급성복통 진단을 위한 퍼지조건연산자의 비교

현우석
한국성서대학교 정보과학부
e-mail: wshyun@bible.ac.kr

Comparison of Fuzzy Implication Operators by means of Diagnosis for Diseases associated with Acute Abdominal Pain

Woo-Seok Hyun
Dept. of Information and Science, Korean Bible University

요 약

본 논문에서는 급성복통(acute abdominal pain)의 진단을 위하여 퍼지관계곱에서 이용하는 퍼지조건연산자와 알파절단(alpha-cut)의 적합한 선택에 관하여 논의한다. 퍼지관계곱은 퍼지조건연산자를 이용하여 적절히 처리되는데 퍼지조건연산자는 이진 조건 연산과는 달리 다양한 방법으로 구현이 가능하여 적용되는 분야에 연관되어 적절히 선택되어져야 한다. 본 논문에서는 급성복통 진단을 위한 휴리스틱 탐색기법을 설계하고 이에 가장 적합한 퍼지조건연산자와 알파절단을 제안한다. 제안된 퍼지조건연산자와 알파절단의 효율성을 증명하기 위하여 평균 진단성공율을 증가시키는 관점에서 모든 경우의 퍼지조건연산자와 알파절단에 대하여 시뮬레이션을 수행한다.

1. 서론

급성복통(acute abdominal pain)은 전구 증상 없이 갑자기 복통이 발생하는 것으로 소화기 질환을 비롯한 여러 질환에 관련되어 있어서 의사들이 진단을 내리는 데 어려움이 있다.

본 논문에서는 급성복통을 진단하기 위해 적용시킨 퍼지관계곱(fuzzy relational product)[1-4] 기반 휴리스틱 탐색기법을 제안한다. 실제적으로 퍼지관계곱은 퍼지조건연산자(fuzzy implication operator)를 이용하여 적절히 처리되는데 퍼지조건연산자는 이진 조건 연산자와는 달리 다양한 방법으로 구현 가능하며 현재 다양한 퍼지조건연산자가 제안되어 있어서 적용되는 분야에 연관되어 적절히 선택되어 사용되어 진다. 따라서 특정 응용 분야에 적용될 퍼지조건연산자를 적절하게 설정하는 것은 매우 중요한 일이다. 다수의 조건연산자들에 대한 유용한 연구가 여러 가지 관점에서 이루어졌는데, 각 연산자들의 의미를 분석하고 그들간의 차이점을 규명한 Bandler와 Khout의 연구[3]와 조건 연산자들간의 특징을 비교한 Sebi와 Mamdani의 연구[5] 그리고 자율수중운동체의 상세경로설정기법을 위한 퍼지조건연산자들간의 비교[6] 등이 있다.

본 논문에서는 급성복통 진단을 위한 휴리스틱 탐색기법을 설계하고 이에 가장 적합한 퍼지조건연산자와 알파절단을 제안하며, 평균 진단성공율을 통하여 최적성(optimality) 관점에서 효율성을 증명한다.

2. 퍼지 조건연산자와 알파절단

일반 집합(crisp set)에서는 원소의 집합에 대한 소

속여부가 분명하여, 소속정도가 1(소속) 또는 0(비소속)으로 나타난다. 이에 반하여 퍼지집합(fuzzy set)에서는 원소의 집합에 대한 소속정도가 0과 1사이의 값을 가질 수 있으며, 이것은 원소의 집합에 대한 소속정도가 애매함을 나타낸다.

원소의 집합에 대한 소속정도가 애매함을 표현할 수 있는 퍼지집합에서는 기존의 조건연산자(classical material implication)를 확장한 퍼지조건연산자 '→'를 정의할 수 있다. 퍼지조건연산자는 두 퍼지 관계들로부터 새로운 관계를 생성시키는 퍼지관계곱 연산에 적용된다. 그런데 새로운 관계를 생성시키는 퍼지조건연산자에는 다수의 방법이 존재하기 때문에, 응용분야에 따라 사용되는 퍼지조건연산자를 적절하게 선택하여 사용하여야 한다. 퍼지화 정도에 따른 대표적인 퍼지 조건 연산자는 수식 (1)-(9)와 같다[7-11].

