제21회 한국정보처리학회 춘계학술발표대회 논문집 제11권 제1호 (2004. 5)

전역 최적해 수렴을 위한 다목적 최적화 진화알고리즘

장수현 *, 윤병주*
*명지대학교 컴퓨터공학과
e-mail:tngus68@naver.com

Evolutionary Multi-Objective Optimization Algorithms for Converging Global Optimal Solution

Su-Hyun Jang*, Byung-Joo Yoon*
*Dept of Computer Engineering, Myong-Ji University

요 약

진화 알고리즘은 여러 개의 상충하는 목적을 갖는 다목적 최적화 문제를 해결하기에 적합한 방법이다. 특히, 파레토 지배관계에 기초하여 개체의 적합도를 평가하는 파레토 기반 진화알고리즘들은 그 성능에 있어서 우수한 평가를 받고 있다. 최근의 파레토 기반 진화알고리즘들은 전체 파레토 프론트에 균일하게 분포하는 해집합의 생성을 위해 개체들의 밀도를 개체의 적합도를 평가하기 위한 하나의 요소로 사용하고 있다. 그러나 밀도의 역할은 전체 진화과정에서 중요한 요소가 되기보다는 파레토 프론트에 어느 정도 수렴된 후, 개체의 균일 분포를 만들기 위해 사용된다.

본 논문에서 우리는 파레토 지배 순위와 밀도에 대한 적응적가중치를 이용한 다목적 최적화 진화알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘은 진화 개체의 적합도를 평가하기위해 파레토 순위와 밀도에 대한 적응적 가중치를 적용하여 전체 진화과정에서 파레토 순위와 밀도가 전체 진화 개체집합의 상태를 고려하여 영향을 미치도록 하였다. 제안한 방법을 많은 지역해들을 포함하는 ZDT4문제에 적용한 결과 비교적 우수한 수렴 결과를 보였다.

1. 서론

대부분의 실세계 문제들은 여러 개의 비교 불가능하고 종종 상충하는 목적들을 동시에 최적화 하여야 하는 문제들이다. 하나의 목적을 최적화 하는 문제의 경우 최적해가 일반적으로 명확하게 정의 되지만 다목적 최적화의 경우는 그렇지 못하다. 다목적 최적화 문제는 하나의 최적해가 아니라 일반적으로 파레토 최적해(parato optimal solutions)라 불리는 여러개의 상호 보완적인 해들의 집합을 가진다. 넓은 의미에서 최적해들은 모든 목적들에 대한 고려를 했을 때, 그 해보다 좋은 해가 탐색공간에 존재하지 않는 해를 의미한다.

1980년대 중반부터 진화알고리즘을 이용하여 다목적 최적화 문제를 해결하기 위한 관심이 증대되었고 [1][2], 1993년과 1994년에는 MOGA(Multi Objective Genetic Algorithms)[3], NPGA(Niched Pareto GA)[4], NSGA(Non-dominated Sorting GA)[5]와 같은 파레토 기반 진화알고리즘들이 제안되어지면서 진화적 다목적 최적화 알고리즘들이 한번의 실행으로 최적의 절충 해들의 집합에 근사할 수 있음을 보여주었다. 그리고 최근에 제안된 NSGA-Ⅱ, SPEA-Ⅱ와 같은 다목적 최적화 진화알고리즘들은 전체 파레토 프론트에 균일하게 분포된 해집합의 생성을 위해 개체들의 밀도를 개체의 적합도 평가를 위한 하나의 요소로 사용하고 있다[6][7]. 그러나 NSGA-Ⅱ, SPEA-Ⅱ에서 사용된 개체의 밀도는 같은 파레토 순위의 개체들에 대한 순서화를 위해 부가적인 요소로만 사용된다. 따라서 개체 밀도 평가의 역할은 전

체 진화과정에서 중요한 요소가 되기보다는 파레토 프론트에 어느 정도 수렴된 후, 개체의 균일 분포를 만들기 위해 사용된다. 그러나 밀도정보의 부가적인 사용은 균일 분포의 파레토 프론트 생성을 보장하지만 많은 지역 파레토 프론트를 가지는 문제에서 전체 개체집단의 다양성을 보장하지 못하기 때문에 전역 파레토 프론트에 근사하지 못할 수 있는 약점을 가지고 있다.

본 논문에서는 지배순위와 밀도의 적응적 가중치를 적용한 다목적 최적화 진화알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘은 진화과정에서 현 세대 개체들의 환경을 고려하여 지배순위와 밀도에 대한 적응적 가중치를 부여함으로써 다음 세대의 개체를 생성하기 위한 진화 방향을 유도한다. 즉, 다음 세대의 개체를 생성하기위한 이진 토너먼트 선택 연산에서 대부분의 진화알고리즘은 지배순위가 작은 개체가 선택되어 지지만 제안한 방법에서는 현재의 개체집합 상황에 따라 지배 순위가 작은 개체가 선택 되어질 수도 있고, 밀도가 작은 개체가 선택되어 질 수도 있다. 따라서 진화의 과정은 개체집합의 지배순위와 밀도가 균형을 이루는 방향으로 전개된다. 제안한 알고리즘을 많은 지역해를 포함하고 있는 문제에 적용한 결과를 NSGA-Ⅱ의 결과와 비교한다.

