

고속 회전 유연 디스크의 진동 저감용 공기 베어링 해석

이성호 ¹(연세대학교 대학원 기계공학과), 임윤철 ²(연세대학교 기계공학부)

Numerical Simulations for Suppressing Transverse Vibration of a very Flexible Rotating Disk using Air Bearing Concept

¹Sung-ho Lee* (Mech. Eng. Dept., Graduate School, Yonsei Univ.) *lub_master@yonsei.ac.kr*

²Yoon-chul Rhim (School of Mech. Eng., Yonsei Univ.) *rhimyc@yonsei.ac.kr*

ABSTRACT

Rotating disks are used in various machines such as data storage device, gyroscope, circular saw, etc. Transverse vibration of a rotating disk is very important for the performance of these machines. This work proposes a method to suppress transverse vibration of a very flexible rotating disk in non-contacting manner. A system considered in this study is a very flexible rotating disk with a thrust bearing pad which is located underneath the rotating disk. The pressure force generated in the gap between the rotating disk and the thrust pad pushes the rotating disk in the direction of axis of rotation while the centrifugal force and the elastic recovery force push the rotating disk in reverse direction. The balance between these forces suppresses the transverse vibration of the rotating disk. A coupled disk-fluid system is analyzed numerically. The finite element method is used to compute the pressure distribution between the thrust pad and the rotating disk while the finite difference method is used to compute the transverse vibration of a rotating disk. Results show that the transverse vibration of the rotating disk can be suppressed effectively for certain combination of air bearing and operating parameters.

Keywords : Flexible disk, Air-bearing, Transverse vibration of rotating disk, Numerical methods.

기호설명

ρ_a	: density of the fluid
ρ_d	: density of the disk
μ	: viscosity of the air
ω	: angular velocity of the disk
θ	: rotating angular coordinate
r_a	: inner radius of the disk
r_b	: outer radius of the disk
E	: Young's modulus of the disk
ν	: Poisson's ratio of the disk
h	: thickness of the disk
d	: thickness of the air film(=gapsize)
Ω	: angular velocity
P	: pressure generated in the gap
U_a	: disk velocity in x-direction
V_a	: disk velocity in y-direction

1. 서론

최근 광학식 정보 저장기기의 연구동향

은 저장용량 증가와 함께 전송속도 증대 및 액세스 타임의 감소에 집중되고 있다. 청자색 레이저의 개발로 Optical spot의 크기를 현저히 감소시켜 고밀도 기록/재생을 가능하게 하였으며 동시에 기록 층을 다층으로 설계함으로써 대용량을 실현하기에 이르렀다. 한편, 전송속도 증대 및 액세스 타임의 감소를 위해서는 미디어 회전속도의 증가가 필수적인 요건이다. 그러나 짧은 파장의 광원과 높은 개구율(numerical aperture)을 갖는 렌즈를 사용하는 경우 미디어의 피트면에 대해 레이저 광의 직각 입사가 매우 중요한 변수가 된다. 이는 레이저 광이 디스크 기반에 비스듬히 입사 될 경우 얼마 되지 않은 기울기에서도 재생 신호는 크게 약화되는 결과를 나타내기 때문이다. 또한 매우 얇은 디스크가 고속으로 회전할 경우 유동장과 탄성원판 사이의 상호작용이 매우 복잡하여 광 Pick-up의 위치 및 자세 제어에 많은 어려움이 발생하게 된다. 따라서

고속으로 회전하는 디스크의 거동에 대한 정확한 이해가 필요하며 디스크의 진동을 억제하고 동적 불안정성을 저감할 수 있는 유체역학적 설계가 매우 중요하다.

이러한 디스크 진동해석의 경우 초기에는 공기의 효과를 고려하지 않은 전형적인 회전탄성 원판의 진동해석이 수행되었다. Benson [1]등은 membrane parameter 를 정의하여 축 방향 하중이 작용할 경우 디스크의 처짐에 대하여 연구하였고, Eversman [2]등은 회전탄성 원판의 기본 방정식에 멱급수 전개를 소개하고 회전 강도 파라미터를 정의하여 그 크기에 따른 주파수 파라미터의 변화 양상을 관찰하였다. 이후 이러한 연구들을 바탕으로 공기의 효과를 고려한 탄성회전 원판에 대한 연구가 이루어졌으며, 대개 공기의 감쇠 효과와 압력에 대한 적절한 가정을 통하여 지배방정식을 구성하고 불안정성을 검사하는 방법이 주류를 이루었다. Yasuda [3]등은 공기 중에서 회전하는 디스크의 동적 불안정을 간단한 수학적 모델로 규명하고자 하였으며 Naganathan [4]의 경우 회전 디스크의 진동 모델과 레이놀즈 방정식의 연성해석을 통하여 벽 근처에서 회전하는 매우 얇은 디스크의 회전 안정성에 대한 연구를 수행하였다.

본 연구에서는 고속으로 회전하는 유연 디스크에 공기베어링 개념을 이용한 안정기(stabilizer)를 설치하였을 경우 회전 디스크의 진동 감소 효과를 수치해석 하였다. 회전하는 유연디스크의 진동에 대한 지배방정식은 유한차분법을 이용하여 해석하였고, 다양한 베어링 형상에 대하여 공기베어링에서 발생하는 압력분포를 용이하게 구하기 위하여 레이놀즈 방정식의 해석에는 유한요소법을 사용하였다. 시간 진행에 따라 유연 디스크의 진동방정식과 공기베어링에 대한 레이놀즈 방정식을 연립으로 수치해석하여 공기베어링의 형상변수들과 운전 조건들이 회전 유연디스크의 축 방향 진동에 미치는 영향을 분석하였다.

2. 수치 해석

2.1 진동 방정식

본 연구에서는 두께 $100\mu\text{m}$, 내경 15mm , 외경 130mm 인 유연디스크를 해석 모델로 설정 하였으며 Fig. 1 은 회전속도 Ω 로 일정하게 회전하며 베어링에 의한 분포압력 P

를 받고 있는 해석 모델을 표시하였다. 선형 판이론을 이용하여 회전하는 디스크에 대한 지배 방정식을 나타내면 다음과 같다 [4].