연산자 1:S#과 2:S는 퍼지화된 결론을 도출하지 못하므로 퍼지조건연산자로 보기 어려워 본 논문의 시뮬레이션에서는 제외시켰다.

알파절단은 주어진 퍼지관계를 이진관계로 변환시킨다. R을 X×Y 위에서의 퍼지관계라 하고 α가 $0 \le \alpha \le 1$ 이라면, R의 알파절단 관계는 수식 (10)과 같다. 알파절단 값에 따라 다양한 이진관계를 생성할 수 있는데 이는 환자와 급성복통과 관련된 질환과의 퍼지관계들간의 관계성(relationship)이 알파절단의 설정에 의존한다는 것을 의미한다. 따라서 적절한 퍼지조건연산자와 알파절단을 설정하는 것은 매우 중요한 일이다.

$$a \rightarrow_1 b = \begin{cases} 1, & iffa \neq 1 orb = 1 \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (1)$$

$$a \rightarrow_2 b = \begin{cases} 1, & iffa \le b \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (2)$$

$$a \rightarrow_3 b = \begin{cases} 1, & iffa \le b \\ b, & otherwise \end{cases} \quad (3)$$

$$a \rightarrow_4 b = \min\left(1, \frac{b}{a}\right) \quad (4)$$

$$a \rightarrow_{4'} b = \min\left(1, \frac{b}{a}, \frac{1-a}{1-b}\right) \quad (5)$$

$$a \rightarrow_5 b = \min(1, 1-a+b) \quad (6)$$

$$a \rightarrow_6 b = (1-a) \vee b \quad (7)$$

$$a \rightarrow_7 b = (a \wedge b) \vee (1-a) = (a \rightarrow_6 b) \wedge ka \quad (8)$$

$$a \rightarrow_8 b = ((1-a) \vee b) \wedge (a \vee (1-b) \vee (b \wedge (1-a))) = (a \rightarrow_7 b) \wedge ka = (a \rightarrow_6 b) \wedge ka \wedge ka \quad (9)$$

$$\tilde{R}_\alpha = \{(x,y) : m_{\tilde{R}}(x,y) \ge \alpha\} \quad (10)$$

3. 퍼지관계곱 기반 휴리스틱 탐색기법

본 연구에서 제안하는 급성복통 진단을 위한 휴리스틱 탐색기법은 다음과 같다. 첫 번째 단계에서는 수식 (11)-(13)과 같이 환자의 집합 PT, 증상의 집합 SM, 질환의 집합 DS를 정의내린다. 수식 (11)-(13)을 이용하여 환자와 증상간의 퍼지관계를 수식 (14)로 구하며, 증상과 질환과의 퍼지관계를 수식 (15)로 구하게 된다. 두 번째 단계에서는 퍼지관계곱 연산을 이용하여 환자와 증상간의 퍼지관계와 증상과 질환과의 퍼지관계로부터 수식 (16)와 같은 환자와 질환과의 퍼지관계를 구하게 된다. 이 단계에서 퍼지관계곱 연산을 적용하기 위하여 특정 퍼지조건연산자를 선택하게 되는데 선택된 퍼지조건연산자에 따라 결과가 달라지게 되므로 적절한 퍼지조건연산자를 선택하는 일은 매우 중요하다. 세 번째 단계에서는 수식 (16)에서 구해진 퍼지관계를 이진관계로 변환하기 위하여 α-cut을 적용하며 수식 (17)과 같다. 한다. 이 때 α-cut 값을 어떤 값을 주느냐에 따라 결과가 달라질 수 있으므로 시뮬레이션을 통해서 가장 적절한 α-cut 값을 구해야 한다.

