

Rate equation을 이용한 광송신용 LD의 등가회로 분석

김도균, 윤영설, 이준재, 최영완
광전자 및 광통신 연구실, 중앙대학교

Analysis of Laser Diode Equivalent Circuit using Rate Equation

Do-Kyoon Kim, Young-Sul Yun, Jun-Jea Lee, Young-Wan Choi
Lab. of Optoelectronics and Optical Communication, Chung-Ang University

Abstract - 레이저 다이오드 (LD)의 광 직접 변조 시 광자와 전자의 동역학에 의하여 입출력 관계가 결정된다. 이는 LD의 직접 변조 시 대역폭을 제한하는 요소로 작용한다. 높은 대역폭을 가지는 광송신기 설계를 위하여 LD의 등가회로 분석은 필수적이다. LD의 등가회로는 E/O response를 이용하여 소신호 분석을 통해 얻을 수 있으며, E/O response는 rate equation을 이용하여, 구할 수 있다. LD의 등가회로는 직렬 저항값, 기생 커패시턴스, 외부 회로와의 연결을 위한 와이어에 기인하는 인덕턴스 성분 등으로 구성된다. 본 논문에서는, rate equation을 사용하여 계산된 결과를 이용하여, LD의 등가회로를 도출하였다.

1. 서 론

정보 통신망의 초고속화와 대용량화는 광대역 통신망 구축에 있어서 단순한 음성 정보 뿐 아니라 영상 정보 등 멀티미디어 서비스의 요구가 증대됨에 따라 날로 그 중요성이 증대되고 있다. 이러한 시대적 요구에 따라 광통신이 차지하는 비중은 날로 커지고 있는 실정이며, 광 접속 기술은 전기적인 접속 기술에서 나타나고 있는 한계를 극복할 수 있는 가장 유력한 방법 중의 하나이다. 더욱이 기존의 초고속 정보통신망이 동선에서 광섬유로 변화되어 가면서, 광통신의 중요성은 더욱 강조되고 있으며, LD는 광통신 시스템에서 광원으로 사용되고 있다. 전기신호를 광신호로 직접 변조를 할 경우, LD에 전송을 위한 전기신호는 전류로써 주입이 되며, 이는 LD의 출력 광파워를 변화시킨다. 그러나, 고속의 광변조의 경우, LD의 활성영역에서 전자 밀도의 급속한 변화로, 대역폭의 제한이 발생한다. Rate equation은 LD에서 광자와 전자의 변화를 표현한 수식으로, LD 내의 광자와 전자의 동적 변화를 포함하고 있다. 따라서 고속의 광변조시 입력 전류와 출력 광파워의 관계를 계산할 수 있다. Rate equation을 이용하여 LD의 E/O response를 계산하여, LD의 대역폭을 알 수가 있으며, 이를 등가회로로 변환할 수 있고, LD를 이용한 광 송신기 설계 시에 대역폭을 높일 수 있다. LD의 등가회로는 E/O response를 이용하여, 소신호 모델 분석을 한다. LD의 직렬 저항값은 I-V 곡선과 다이오드 전류 수식을 사용하여 나타낼 수 있다. LD 칩의 기생 커패시턴스는 RC 주파수 응답 특성을 이용하여 구할 수 있으며, 외부 회로와 연결하기 위한 와이어는 직렬 인덕턴스로 나타낼 수가 있다.

2. 본 론

2.1 LD의 Rate Equation

LD의 동작특성을 표현하는 가장 기본적인 모델링은 LD의 rate equation이다. 이는 LD의 변수들을 바탕으로 하여 전자밀도 (electron density), N ($1/m^3$)과 광자 밀도 (photon density), S ($1/m^3$)가 시간 영역에서 어떻게 변하는가를 보여준다. LD의 rate equation은 식(1)과 같다. [1]

$$\frac{dS}{dt} = \{G(N)[1 - \epsilon S] - 1/\tau_p\}S + \beta \frac{dN}{\tau_n} \quad (1)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{\alpha} - \frac{N}{\tau_n} - G(N)[1 - \epsilon S]S \quad (2)$$

S 는 단위부피당 광자밀도, N 은 단위부피당 전자밀도, I 는 LD에 주입되는 전류, $\alpha = qv_a$, v_a 는 활성영역의 부피, G 는 이득 상수, N_0 는 carrier transparency number, τ_p 는 광자의 수명 시간, τ_n 은 전자의 수명 시간, β 는 자연 방출 상수, ϵ 는 이득 압축 요소이다. 시간 영역에 대해 rate equation을 계산을 하기 위해서 FDM (Finite Differential Method)를 사용하였다.