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \sigma_r \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sigma_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) - \frac{D}{h} \nabla^4 w + \frac{P}{h} = \rho_d \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$

여기서 σ_r, σ_θ 는 원심력에 의한 응력으로서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\rho_a \Omega^2}{8} \left[(1+\nu)(r_a^2 + r_b^2 \Gamma) - (3+\nu)r^2 + (1-\nu)\Gamma \frac{r_a^2 r_b^2}{r^2} \right] \\ \sigma_\theta &= \frac{\rho_a \Omega^2}{8} \left[(1+\nu)(r_a^2 + r_b^2 \Gamma) - (1+3\nu)r^2 - (1-\nu)\Gamma \frac{r_a^2 r_b^2}{r^2} \right] \\ \Gamma &= \frac{-(1+\nu)r_a^2 + (3+\nu)r_b^2}{(1-\nu)r_a^2 + (1+\nu)r_b^2} \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \end{aligned} \quad (2)$$

식(3)에는 디스크의 형상과 재질에 의하여 결정되는 상수 Γ 와 디스크의 굽힘강성을 나타내는 변수 D 를 정리하였다.

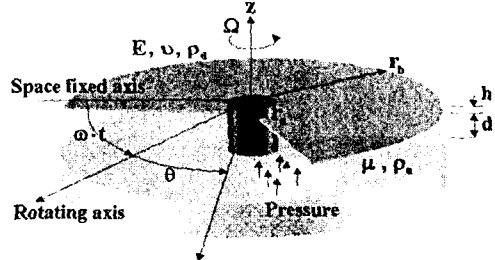


Fig. 1 Schematic of the fluid-disk model and coordinate system

디스크 진동의 해석에 사용될 경계조건은 내경에서의 구속조건, 외경에서의 자유단 조건 및 반경방향으로의 주기조건이며 아래와 같다.

$$\begin{aligned} w(r_a, \theta, t) &= 0 \quad \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)_{(r=r_a, \theta, t)} = 0 \\ M_{r,r}(r_b, \theta, t) &= -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right] = 0 \\ V_{r,r}(r_b, \theta, t) &= -D \left[\frac{\partial}{\partial r} (\nabla^2 w) + \frac{1-\nu}{r^2} \left(\frac{\partial^3 w}{\partial r \partial \theta^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

디스크 진동방정식의 해석을 위하여 아래와 같이 무차원 변수들을 정의하였다.

$$r^* = \frac{r}{r_b}, R = \frac{r_a}{r_b}, h^* = \frac{h}{r_b}, t^* = t\Omega, C^* = E^* D^* h^{*2}$$

$$w^* = \frac{w}{h}, P^* = \frac{P}{\rho_d \Omega^2 r_b^2}, E^* = \frac{E}{\rho_d \Omega^2 r_b^2}$$

$$D^* = \frac{1}{12(1-\nu^2)}, V^* = \frac{V}{\rho_d \Omega^2 r_b^2 h}, M^* = \frac{M}{\rho_d \Omega^2 r_b^2 h^2}$$

위의 무차원 변수들을 식(1), (2), (3), (4)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \sigma_r^* \frac{\partial w^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sigma_\theta^* \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right) - C^* \nabla^4 w^* + \frac{P^*}{h^{*2}} = \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} \quad (5)$$

$$\sigma_r^* = \frac{1}{8} \left[(1+\nu)(R^2 + \Gamma^*) - (3+\nu)r^{*2} + (1-\nu)\Gamma^* \frac{R^2}{r^{*2}} \right]$$

$$\sigma_\theta^* = \frac{1}{8} \left[(1+\nu)(R^2 + \Gamma^*) - (1+3\nu)r^{*2} - (1-\nu)\Gamma^* \frac{R^2}{r^{*2}} \right] \quad (6)$$

$$\Gamma^* = \frac{-(1+\nu)R^2 + (3+\nu)}{(1-\nu)R^2 + (1+\nu)} \quad D = \frac{1}{12(1-\nu^2)} \quad (7)$$

$$M_{rr}^*(1, \theta, t) = -C \left[\frac{\partial^2 w^*}{\partial r^{*2}} + \frac{\nu}{r^*} \left(\frac{\partial w^*}{\partial r^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \theta^2} \right) \right] = 0$$

$$V_{rr}^*(1, \theta, t) = -C^* h^* \left[\frac{\partial}{\partial r^*} (\nabla^2 w^*) + \frac{1-\nu}{r^{*2}} \left(\frac{\partial^3 w^*}{\partial r^* \partial \theta^2} - \frac{1}{r^*} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \theta^2} \right) \right] = 0 \quad (8)$$

유한차분법을 사용하여 식(5)를 해석하며, 과도 해석을 위하여 4th Runge-Kutta method를 적용하여 디스크의 진동을 해석하였다.

2.2 레이놀즈 방정식

디스크와 공기베어링 사이의 간극에서의 압력분포를 구하기 위하여 레이놀즈 방정식을 사용하였다. 비정상 상태에서의 공기베어링에 대한 레이놀즈 방정식을 x-y 좌표계로 나타내면 식(9)와 같다. 간극 d는 디스크의 수직방향 변위에 의하여 결정되며, 슬라이더의 역할을 하는 디스크의 x, y 방향 속도는 회전 중심으로부터의 거리에 따라 식(10)과 같이 결정될 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial x} (d^3 \frac{\partial p}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (d^3 \frac{\partial p}{\partial y}) = 6\mu U_a \left(\frac{\partial d}{\partial x} \right) + 6\mu V_a \left(\frac{\partial d}{\partial y} \right) + 12\mu \left(\frac{\partial d}{\partial t} \right) \quad (9)$$

$$U_a = R\omega \sin \theta = \sqrt{x^2 + y^2} \cdot \omega \cdot \left(-\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) = -\omega y$$

$$V_a = R\omega \cos \theta = \sqrt{x^2 + y^2} \cdot \omega \cdot \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) = \omega x \quad (10)$$

식(9)는 2 차원 선형 편미분 방정식이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A \frac{\partial^2 p}{\partial x_1^2} + B \frac{\partial p}{\partial x_1} + C \frac{\partial^2 p}{\partial x_2^2} + D \frac{\partial p}{\partial x_2} = E \quad (11)$$

요소에 대한 대수행렬방정식을 얻기 위하여 Galerkin Method를 사용하면, 각 요소에 서의 잔류치는 다음과 같다.

$$\{R^{(e)}\} = - \int_A [N]^T \left(A \frac{\partial^2 p}{\partial x_1^2} + B \frac{\partial p}{\partial x_1} + C \frac{\partial^2 p}{\partial x_2^2} + D \frac{\partial p}{\partial x_2} - E \right) dA \quad (12)$$

여기서 (e)는 각 요소를 뜻하고 $[N]^T$ 는 요소의 형상함수를 포함하는 벡터이다. 식(12)에 Green's theorem을 적용하면 다음과 같다.