$$PT = \{pt_1, pt_2, pt_3, ..., pt_j\} \quad (11)$$

$$SM = \{sm_1, sm_2, sm_3, ..., sm_m\} \quad (12)$$

$$DS = \{ds_1, ds_2, ds_3, .., ds_n\} \quad (13)$$

$$\tilde{O} = PT \times SM = \begin{Bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1m} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{j1} & q_{j2} & \cdots & q_{jm} \end{Bmatrix} \begin{matrix} pt_1 \\ pt_2 \\ \vdots \\ pt_j \end{matrix} \quad (14)$$
$$sm_1 \quad sm_2 \quad \cdots \quad sm_m$$

$$\tilde{P} = SM \times DS = \begin{Bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \cdots & r_{mn} \end{Bmatrix} \begin{matrix} sm_1 \\ sm_2 \\ \vdots \\ sm_m \end{matrix} \quad (15)$$
$$ds_1 \quad ds_2 \quad \cdots \quad ds_n$$

$$\tilde{Q} = \tilde{O} \otimes \tilde{P} = \begin{Bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1n} \\ s_{21} & s_{22} & \cdots & s_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{j1} & s_{j2} & \cdots & s_{jn} \end{Bmatrix} \begin{matrix} pt_1 \\ pt_2 \\ \vdots \\ pt_j \end{matrix} \quad (16)$$
$$ds_1 \quad ds_2 \quad \cdots \quad ds_n$$

$$T_\alpha = \alpha_cut(\tilde{U}, \alpha) = \begin{Bmatrix} t_{11} & t_{12} & \cdots & t_{1n} \\ t_{21} & t_{22} & \cdots & t_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{j1} & t_{j2} & \cdots & t_{jn} \end{Bmatrix} \begin{matrix} pt_1 \\ pt_2 \\ \vdots \\ pt_j \end{matrix} \quad (17)$$
$$ds_1 \quad ds_2 \quad \cdots \quad ds_n$$

4. 시뮬레이션과 평가

본 논문에서 제안된 휴리스틱 탐색기법에 적용될 가장 합리적인 결과를 산출하는 퍼지조건연산자를 선정하기 위하여 퍼지조건연산자 3:S*부터 8:EZ까지 각각에 대해 알파절단값을 0부터 1까지 0.1씩 증가시키며 시뮬레이션을 하였다.

4.1 측정척도

퍼지조건연산자와 알파절단의 효율성을 증명하기 위하여 E 병원으로부터 획득한 400명의 실제 환자 데이터를 기준으로 평균 진단성공율을 증가시키는 관점에 기반하여 시뮬레이션을 하였다.

4.2 평가 결과

평균 진단성공율 관점에서의 시뮬레이션 결과에 대한 분석은 다음과 같은 사실을 보여준다. 첫째, 조건연산자 4′:G43′과 5:L은 그림 1에서 보는 바와 같이 평균 진단성공율을 증가시켜 다른 퍼지조건연산자와 비교했을 때 진단의 정확성을 향상시키게 되었다. 둘째, 각각의 퍼지조건연산자에서 평균진단성공율을 최대화시키는 알파절단값을 선정하였다. 표 1은 이러한 알파절단값에 대한 정보를 보여준다.

최적성의 관점에서의 시뮬레이션 결과에 대한 분석을 통해 다음과 같은 결론을 얻었다. 알파절단 0.95에서 퍼지조건연산자 5:L은 표 1에 보여지듯 최적화된 진단율을 산출하는데, 이는 최적화된 평균진단성공율을 의미한다.