2.1.1 E/O Response

E/O response를 계산하기 위해서는 rate equation에 주입되는 전류를 주파수의 함수로 인가하였다. 바이어스 전류와 신호 전류의 합을 입력 전류로 계산하였으며, 이때 입력 전류의 최저값이 문턱 전압 보다 크게 값을 인가하여, 출력 광신호에서 클램핑이 발생하지 않도록 하였다.

$$i(t) = I_{bias} + A \sin(2\pi ft) \quad (3)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I_{bias} + A \sin(2\pi ft)}{\alpha} - \frac{N}{\tau_n} - G(N)[1 - \epsilon S]S \quad (4)$$

따라서 입력 전류 신호의 주파수에 따른 광출력의 주파수 성분을 분석하였다. 이때, 입력 전류의 주입되는 순간 광자와 전자의 비율의 변화에 따른 relaxation oscillation이 발생하게 된다. relaxation oscillation의 경우 바이어스 전류값에 따라 광출력에 공진주파수

성분이 포함되게 된다. LD의 E/O response를 계산하기 위하여 바이어스 전류에 의한 relaxation oscillation의 배제를 위하여 바이어스 전류를 인가 후, 1ns의 시간 지연을 가진 후에 전류 신호를 인가하였다. 또한 계산 결과는 상온(300K)으로 가정하였고, 온도 변화에 따른 문턱전류의 변화는 고려하지 않았으며, 값은 0.5 mA로 계산하였다. [2] Rate equation을 계산하기 위한 각 파라미터는 표1과 같다. [1] 그림 1. 은 바이어스 전류 변화에 따른 E/O response 특성을 구한 결과이다.

2.2 LD의 등가회로

본 논문에서 LD 모델은 Thibeault에 의해 제안된 VCSEL [3]을 사용하였다. 그림 2. 는 LD의 등가회로 모델이다. 등가회로 모델을 위해서는 rate equation과 LD의 소신호 모델을 사용하여 나타낼 수 있다. 등가회로 모델의 각 파라미터를 구하기 위해서는 식 (1) - (2) 와 다이오드의 평균 접합 전압을 알아야 하여 다음과 같다.

$$V_{j0} = \frac{2kT \ln(N_0/N_e)}{q} \quad (5)$$

이때 N_e 는 평형상태의 전자 밀도이다. 각 파라미터를 ac와 dc로 나타내면 식 (6)과 같다. [4]

$$\begin{aligned} I &= I_0 + i e^{j\omega t} \\ N &= N_0 + n e^{j\omega t} \\ V_j &= V_{j0} + v_j e^{j\omega t} \\ G &= G_0 + g e^{j\omega t} \\ S &= S_0 + s e^{j\omega t} \end{aligned} \quad (6)$$

이때, I 는 바이어스 전류와 신호 전류, N 은 전자 밀도, V_j 는 LD의 접합 전압, G 는 이득, S 는 광자 밀도를 나타낸다. 소신호 모델 분석을 위해서는 식 (6)과 식 (1) - (2)를 사용하였으며, 이를 사용하여 얻은 각 파라미터의 공식은 다음과 같다. [4]

$$v_j = i_s(R_d + R_0 + j\omega L_s) \quad (7)$$

$$i = v_j(1/R_1 + j\omega C_t) + i_s \quad (8)$$

$$i_s = \alpha G_0(1 - 2\epsilon S_0)s \approx \alpha G_0 s \quad (9)$$

$$R_1 = R_d[1 + \gamma\tau_n S_0(1 - \epsilon S_0)]^{-1} \approx R_d(1 + \gamma\tau_n S_0)^{-1} \quad (10)$$

$$R_d = 2\tau_n \alpha N_0 kT/q \quad (11)$$

$$C_t = C_d + C_{sc} \quad (12)$$

$$C_d = \tau_n/R_d \quad (13)$$

$$L_s = \frac{R_d}{G_0(1 - 2\epsilon S_0)[\beta + \gamma\tau_n S_0(1 - \epsilon S_0)]} \quad (14)$$

$$R_{s1} = \epsilon G_0 S_0 L_s \quad (15)$$

$$R_{s2} = \frac{\beta N_0 L_s}{\tau_n S_0} \quad (16)$$

식 (1) - (2)와 식 (6) - (16)을 사용하여 각 파라미터 값을 구할 수 있으며 그림 3 과 같다. 이때 LD의 바이어스 전류는 3 mA 이다.