2. 다목적 최적화 문제

일반적으로 다목적 최적화 문제는 n개의 목적들에 대해 m개의 결정변수를 사상시키는 벡터함수 f로 설명될 수 있다.

즉,

$$\begin{aligned} min./max.\ \ \mathbb{Y} &= f(\mathbb{X}) = (f_1(\mathbb{X}), f_2(\mathbb{X}), ..., f_n(\mathbb{X})) \\ \mathbb{X} &= (x_1, x_2, \ldots, x_m) \in X \\ \mathbb{Y} &= (y_1, y_2, \ldots, y_n) \in Y \end{aligned} \tag{1}$$

식(1) 에서 $\mathbb{X}$ 는 결정벡터(decision vector), X는 파라메터 공간(parameter space), $\mathbb{Y}$는 목적벡터(objective vector), Y는 목적 공간(objective space)이라 한다. 다목적 최적화 문제의 해의 집합은 어떤 목적함수의 값을 감소시키지 않고는 다른 어떤 함수의 값도 향상시킬 수 없는 목적 벡터들과 상응하는 모든 결정벡터 들로 구성되고, 이러한 벡터들을 파레토 최적해(pareto optimal solution)라 한다. 파레토 최적화에 대한 정의는 다음과 같다. 최소화 문제를 가정하고, 두개의 결정벡터 $a, b \in X$가 존재한다고 할때,

$$\begin{aligned} &\forall i \in \{1,2,...,n\} : f_i(a) \leq f_i(b) \ \wedge \\ &\exists j \in \{1,2,...,n\} : f_j(a) < f_j(b) \end{aligned} \tag{2}$$

인 결정벡터 a는 결정벡터 b를 지배(dominate)한다고 한다. (또한 $a < b$로 표기한다)

또한, 임의의 결정벡터 a에 대하여, 결정벡터들의 부분 집합 X' 내의 어떤 벡터도 a를 지배하지 못한다면, 결정벡터 a는 X'에 의해 비지배(nondominated)된다 라 한다. 그리고 전체 탐색 공간 내에서 비지배 되는 모든 결정벡터들을 파레토 최적해 집합 또는 최적 파레토 프론트라 한다.

3. 적응적 가중치를 적용한 다목적 최적화 진화알고리즘

본 논문에서 제안하는 다목적 최적화 진화알고리즘은 다목적 최적화 문제의 목적인 최적 파레토 프론트에 근사하고, 균일분포의 해집합을 만들기 위해 진화과정에서 파레토 순위와 밀도를 기반으로 적합도 평가를 한다. 그러나, 적합도 평가에서 두 요소는 일정한 가중치를 가지지 않는다. 두 요소에 대한 가중치는 현 세대를 구성하는 개체집단의 평균 파레토 순위와 평균 밀도를 계산하여 개체집단이 파레토 순위에 편중적으로 만들어지면 밀도에 대한 가중치를 높이는 적응적 가중치를 가지게 된다. 따라서 전체 진화과정에서 파레토 순위와 밀도에 의한 진화압력이 조정된다. 제안한 다목적 최적화 진화알고리즘의 전체 알고리즘은 (그림 1)과 같다.

3.1 파레토 지배순위 할당

제안한 방법에서 한 개체의 파레토 지배순위는 다른 개체들과의 파레토 지배 관계에 기초하여 계산되어진다. 즉, 한 개체의 순위는 그 개체를 지배하는(dominate) 다른 개체들의 개 수로 정의된다. 즉, t 세대에서 개체 i의 순위는 식(3)과 같이 계산된다.

$$rank(i,t) = 1 + |j|j \in P_t \wedge j < i\}| \tag{3}$$

3.2 밀도 평가방법

DDWEA에서 균일 분포의 파레토 프론트를 유지하기위해 우리는 (그림 2)와 같이 "Hyper-grid based method"에 기반한 적응적 셀 밀도 평가방법을 사용한다[8]. 각 개체의 밀도는 같은 셀에 있는 개체의 수가 되고, 각 셀의 넓이는 식(4)와 같이 각 목적 함수 차원의 최대, 최소 값의 차를 사용자 정

