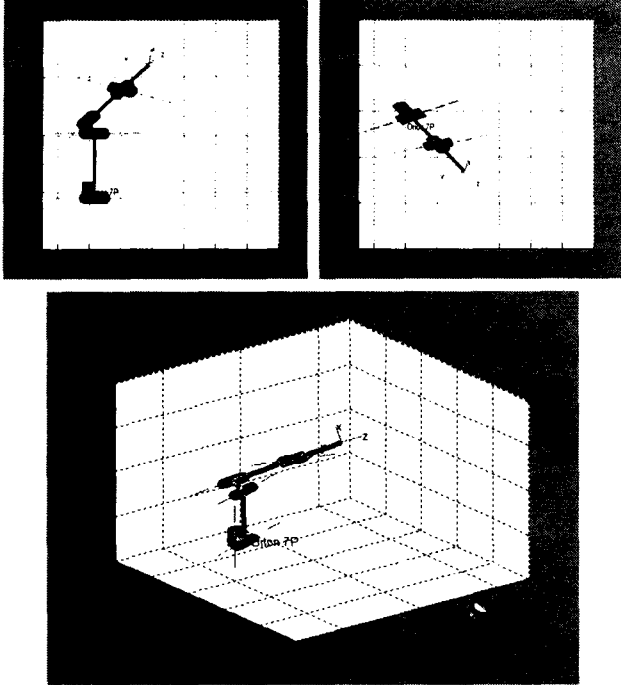


Fig. 6. Optimal joint configuration of Orion manipulator when $\alpha = 0, \beta = 1$.

한다면 Fig. 7과 같은 자세를 취하는 것이 가장 좋다. 속도는 x 방향으로 물체와 1m의 거리를 유지하면서 링크들을 x축에 일치시킴으로 선속도 및 회전속도의 효과를 최대로 하고, $z = 0$ 으로 하며, 링크들의 회전이 회전속도를 최대로 할 수 있는 자세가 속도를 향상시킴을 보여준다.

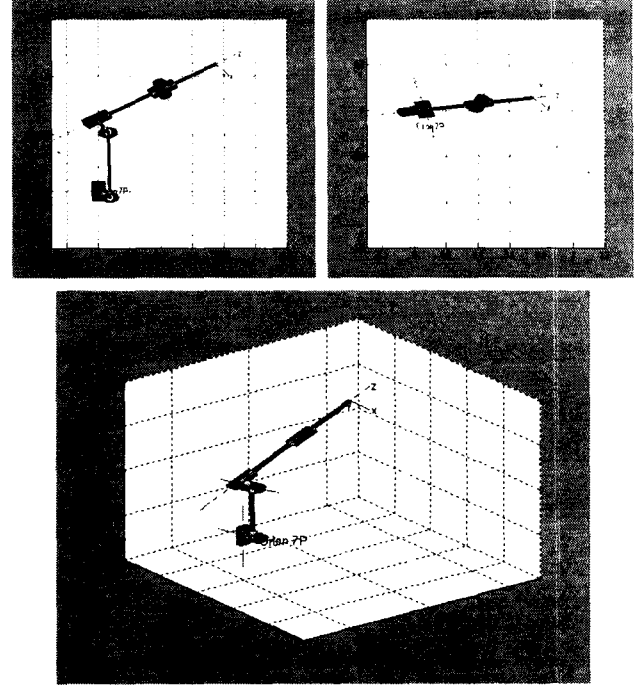


Fig. 8. Optimal joint configuration of Orion manipulator when $\alpha = 0.5, \beta = 0.5$.

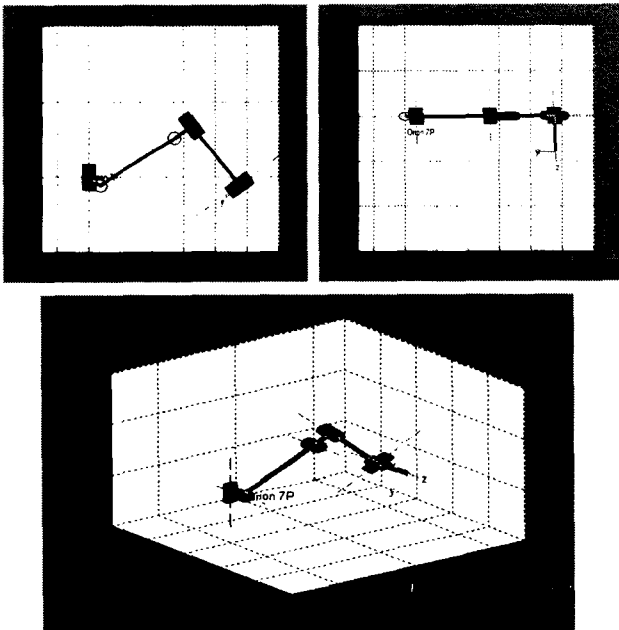


Fig. 7. Optimal joint configuration of Orion manipulator when $\alpha = 1, \beta = 0$.