$$\{R^{(e)}\} = - \int_r [N]^T \left(A \frac{\partial p}{\partial x_1} \cos \theta + C \frac{\partial p}{\partial x_2} \sin \theta \right) d\Gamma + \int_A E [N]^T dA + \int_A \left(A \frac{\partial [N]^T}{\partial x_1} \frac{\partial p}{\partial x_1} - B \frac{\partial p}{\partial x_1} + C \frac{\partial [N]^T}{\partial x_2} \frac{\partial p}{\partial x_2} - D \frac{\partial p}{\partial x_2} \right) dA \quad (13)$$

이제 $p^{(e)} = [N] \{P^{(e)}\}$ 의 관계를 대입하면 잔류치와 각 요소에 대한 강성행렬 및 하중벡터를 식(14) 및 식(15)와 같이 구할 수 있다.

$$\{R^{(e)}\} = - \int_r [N]^T \left(A \frac{\partial p}{\partial x_1} \cos \theta + C \frac{\partial p}{\partial x_2} \sin \theta \right) d\Gamma + \int_A E [N]^T dA + \int_A \left(A \frac{\partial [N]^T}{\partial x_1} \frac{\partial [N]}{\partial x_1} - B \frac{\partial [N]}{\partial x_1} + C \frac{\partial [N]^T}{\partial x_2} \frac{\partial [N]}{\partial x_2} - D \frac{\partial [N]}{\partial x_2} \right) dA \{P^{(e)}\} \quad (14)$$

$$\{k^{(e)}\} = \int_A \left(A \frac{\partial [N]^T}{\partial x_1} \frac{\partial [N]}{\partial x_1} - B \frac{\partial [N]}{\partial x_1} + C \frac{\partial [N]^T}{\partial x_2} \frac{\partial [N]}{\partial x_2} - D \frac{\partial [N]}{\partial x_2} \right) dA$$

$$\{f^{(e)}\} = - \int_r E [N]^T dA \quad (15)$$

식(15)의 해석을 위하여 4개의 노드를 갖는 quadratic element를 사용하였으며 9-point Gauss-Legendre 적분기법을 이용하여 전체 대수행렬 방정식의 해를 구하였다.

2.3 해석 모델 및 방법

해석하고자 하는 유연디스크의 경우 얇은 두께로 인하여 회전축 방향 강성이 반경 방향 강성에 비하여 매우 작은 특징이 있으며, 회전에 의하여 발생하는 유동장과 특정 조건에서 강하게 연성되어 유동에 의한 동적 불안정(flutter)이 발생하는 특징을 갖는다. 그리고 이러한 특징은 회전 유연 디스크를 미디어로 사용할 때 많은 문제점을 야기시킬 수 있는 요인으로 작용한다. 본 연구에서는 공기베어링 개념을 이용하여 회전 유연 디스크에 존재하는 진동을 효과적으로 감소시킬 수 있는지에 대하여 알아보기 위하여 아래와 같은 수치해석을 수행하였다.

먼저 해석에 사용된 모델을 Fig. 2에 나타내었다. 진동방정식의 해석을 위한 디스크 모델은 Fig. 2(a)이며, 사용된 격자의 수는 5,580(r 방향으로 31, θ 방향으로 180)개이다. 레이놀즈 방정식의 해석을 위해 사용되는 유한요소법의 경우 공기 베어링 하나 당 121개의 요소가 존재하도록 모델링 하였으며, Fig. 2(b)에서 짙은 색으로 표시된 부분이 공기베어링이 위치하는 부분이다. 베어링 이외의 부분은 해석에 사용되지 않는 요소로서 베어링 위치 확인을 용이하게 하기 위하여 표시하였다.

해석에 사용된 조건을 Table. 1에 명시하였다. 해석조건 1~6은 유동장과의 상호작용으로 발생하는 디스크의 진동 특성을 살펴보기 위하여 RPM 과 외란을 달리한 해석조건이다. 초기 외란으로 인하여 발생하는 디스크 초기변위를 $w(r, \theta, t=0) = (a \cdot f(r)) \cdot (\sin m\theta)$ 로 가정하였으며, a는 r 방향의 변위 증분, m은 외란에 의해 발생하는 θ 방향의 파동수(wave number, mode number)를 나타낸다. 그리고 해석 조건 7~12는 베어링 형상이나 개수 등에 따른 디스크 진동특성을 살펴보기 위하여 사용한 해석조건이다. 베어링 개수, 베어링 높이, 베어링 폭을 변수로 선정하였으며, 여기서 베어링의 높이는 베어링 폭과 함께 베어링의 x-y 방향으로의 기울기를 결정하게 되며, 베어링의 폭은 θ 방향으로의 회전각으로 표시할 수 있다. 해석 조건 14의 경우 베어링 후방에 마루를 만들

어 해석하였다. 해석에 사용된 베어링 형상 변수 들은 Fig. 4에 도시하였다.

본 해석을 진행하기 위해서는 유한차분법과 유한요소법을 연립해야 한다. 그리고 디스크 진동 지배방정식에 사용된 이동좌표계와 레이놀즈 방정식에서 사용된 고정좌표계를 연립하기 위하여 디스크의 좌표를 시간에 따라 변화시켜 주어야 하며, 그것으로 인하여 발생하는 각 해석영역 격자들간의 엇갈림을 처리해야 하는 어려움이 발생하게 된다. 본 연구의 경우 형상함수를 이용하여 유한요소법과 유한차분법의 격자간 엇갈림을 처리하였다. 아래의 Fig. 3은 해석의 진행 단계에 관한 플로우 차트이다.