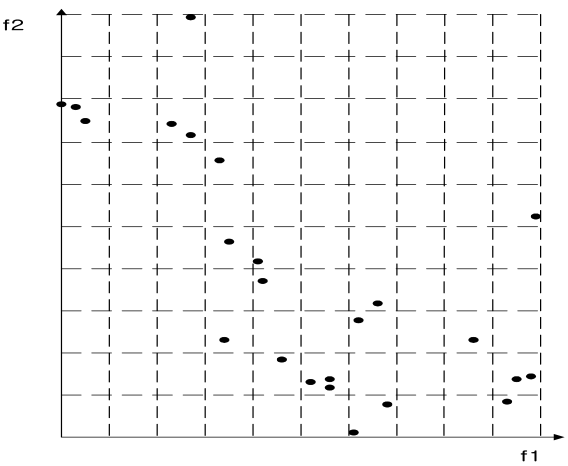
의 셀의 개 수 K로 나눔으로써 계산되어진다.

$$d_i = \frac{|Max(f_i) - Min(f_i)|}{K} \qquad (4)$$

식(4) 에서 d_i는 i번째 함수 차원에서의 셀의 넓이이고, 진화의 각 세대에서 목적 공간에서 각 차원의 최대, 최소 값은 매 세대마다 다르므로 셀의 넓이는 세대마다 다르다.

Input : N *(개체집단 크기)*
$\overline{N}$ *(비지배 개체집단 크기)*
T *(최대 진화세대)*
Output : A *(결과 비지배 개체집단)*
Step 1 : *개체집단* P_0 *를 초기화 하고,*
결과 비지배 개체집단 $A = \varnothing$ *으로 한다.*
Step 2 : P_t *내의 개체들의 지배순위화 밀도 측정*
Step 3 : *적응적 가중치를 적용하여 개체의 적합도 평가*
Step 4 : *4.1 개체집단 내의 모든 비지배 개체를 결과비지배 개체 집단에 복사 (Elitist Selection).*
4.2 A_t *내의 개체수가* $\overline{N}$*를 초과하면 밀도에 기반한 전지 방법에 의해* A_t*를 전지*
Step 5 : *종료 조건 검사 : if* $t \geq T$ *then stop.*
Step 6 : *이진 토너먼트 선택*
Step 7 : *복제 연산.*
set $t = t + 1$ *and goto 2.*

(그림 1) 적응적 가중치를 적용한 진화 알고리즘.



(그림 2) 밀도 평가를 위한 목적 공간의 셀 구성.

3.3 적합도 할당

적합도 할당은 식(5)와 같이 각 개체에 대하여 계산되어진 지배순위와 밀도에 대하여 매 세대에 적응적 가중치 w_r , w_d 를 적용하여 스칼라 값으로 계산된다.

$$Fit(i) = w_r Rank(i) + w_d Density(i) \qquad (5)$$

식(5)에서 w_r과 w_d는 0보다 큰 가중치이고 $w_r + w_d = 1$이다. 가중치 w_r과 w_d의 결정은 식(6)과 같다.

$$w_r = \alpha + (\overline{R}/\overline{R} + \overline{D})^2 \qquad (6)$$

식(6)에서 α는 순위 가중치 민감도 요소이고 $\overline{R}$과 $\overline{D}$는 전체 개체 집단의 평균 순위와 평균 밀도이다. 이러한 적합도 할당방법은 현 세대를 구성하는 개체집단의 평균 파레토 순위와 평균 밀도를 계산하여 개체집단이 파레토 순위에 편중적으로 만들어지면 밀도에 대한 가중치를 높이는 적응적 가중치를 가지게 된다. 따라서 전체 진화과정에서 파레토 순위와 밀도에 의한 진화압력이 조정된다.

4. 실험 및 결과 고찰

제안한 방법의 성능을 평가하기위해 Zitzler와 Deb이 사용한 ZDT4[9]문제를 실험대상으로 하였다. ZDT4 문제는 많은 지역 파레토 프론트를 가지는 문제로 전역 파레토 프론트로 수렴하기 어려운 문제이다. ZDT4문제는 다음과 같이 정의된다.

$$\min\ f_1(x) = x_1$$

$$\min\ f_2(x) = g(x_2, \cdots, x_m) h(f_1(x), g(x_2, \cdots, x_m))$$

$$g(x_2, ..., x_m) = 1 + 10(m-1) + \sum_{i=2}^{m} (x_i^2 - 10cos(4\pi x_i))$$

$$h(f_1, g) \quad = 1 - \sqrt{f_1/g}$$

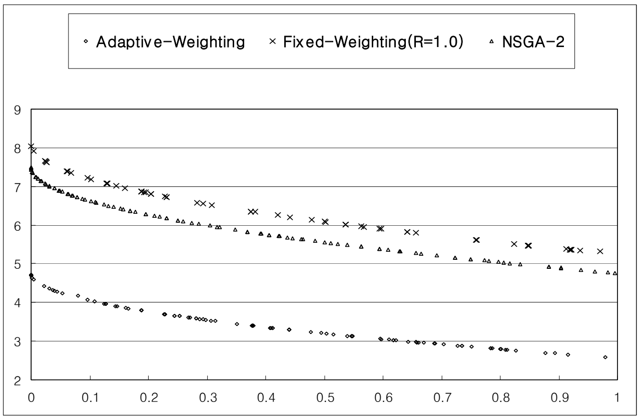
여기에서 $m = 10$이고, $x_1 \in [0,1], x_2, ..., x_m \in [-5, 5]$이다.