2.3 LD의 직렬저항과 기생 커패시턴스

LD의 직렬 저항은 I-V 곡선을 사용하여 구할 수 있다. I-V 곡선의 기울기에 해당하는 값이다. 결국 LD의 직렬 저항은 이상 다이오드 전류 방정식을 통하여 얻을 수 있다.

$$I = I_s \left[\exp\left(\frac{qV_a}{kT}\right) - 1 \right] \quad (17)$$

$$I = I_s \left[\exp\left(\frac{q(V_a - I \cdot R_s)}{kT}\right) - 1 \right] \quad (18)$$

I_s 는 다이오드의 포화 전류, R_s 는 LD의 직렬 저항이다. 이때, I_s 값은 이상적인 역포화 전류로써, I_s 값을 도출하기 위해서는 LD의 PIN구조를 고려해야 하며, LD의 직렬 저항 값을 계산하는데 있어서, LD의 구조를 적용해야 된다. I-V 곡선을 Fitting한 수식은 다음과 같으며, 그림 4는 I-V 곡선을 나타낸 것이다. [2]

$$V = 149.8I + 0.9366 \ln\left(1 + \frac{I}{7.918 \times 10^{-5}}\right) \quad (19)$$

식 (18)과 (19)를 이용하여 직렬 저항 R_s 값을 구하면 453 Ω 이다. R_s 값은 VCSEL의 상하의 DBR reflectors에 의해 큰 값으로 나타난다. 기생 커패시턴스 C_s 는 LD [3]의 고속 동작 성능을 제안하는 요소로써, 367 pF의 값을 가지며, 다음 수식을 통하여 얻을 수 있다. [3]

$$|H(f)|^2 = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right]} \cdot \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{f}{f_r}\right)^2\right] + \left(\frac{\gamma}{2\pi f_r}\right)^2 \left(\frac{f}{f_r}\right)^2} \quad (20)$$

3. 결 론

지금까지 수식과 모의실험 결과를 토대로 완성된 등가회로는 그림 5와 같다. 본 논문에서는 Thibeault에 의해 제안된 VCSEL을 모델로 등가회로를 완성하였다. 소신호 모델을 사용하여 rate equation에 적용함으로써, LD 내에서 발생하는 광자와 전자의 상호관계가 등가회로에 적용될 수가 있으며, 모의실험 결과로 완성된 LD 등가회로의 각 파라미터 값을 도출하였다. 또한 LD의 직렬 저항값을 도출하는데 있어서, 다이오드 특성을 이용하여 LD의 구조에 따른 변화를 등가회로 모델의 적용이 가능해졌다. 이는 다른 구조의 LD 등가회로 구성에도 적용이 가능하며, LD를 광원으로 사용하는 광통신 모듈에 적용이 가능하다. 따라서, 제안된 등가회로 모델은 고속 동작을 위한 LD와 광송신기의 설계에 기반이 된다.

[참고 문헌]

- [1] P.V. Mena, J.J. Morikuni, and S.-M. Kang, "A Simple Rate-Equation-Based Thermal VCSEL Model", *Journal of Lightwave Tehnology*, vol. 17, No. 5, May 1999
- [2] Donal M. Byrne, and Brian A. Keating, "A Laser Diode Basde on Temperature Dependent Rate Equations", *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 1, No. 11, November 1989
- [3] B.J. Thibeault, K. Bertilsson, E.R. Hegblom, E. Strzelecka, P.D. Floyd, R. Naone, and L.A. Coldren, "High-Speed Characteristics of Low-Optical Loss Oxide-Apertured Vertical-Cavity Lasers", *IEEE Photon. Technol. Lett.*, vol. 9, pp. 11-13, Jan. 1997
- [4] Rodney S. Tucker, and David J. Pope, "Circuit Modeling of the Effect of Diffusion on damping in a narrow-Stripe Semiconductor Laser", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. QE-19, No. 7, July 1983