Fig. 7은 $\alpha = 1, \beta = 0$ 이기 때문에 속도조작지수만을 이용한 최적 자세이다. 수행할 작업이 물체를 빠르게 이동시켜야

Fig. 8은 속도와 힘을 동일한 가중치로 고려한 자세이다. Fig. 6에서 설명한 힘을 최대로 물체에 가할 수 있는 자세와 Fig. 7에서 설명한 속도를 최대로 낼 수 있는 자세들을 혼합한 자세임을 Fig. 8은 보여주고 있다. Side-view Fig. 6의 그것과 유사하지만 x축 방향으로 팔끝이 약 1m에 근접하고 있음을 볼 수 있다. 또한, Top-view는 Fig. 6과 Fig. 7의 top-view를 절충한 모습으로, Fig. 6의 형상을 유지하면서 속도를 향상시키기 위해 x축으로 링크들을 일치시키려는 형상이다. 결론적으로, 속도나 힘 한쪽 측면만 생각했을 경우보다 각각의 조작지수의 최대 값 보다는 적은 값이지만, 두 조작지수를 동시에 만족시킨다는 점에서 2가지 작업을 동시에 수행할 경우 속도나 힘 측면 모두를 어느 정도 만족시켜 줄 수 있다. 주어진 작업의 성격에 따라서 α 와 β 를 결정해서 해당 조작지수가 보다 더 최대의 값을 내도록 설정 할 수 있다.

4. 결 론

지금까지 Dual Orion 매니플레이터의 기구학적 구조와 구동 방식에 대해서 살펴보았으며, 기구학적 해석에 대한 이론과 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션은 2가지로 구성되는데, 서로 다른 매니플레이터의 배치의 장점을 힘과 속도조작지수 차

원에서 알아보았으며, 속도와 힘조작지수 관점에서 서로의 값을 절충하여 이 2가지를 사용자의 설정값에 따라서 만족하는 자세를 찾아보았다.

차후 연구과제는 Orion Dual 메니플레이터의 동력학적 요소들을 추가한 동력학 방정식이 세워져야하며, 동력학식을 기반으로 한 동력학조작지수를 이용한 해석이 수행되어야 한다. 또한, 관절의 속도 능력을 2-norm에서 ∞ -norm으로 확대하여 보다 정확한 메니플레이터의 능력을 보여야 한다.

후기

본 연구는 해양수산부의 "차세대 심해용 무인잠수정 개발 (III)" 사업의 일환으로 수행된 연구결과임을 밝힌다.

참고 문헌

- Gloub, G. H. and VanLoan C. F.(1989), Matrix computations, Johns Hopkins University Press, Baltimore.
- Fu, K.S., Gonzalez, R.C., and Lee, C.S.G. (1987). ROBOTICS: Control, Sensing, Vision, and Intelligence, McGraw-Hill, New York.
- Klema, V. C. and Laub, A. T. (1980), "The Singular Value Decomposition: Its Computation and Some Applications", IEEE Trans. Automation and Control, 25, pp. 164-176.
- Nakamura, Y. (1991) ADVANCED ROBOTICS Redundancy and Optimization, Addison-Wesley Publishing Company, New York.
- Yoshikawa, T. (1983), "Analysis and control of robot manipulators with redundancy", In Prep. 1st. Int. symp. Robot. Res. MIT Press, Cambridge, pp. 735-747.
- Yoshikawa, T. (1985a), "Manipulability of robotic mechanisms", Int. J. Robotics Res., Vol. 4, No. 1, pp. 3-9.
- Yoshikawa, T. (1985b), "Dynamic manipulability of robot manipulators", J. Robot Syst., Vol. 2, No. 1, pp. 113-124.
- Chiacchio, P., Chiaverini, S., Sciavicco, L., and Siciliano, B. (1991), "Global Task Space Manipulability Ellipsoids for Multiple-Arm Systems", IEEE Trans. On Robotics and Automation, Vol. 7, No 5, pp. 678-685.
- Chiacchio, P., Chiaverini, S., Sciavicco, L., Siciliano, B. (1992). "Influence of gravity on the manipulability ellipsoid for robot arms", ASME J. Dynamic Syst., Measurement and Control, 114, pp. 723-727.
- Chiacchio, P., Bouffard-Vercelli, Y., and Pierrot, F. (1997), "Force Polytope and Force Ellipsoid", J. Robot Syst., Vol. 14, No. 8, pp. 613-620.
- Doty, K. L., Melchiorri, C, Schwartz, E. M. and Bonivento, C. (1995), "Robot manipulability", IEEE Trans. On Robotics and Automation, Vol. 11, No. 3, pp 462-468.
- Chiu, S. L.(1987), "Task compatibility of manipulator postures", Int. J. Robot. Res., Vol. 7, No. 5, pp 13-21.
- Han S., Kim and Yong J., Choi(1999), "The Kinetostatic Capability Analysis of Robotic manipulators", Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. Vol. 2, pp.1241-1246.
- Salisbury, J. K., and Craig J. J., "Articulated hands, force control and kinematic issues", Int. J. Robot. Res. Vol.1, No. 1, pp. 4-17.
- Bicchi, A., Melchiorri, C., and Balluchi, D. (1995),"On the Mobility and Manipulability of General Multiple Limb Robots", IEEE Trans. On Robotics and Automation, Vol. 11, No. 2, pp. 215-228.