실험은 각 알고리즘으로 각각 10회의 실험을 수행하였고, 각 알고리즘에서 공통적으로 사용한 파라메타는 다음과 같다.

- 세대수 : 250세대
- 개체집합 크기(Population Size) : 100
- 교배연산 확률(Crossover rate) : 0.8
- 돌연변이연산 확률(Mutation rate) : 1 / 개체 비트 스트링 수
- 결정변수들의 값 표현 : 30비트

제안한 방법의 밀도계산을 위한 셀의 개 수 K는 목적공간의 각 차원마다 10으로 설정하였다.

(그림 3)은 ZDT 4문제에 대해 각 알고리즘이 가장 잘 전역 파레토 프론트에 수렴한 결과이다. (그림 3)에서 Adaptive-Weighting은 제안한 방법에 의한 결과이고, Fixed-Weighting은 제안한 방법에서 가중치 조절을 하지 않고 순위에 대한 가중치를 1로 고정한 경우이다. 순위 가중치를 1로 고정하게 되면 진화는 파레토 순위에 의한 진화압력을 받기 때문에 극도의 유전적 편류현상에 의한 수렴을 만든다. 이러한 유전적 편류 현상은 단목적 최적화 문제에서서는 최적해로의 수렴을 위해서 이용해야 하는 현상이지만 다목적 최적화 문제에서 지나친 유전적 편류 현상 많은 지역해를 가지는 문제에서서는 오히려 전역 최적해로의 수렴을 방해하는 요소가 되는 것 같다. 그리고 제안한 방법은 밀도를 부가적인 요소로만 사용하는 NSGA-II 방법보다 많은 지역해를 가지는 문제에서 우수한 결과를 보였다. 이는 밀도 정보가 적합도 평가를 위한 부가적인 요소로서 사용되기 보다는 개체의 다양성 유지를 위해 파레토 지배순위와 같은 중요도를 가지고 사용되는 것이 극도의 유전적 편류현상을 보완 할 수 있음을 확인 할 수 있었다.



(그림 3) ZDT4 문제의 실험결과

본 논문에서의 실험 문제는 2차원의 실험 문제를 대상으로 하였다. 그러나 직관적으로 제안한 방법은 다차원 목적공간을 2차원의 순위와 밀도공간으로 사상하는 특징을 가지고 있기 때문에 3차원 이상의 고차원 문제에서 보다 좋은 성능을 보일 것으로 판단된다. 따라서 3차원 이상의 고차원 문제에서 적용한 결과를 분석해 보아야 할 것이다.

참고문헌

[1] J. D. Schaffer, "Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms," In Genetic Algorithms and their Applications : Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms, pp.93-100, 1985.

[2] Frank Kursawe, "A Variant of evolution strategies for vector optimization," In Parallel Problem Solving from Nature. 1st Workshop, PPSN I, volume 496 of Lecture Notes in Computer Science, pp.193-197, 1991.

[3] Carlos M. Fonseca and Peter J. Fleming, "Genetic Algorithms for Multiobjective ptimization: Formulation, Discussion and Generalization," In Proceedings of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms, pp.416-423, 1993.

[4] Jeffrey Horn and Nicholas Nafpliotis, "Multiobjective Optimization using the Niched Pareto Ganetic Algorithm," Technical Report IlliGAl Report 93005, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, Illinois, USA, 1993.

[5] N. Srinivas and Kalyanmoy Deb, Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms," Evolutionary Computation, Vol.2, No.3 pp.221-248, 1994.

[6] Kalyanmoy Deb, Samir Agrawal, Amrit Pratab, and T. Meyarivan, "A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II," Proceedings of the Parallel Problem Solving from Nature VI Conference, pp.849-858, Springer, 2000.

[7] Eckart Zitzler, Marco Laumanns and Lothar Thiele, "SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm," EUROGEN 2001, Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems, pp.12-21, 2001.

[8] Joshua D. Knowles and David W. Corne, "Approximating the Nondominated Front Using the Pareto Archived Evolution Strategy," Evolutionary Computation, Vol.8, No.2, pp.149-172, 2000.

[9] Kalyanmoy Deb, "Multi-Objective Genetic Algorithms: Problem Difficulties and Construction of Test Problems," Evolutionary Computation, Vol.7, No.3, pp.205-230, 1999.