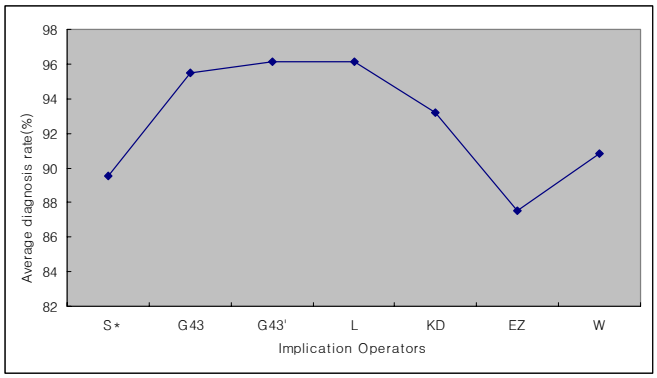

그림 1 최적화관점에서의 시뮬레이션 결과

Operator	Min-Average diagnosis rate	Alpha-cut
3:S*	96.15	0.96~1.0
4:G43	96.1	0.97
4′:G43′	96.17	0.95~1.0
5:L	96.59	0.95
6:KD	95.9	0.5
7:EZ	95.9	0.5
8:W	90.8	0.73~0.78

표 1 최적화된 평균진단성공율을 산출하는 알파절단

5. 결론 및 향후 과제

본 논문에서는 급성복통 진단을 위한 퍼지관계곱에 기반 한 휴리스틱 탐색기법을 제안하고 제안된 탐색기법에 가장 적절한 퍼지조건 연산자와 알파절단값을 제안하였다. 현재 퍼지조건연산자는 수 십여 가지의 다양한 형태로 존재하며, 또한 각기 서로 다른 특징을

지니고 있어서 적용되는 분야에 연관되어 적절히 선택되어 사용되어져야 한다. 시뮬레이션 결과에 대한 분석에서 보여지듯이 조건연산자 5:L이 알파절단 0.95에서 최적성 관점에서 급성복통 진단에 가장 적합하다.

참고문헌

[1] L. J., Khout, E. Keravnou and W. Bandler, "Automatic documentary information retrieval by means of fuzzy relational products," In Gaines, B. R., Zadeh, L. A. and Zimmermann, H. J., editors Fuzzy Sets in Decision Analysis, pp.308-404, North-Holland, Amsterdam, 1984.

[2] W. Bandler and L. J. Kohout, "Fuzzy Relational Products as a Tool for Analysis and Synthesis of the Behaviour of Complex natural and Artificial System," in: S. K, Wang and P. P. Chang, eds., Fuzzy Sets: Theory and Application to Analysis and Information Systems, Plenum Press, New York, pp.341-367, 1980.

[3] W. Bandler and L. J. Kohout, "Semantics of Implication Operators and Fuzzy Relational Products," Intl. Journal of Man-Machine Studies, vol.12, pp.89-116, 1980.

[4] W. Bandler and L. J. Kohout, "Fuzzy Power Sets and Fuzzy Implication Operator," Fuzzy Set and Systems 4, pp.13-30, 1980.

[5] Sembi, B. S. and Mamdani, E. H., On the Nature of Implication in Fuzzy Logic, Proceeding of the Ninth International Symposium on Multiple-valued Logic, 1979 pp.143-151.

[6] 이영일, 김용기, "자율수중운동체의 상세경로설정 기법을 위한 퍼지조건연산자의 비교," 한국퍼지및지능시스템학회 2002 춘계학술발표논문집, pp.140-143, 2002. 5.

[7] Willmott, R., Two Fuzzier Implication Operators in the Theory of Fuzzy Power Sets, Rep. No. FRP-2., 1978.

[8] Bandler, W., and Khout, L. J., Fuzzy Relational Products and Fuzzy Logic, Proceeding of the Ninth International Symposium on Multiple-valued Logic, 1979, pp.143-151.

[9] Bandler, W., and Khout, L. J., Application of Fuzzy Logics to Computer Protection Structures, Report No. FRP-3, 1978.

[10] Bandler, W., and Khout, L. J., Fuzzy power Sets and Fuzzy Implication Operators, Report No. FRP-7, 1979.

[11] Zadeh, L. A., Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Process, IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, 1973, pp.28-44.