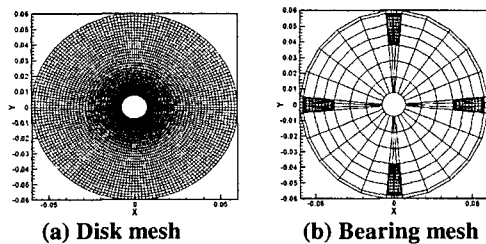


Fig. 2 Mesh generation of the fluid-disk system

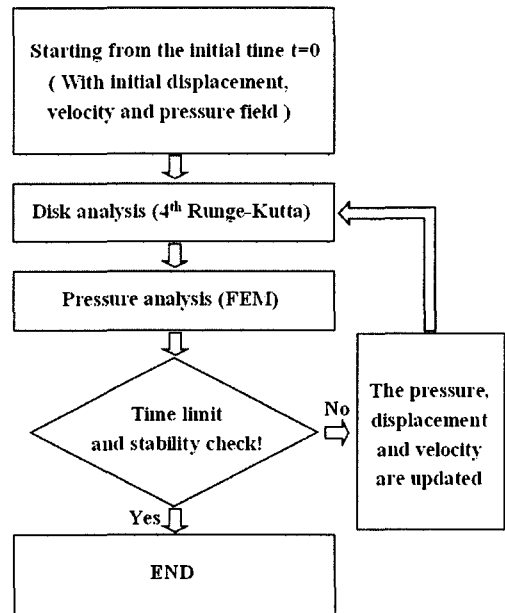


Fig. 3 Flow chart for numerical simulation

Table 1 Analysis conditions and physical properties for the numerical simulations

해석조건	초기 외란	베어링 개수	RPM	베어링 높이 [μm]	베어링 폭 [°]
해석조건 1.	$w(r, \theta, t = 0) = \left(12.5 \cdot \frac{(r - r_a)}{(r_b - r_a)} \right) \cdot (\sin 8\theta)$	4	15000	50	10
해석조건 2.	$w(r, \theta, t = 0) = \left(12.5 \cdot \frac{(r - r_a)}{(r_b - r_a)} \right) \cdot (\sin 60\theta)$	4	5000	50	10
해석조건 3.	$w(r, \theta, t = 0) = \left(12.5 \cdot \frac{(r - r_a)}{(r_b - r_a)} \right) \cdot (\sin 20\theta)$	4	5000	50	10
해석조건 4.	$w(r, \theta, t = 0) = \left(12.5 \cdot \frac{(r - r_a)}{(r_b - r_a)} \right) \cdot (\sin 12\theta)$	4	5000	50	10
해석조건 5.	$w(r, \theta, t = 0) = \left(12.5 \cdot \frac{(r - r_a)}{(r_b - r_a)} \right) \cdot (\sin 40\theta)$	4	15000	50	10
해석조건 6.	$w(r, \theta, t = 0) = 0$ (외란이 없는 경우)	4	5000	50	10
해석조건 7.	$w(r, \theta, t = 0) = \left(12.5 \cdot \frac{(r - r_a)}{(r_b - r_a)} \right) \cdot (\sin 20\theta)$	3	5000	50	10
해석조건 8.	$w(r, \theta, t = 0) = \left(12.5 \cdot \frac{(r - r_a)}{(r_b - r_a)} \right) \cdot (\sin 20\theta)$	5	5000	50	10
해석조건 9.	$w(r, \theta, t = 0) = \left(12.5 \cdot \frac{(r - r_a)}{(r_b - r_a)} \right) \cdot (\sin 20\theta)$	4	5000	30	10
해석조건 10.	$w(r, \theta, t = 0) = \left(12.5 \cdot \frac{(r - r_a)}{(r_b - r_a)} \right) \cdot (\sin 20\theta)$	4	5000	70	10
해석조건 11.	$w(r, \theta, t = 0) = \left(12.5 \cdot \frac{(r - r_a)}{(r_b - r_a)} \right) \cdot (\sin 20\theta)$	4	5000	50	5
해석조건 12.	$w(r, \theta, t = 0) = \left(12.5 \cdot \frac{(r - r_a)}{(r_b - r_a)} \right) \cdot (\sin 20\theta)$	4	5000	50	15
해석조건 13.	$w(r, \theta, t = 0) = \left(12.5 \cdot \frac{(r - r_a)}{(r_b - r_a)} \right) \cdot (\sin 20\theta)$	5	5000	50	15
해석조건 14.	$w(r, \theta, t = 0) = \left(12.5 \cdot \frac{(r - r_a)}{(r_b - r_a)} \right) \cdot (\sin 20\theta)$	4	5000	50	베어링폭 15 베어링마루 5

모든 해석에 동일하게 사용된 해석조건					
디스크 탄성계수(E)	2.5 GPa	프와송비(ν)	0.23		
디스크 두께(h)	100 μm	공기 점도(μ)	0.0000179 N·s/m ²		
디스크 밀도(ρ _d)	1200 kg/m ³	유막 두께(d)	150 μm		

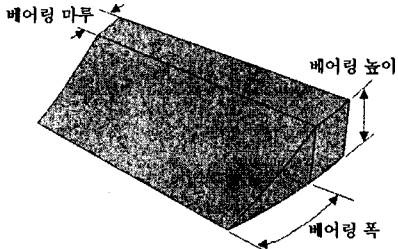


Fig. 4 Configuration and geometric parameters of the air bearing

Figure 5는 해석조건 1의 외란조건을 나타내며, θ 방향의 파동수 m 이 8인 경우이다. Figure 6은 해석조건 7에 사용된 베어링의 위치에 대하여 나타내었다. 해석조건 7, 8의 경우 베어링 사이의 간격은 각각 120° , 72° 이다.

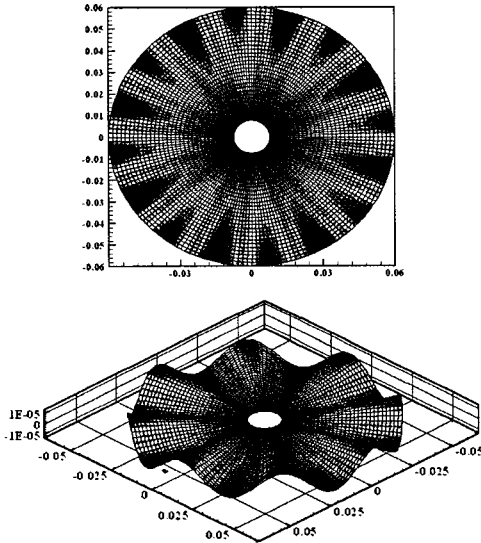


Fig. 5 Initial disturbance distribution for the analysis case #1

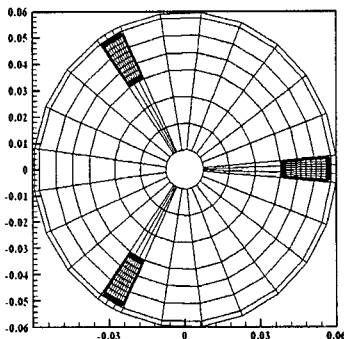


Fig. 6 Bearing locations for the analysis case #7

3. 해석 결과

공기 중에서 회전하는 유연 디스크의 진동은 회전수, 초기 외란 등에 의하여 매우 큰 영향을 받으며, 주변 공기와의 상호작용으로부터 발생한 비정상성 압력에 의하여 진동특성이 매우 불안정해질 수 있다. 본 연구에서는 이러한 외부 공기와의 상호작용으로 나타나는 디스크 진동을 간단한 수식을 이용하여 초기 외란으로 가정하였으며, 공기 베어링을 이용할 경우 이러한 초기진동을 얼마나 감소시킬 수 있는지 다양한 해석조건들을 통하여 알아보았다. 해석 결과 디스크의 진동특성은 다음과 같이 크게 5가지 경우로 나누어 볼 수 있다.