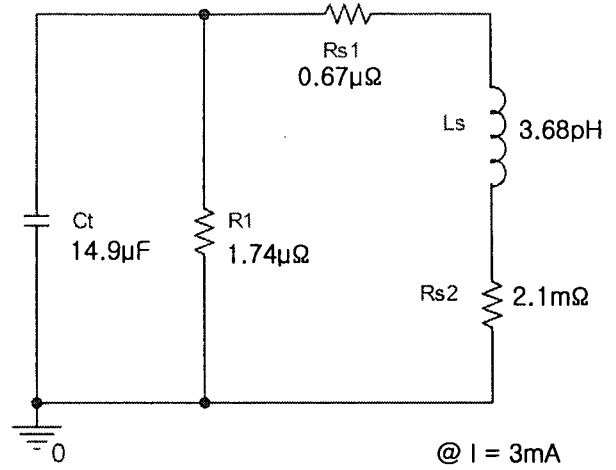


그림 3. LD의 등가회로 파라미터

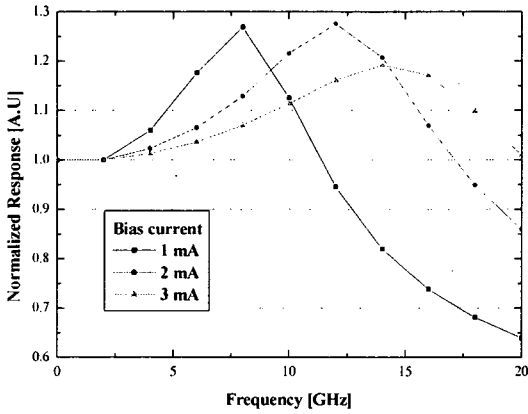


그림 1. 입력 전류의 변화에 따른 E/O Response

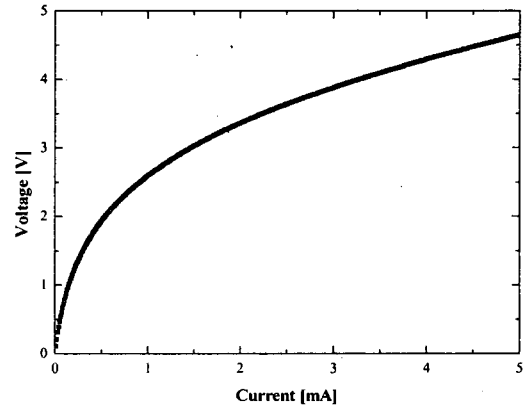


그림 4. I-V 곡선

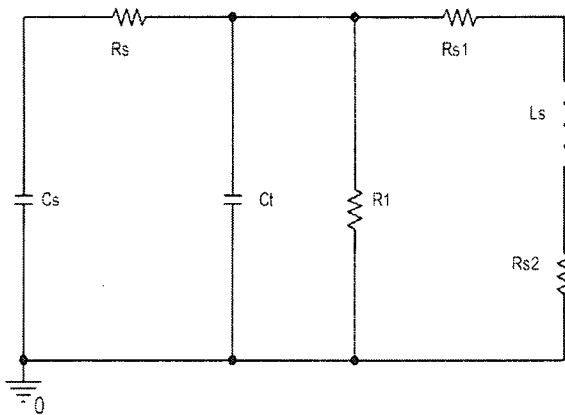


그림 2. LD 등가회로 모델

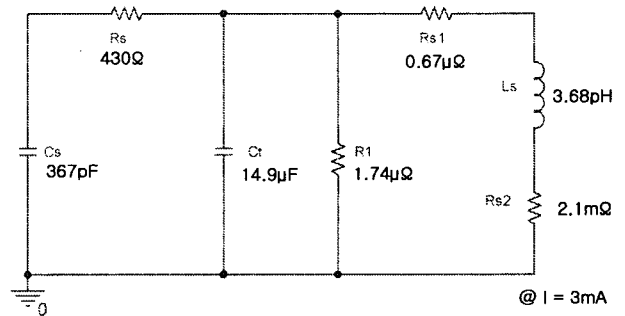


그림 5. LD Chip의 등가회로

표 1. Rate Equation Parameter

parameter	Symbol	value
Threshold current	I_{th}	0.5 mA
Quantum efficiency	η_i	0.821
Spontaneous emission factor	β	2.68×10^{-2}
Carrier transparency number	N_0	1.286×10^6
Electron lifetime	τ_n	1.201 ns
Photon lifetime	τ_p	2.884 ps
Gain-compression factor	ϵ	3.888×10^{-24}
Gain coefficient	G	$8.486 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$
Volume of the active layer	v_a	$9.21 \times 10^{-19} \text{ m}^3$
Amplitude of input current	A	0.5 mA