- 1) 외란과 베어링에 의한 진동이 모두 감소하는 경우
- 2) 외란과 베어링에 의한 진동이 모두 발산하는 경우
- 3) 외란과 베어링에 의한 진동이 발산 또는 감소하지 않고 지속적으로 반복되는 경우
- 4) 외란은 감소하고 베어링에 의한 진동은 반복되는 경우
- 5) 외란은 지속되고 베어링에 의한 진동은 감소하는 경우

여기서 베어링 진동이란 초기에 공기 베어링에서 발생하는 압력에 의하여 나타나는 디스크의 진동을 의미하며, 외란에 의하여 증식된 진동에 비하여 저주파 성분을 나타내는 특징을 갖는다. 해석조건 1~6의 해석을 통하여 위의 다섯 가지 현상을 살펴볼 수 있으며, 그 결과를 Figure. 7~11에서 나타내었다. 해석 결과들을 통하여 특정 회전수에서 디스크의 불안정성을 증가시키는 외란이 존재함을 알 수 있으며, 해석 결과들은 기존의 연구와도 매우 일치하는 경향을 나타내었다. 먼저 해석조건 1의 결과를 보여주는 Figure. 8의 경우 외란과 베어링 진동에 의하여 유연 디스크 내부에 만들어진 후퇴파가 자진 공진(self-excited oscillation)하는 현상을 잘 보여주고 있다. 해석조건 1의 결과인 Figure. 7의 경우 외란과 베어링 진동이 동시에 소멸하는 결과를 보여주고 있다. 이것은 디스크 내부의 굽힘 응력(bending stiffness)에 비례하는 내부감쇠와 디스크의 진동속도에 비례하는 공기 베어링에서의 외부 감쇠로 디스크가 매우 안정된 상태로 회전하는 상황을 나타낸다.

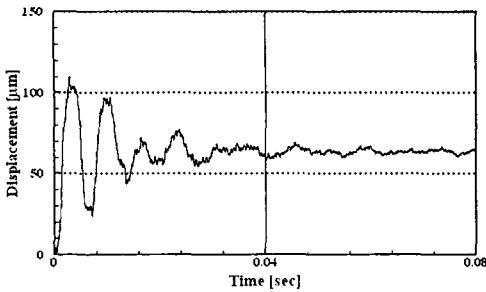


Fig. 7 Displacement variations as a function of time at the point ($r=55\text{mm}$, $\varphi=0^\circ$) on the disk in case #1 ($\Omega=15000$, $m=8$, $d=150\mu\text{m}$)

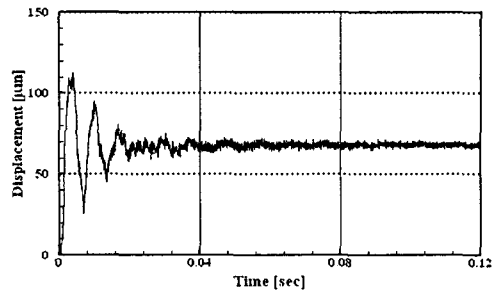


Fig. 11 Displacement variations as a function of time at the point ($r=55\text{mm}$, $\varphi=0^\circ$) on the disk in case #5 ($\Omega=15000$, $m=40$, $d=150\mu\text{m}$)

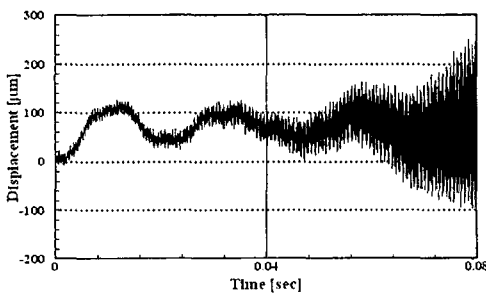


Fig. 8 Displacement variations as a function of time at the point ($r=55\text{mm}$, $\varphi=0^\circ$) on the disk in case #2 ($\Omega=5000$, $m=60$, $d=150\mu\text{m}$)

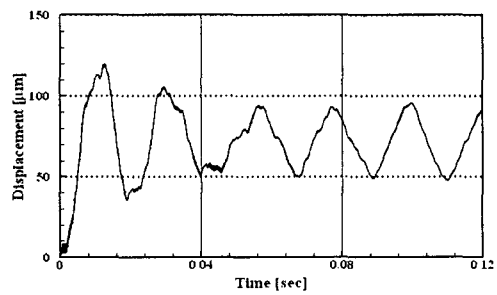


Fig. 12 Displacement variations as a function of time at the point ($r=55\text{mm}$, $\varphi=0^\circ$) on the disk in case #6 ($\Omega=5000$, $m=0$, $d=150\mu\text{m}$)

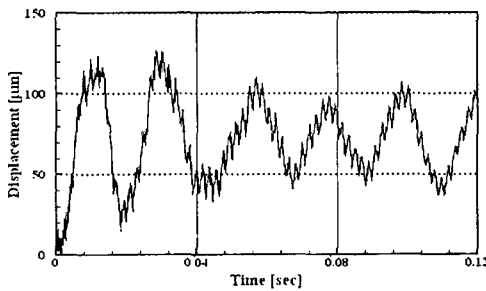


Fig. 9 Displacement variations as a function of time at the point ($r=55\text{mm}$, $\varphi=0^\circ$) on the disk in case #3 ($\Omega=5000$, $m=20$, $d=150\mu\text{m}$)

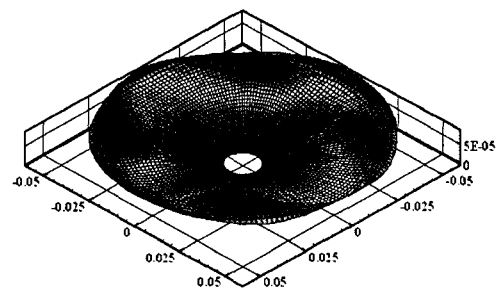


Fig. 13 Steady-state of the disk at $t=0.0526$ s for the case #1 ($\Omega=5000$, $m=0$, $d=150\mu\text{m}$)

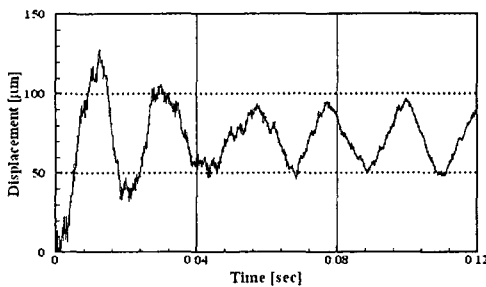


Fig. 10 Displacement variations as a function of time at the point ($r=55\text{mm}$, $\varphi=0^\circ$) on the disk in case #4 ($\Omega=5000$, $m=12$, $d=150\mu\text{m}$)

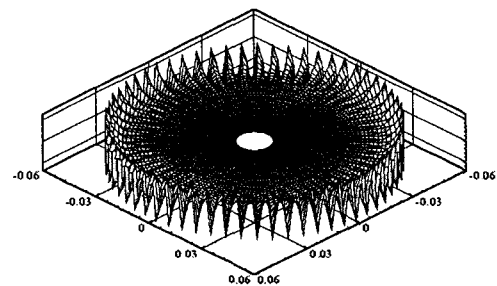


Fig. 14 Divergence result at $t=0.0730$ s for the case #2 ($\Omega=5000$, $m=0$, $d=150\mu\text{m}$)

Figure 9~11 은 각각 해석결과 3)~5)의 경향을 나타내는 결과로서, 특정 외란이나 회전수가 디스크의 동적 특성을 결정하는 중요 요인들 가운데 하나임을 나타내며, 공기중에서 정상상태로 회전하고 있는 디스크에 특정 외란이 작용할 경우 발생하는 불안정성에 관하여 해석적으로 연구한 Naganathan [4]의 연구 결과와 유사한 특성을 보임을 알 수 있다. 이러한 디스크의 해석적 특성, 동적 특성을 바탕으로 본 연구에서는 외란에 의한 진동과 베어링에 의한 초기 진동이 감소되거나 발산하지 않고 지속되는 해석조건 3($\Omega=5000$, $m=20$, $d=150\mu\text{m}$)에 대하여 다양한 베어링 형상변수를 변화시켜 해석하고 베어링의 특정 형상변수 변화에 따른 디스크 동적 특성의 변화를 살펴보았다.

해석조건 7, 8 은 해석조건 3 에서 사용된 베어링의 개수를 3 개와 5 개로 변화시켜 해석하였으며, 해석조건 9, 10 은 베어링의 높이를 각각 $30\mu\text{m}$, $70\mu\text{m}$ 으로 변화시켜 해석하였다. 그리고 해석조건 11 과 12 의 경우 베어링의 폭을 5° , 15° 로 변화시켜 해석을 수행하였다. 각각의 형상 변수들의 변화에 따른 디스크의 진동 결과를 시간과 주파수 영역에서 Fig. 15~24 에 나타내었다.

본 연구에 사용되는 유연디스크의 경우 매우 작은 수직 방향 강성으로 인하여 회전하는 상황에서 작은 외란에도 매우 민감하게 응답하는 특성을 갖는다. 본 연구에서는 이러한 유연디스크의 진동을 억제하는 공기 베어링을 찾기 위해서 디스크 내부에 존재하는 주요 가진 성분들 중 비교적 저주파인 베어링에 의한 초기압력 가진 성분과 외란의 성장으로 발생하는 고주파 외란 진동을 억제하는 것이 중요하다고 가정하였고, 고주파와 저주파 성분을 동시에 억제 시킬 수 있는 공기 베어링 형상을 찾고자 하였다.

가진 성분을 제거하기 위해서는 형상 변화로 인한 베어링의 강성, 감쇄 능력의 변화가 디스크의 진동에 미치는 영향에 대하여 먼저 살펴 보아야 한다. 해석조건 7~12 는 베어링의 기울기, 폭, 높이 등의 변화를 통하여 디스크의 동특성 변화를 살펴본 선행 해석이며, 그 결과는 다음과 같다.

(I) 해석조건 7, 해석조건 8 의 해석결과

베어링 시스템을 구성하는 베어링 개수를 변화시켜 베어링 시스템 전체가 발생시키는 하중능력을 변화시켜 보았다. 그 결과 베어링 3 개를 사용한 경우 시간이 진행됨

에 따라 점차적으로 발산 하였고, 베어링을 5 개 사용한 경우 베어링 4 개를 사용한 해석조건 4 와 비교하여 고주파, 저주파 성분이 크게 감소 되지는 않았다. 결과는 Fig. 15, 19 를 통하여 확인할 수 있다.

(II) 해석조건 9, 해석조건 10 의 해석결과

해석조건 9, 10 에서는 베어링의 높이를 달리하고 폭을 10° 로 유지하여 베어링의 x, y 방향 기울기를 다르게 하였고, 이를 통하여 베어링 강성에 변화를 주었다. 그 결과 Fig. 16, 20 에서와 같이 고주파 진동에 있어서는 큰 변화가 발생하지 않았으며, 압력의 변화가 급격한 해석조건 10 의 경우 오히려 초기 변위가 크게 나타나 디스크의 불안정성을 증가시키는 것을 확인할 수 있었다. 이는 고주파 성분의 감소는 베어링의 강성이 아닌 감쇄 능력을 통하여 제어 해야 할 대상임을 보여주는 결과이다.

(III) 해석조건 11, 해석조건 12 의 해석결과

해석조건 11, 12 에서는 베어링의 높이를 유지하고 폭을 5° , 15° 로 변화시켜 강성을 결정하는 베어링 경사구간의 길이를 변화시켜 보았다. 그 결과 해석결과 (II)와 마찬가지로 고주파 진동성분이 그대로 유지되는 것을 볼 수 있었다. 하지만 베어링의 폭을 15° 로 한 경우 시간이 진행됨에 따라 저주파 진동이 점차적으로 감소하고 있고, 이는 베어링 폭 15° , 베어링 높이 $50\mu\text{m}$ 로 유지할 경우 발생하는 강성이 베어링 진동을 감소시켜 나갈 수 있다는 것을 의미한다. 결과는 Fig. 17, 21 을 통하여 확인할 수 있다.

(III) 해석조건 13, 해석조건 14 의 해석결과

지금까지의 해석결과를 바탕으로 해석조건 3 의 진동을 억제하기 위해서 다음과 같이 두 가지 개선된 해석 모델을 추가적으로 해석하여 보았다. 먼저 해석 조건 12 에서 베어링 진동의 점차적인 감소를 나타낸 폭 15° , 높이 $50\mu\text{m}$ 의 베어링을 5 개 사용한 경우와 폭 15° , 높이 $50\mu\text{m}$ 의 베어링을 4 개 사용하되 베어링에 마루부를 추가하여 고주파 진동의 억제를 위한 감쇄능력을 향상 시킨 경우이다. 해석조건 7~12 의 결과를 바탕으로 개선된 모델인 해석조건 13, 14 모델의 해석 결과는 Fig. 18, 22 에 나타내었다. 해석 결과 해석조건 13 의 경우 고주파 성분이 일정부분 감소되는 경향이 나타났지만 베어링 마루가 존재하는 해석조건 14 에 비해 감쇄 능력이 크지 않음을 알 수 있으며,

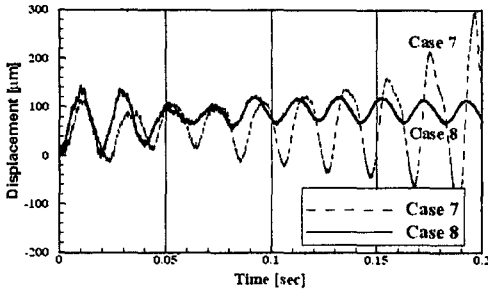


Fig. 15 Displacement variations as a function of time at the point ($r=55\text{mm}$, $\square=0^\circ$) in analysis case #7 and #8 ($\Omega=5000$, $m=20$, $d=150\mu\text{m}$)

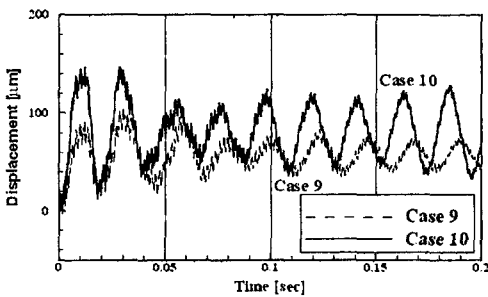


Fig. 16 Displacement variations as a function of time at the point ($r=55\text{mm}$, $\square=0^\circ$) in analysis case #9 and #10 ($\Omega=5000$, $m=20$, $d=150\mu\text{m}$)

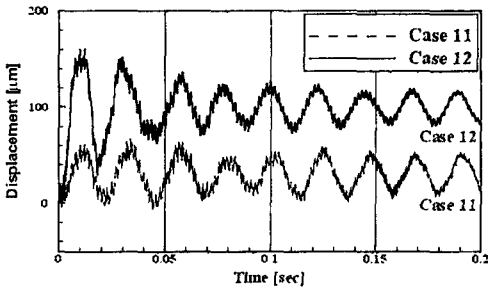


Fig. 17 Displacement variations as a function of time at the point ($r=55\text{mm}$, $\square=0^\circ$) in analysis case #11 and #12 ($\Omega=5000$, $m=20$, $d=150\mu\text{m}$)

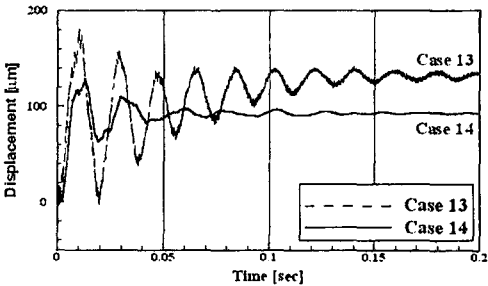


Fig. 18 Displacement variations as a function of time at the point ($r=55\text{mm}$, $\square=0^\circ$) in analysis case #13 and #14 ($\Omega=5000$, $m=20$, $d=150\mu\text{m}$)

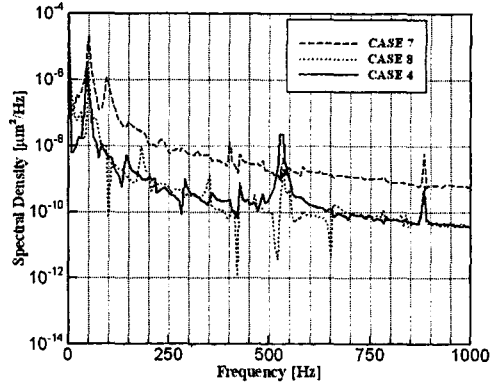


Fig. 19 Power spectrum of the disk vibration at the point ($r=55\text{mm}$, $\square=0^\circ$) in analysis case #7 and #8 ($\Omega=5000$, $m=20$, $d=150\mu\text{m}$)

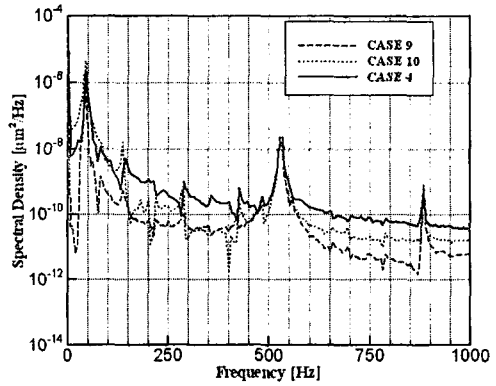


Fig. 20 Power spectrum of the disk vibration at the point ($r=55\text{mm}$, $\square=0^\circ$) in analysis case #9 and #10 ($\Omega=5000$, $m=20$, $d=150\mu\text{m}$)

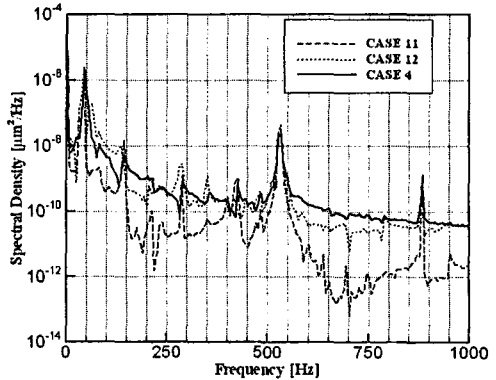


Fig. 21 Power spectrum of the disk vibration at the point ($r=55\text{mm}$, $\square=0^\circ$) in analysis case #11 and #12 ($\Omega=5000$, $m=20$, $d=150\mu\text{m}$)

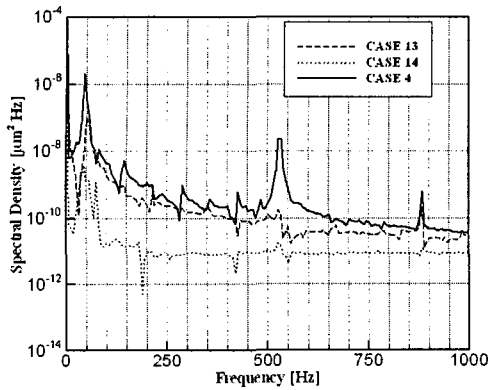


Fig. 22 Power spectrum of the disk vibration at the point ($r=55\text{mm}$, $\phi=0^\circ$) in analysis case #13 and #14 ($\Omega=5000$, $m=20$, $d=150\mu\text{m}$)

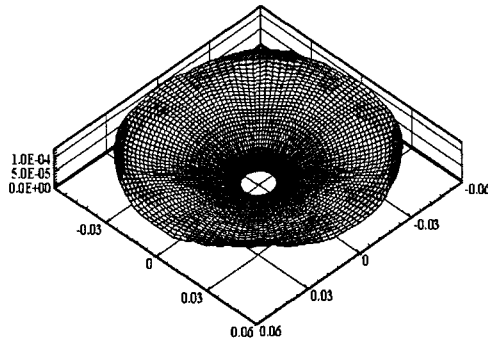


Fig. 23 Steady-state displacement of the disk at $t=0.233\text{ s}$ for case #14 ($\Omega=5000$, $m=20$, $d=150\mu\text{m}$, ridge angle= 5° , bearing width= 15° , height= $50\mu\text{m}$ and number of bearing= 4)

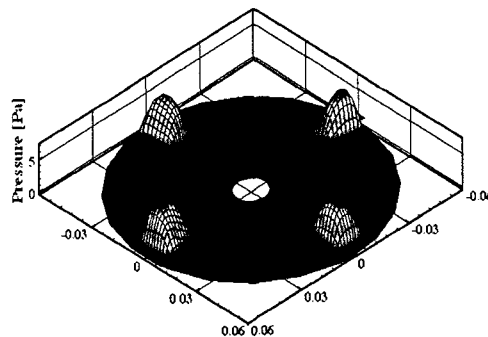


Fig. 24 Steady-state pressure generated in the gap at $t=0.233\text{ s}$ for case #14 ($\Omega=5000$, $m=20$, $d=150\mu\text{m}$, ridge angle= 5° , bearing width= 15° , height= $50\mu\text{m}$ and number of bearing= 4)

베어링을 5 개를 사용하면서 발생한 베어링 하중으로 초기 변형이 크게 발생하는 것을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 22의 결과를 통해서도 100Hz 까지의 주파수 가진 성분이 크게 감소된 결과를 확인할 수 있었다. 즉, 유연 디스크의 진동을 억제하기 위해서는 디스크 내부에 존재하는 고주파 및 저주파 성분을 모두 감소시킬 수 있는 공기 베어링 형상 설계가 매우 중요하며, 이는 베어링의 강성 및 감쇠능력의 제어를 통해서 가능하다는 것을 알 수 있었다. Figures 23, 24는 정상상태로 도달한 경우 디스크의 변형과 그때 발생하는 압력을 나타내고 있다.

4. 결론

본 논문에서는 유연 디스크의 진동을 억제할 수 있는 공기 베어링의 설계 시 공기와의 점성마찰에 의한 디스크 초기 진동을 디스크의 초기 외란으로 정의하고 간단한 수식을 통하여 표현하였다. 그리고 이러한 초기 외란을 지니고 있는 불안정 상태의 디스크에 대하여 공기 베어링을 사용해 안정화시킬 수 있다는 결과를 얻을 수 있었다. 본 연구를 통한 결론은 다음과 같다.

(1) 디스크가 공기와의 상호작용에 의하여 받는 초기 외란의 방위각 상의 모드 성분에 따라 디스크의 동특성이 달리 나타나며, 외란의 특정 모드 성분은 유연 디스크의 진동 특성을 급속히 악화시킬 수 있다.

(2) 유연 디스크가 갖는 수직방향의 낮은 강성으로 인하여 디스크의 변형이 공기 베어링에서 발생하는 베어링 하중에 큰 영향을 받으며, 유연 디스크의 변형을 특정한 값으로 유지하기 위해서는 회전수에 따른 디스크 내부의 원심력 항과 베어링 하중을 고려한 설계가 우선적으로 필요하다.

(3) 유연 디스크 내부에 존재하는 고주파 가진 성분의 경우 공기 베어링의 감쇠능력을 통하여 억제시킬 수 있으며, 저주파 가진 성분의 경우 공기 베어링의 강성력 제어를 통하여 감소시킬 수 있다. 특히 베어링의 강성력은 베어링이 갖는 기울기 값에 큰 영향을 받으며, 감쇠 능력은 베어링에 마루부분의 설계를 통하여 가능함을 알 수 있었다.

(4) 베어링의 경사부를 급경사로 설계할 경우 급격한 압력 변화가 발생하여 유연 디스크의 불안정성을 증가 시키는 요인으로 작용하게 된다. 디스크의 두께가 매우 얇은 유연 디스크의 진동을 억제하고자 하는 경우 공기 베어링의 급격한 경사를 피하는 것이 공기 베어링의 설계에 매우 중요한 요소임을 알 수 있었다.

참고문헌

1. R. C. Benson and D. B. Bogy., "Deflection of a Very Flexible Spinning Disk Due to a Stationary Transverse Load," ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 45, pp. 636-642, September, 1978.
2. W. Eversman and R. O. Dodson., "Free Vibration of a Centrally Clamped Spinning Circular Disk," AIAA Journal, Vol. 7, No. 10, pp. 2010-2012, Oct. 1969.
3. K. Yasuda, T. Torii, and T. Shimizu., "Self-Excited Oscillations of a Circular Disk Rotating in Air," JSME International Journal, Series III, Vol. 35, No. 3, pp. 347-352, 1992.
4. G. Naganathan, S. Ramadhayani and A. K. Bajaj., "Numerical Simulation of Flutter Instability of a Flexible Disk Rotating Close to a Rigid Wall," Journal of Vibration and Control, Vol. 9, pp. 95-118, 2003.
5. Yong-Han Song., "A Study on the Dynamic Behavior and Characteristics of Fluid Dynamic Bearing Composed of Herringbone Groove Journal Bearing and Spiral Groove Thrust Bearing," Ph.D. thesis, Yonsei University, July, 2003.