

화력 발전용 3차 비선형 보일러 시스템 모델의 선형화 모델 분석

김우근, 권헌태 (중앙대학교 전자전기공학부 전력계통 연구실)
문운철 (중앙대학교 전자전기공학부)

Linearized Model Analysis of Nonlinear Thermal Power Boiler System

Woo-Kuen Kim, Hyun-tae Kwon, Un-Chul Moon
Power system laboratory, The Department of electric engineering, Chung-Ang University

Abstract - This paper presents analysis of linear model boiler-turbine system model of Bell and Astrom. The 3rd order nonlinear model is linearized and the linearized models of several operating points are presented. The analysis results show that the linearized model is relatively reliable except the dynamics of electric output and drum level. Therefore, a caution is necessary in controller design based on the linearized model.

1. 서 론

화력 발전의 보일러 터빈 시스템 모형으로는 벨과 앙스트롬이 제안한 비선형 3차 모델 모델이 널리 적용되고 있다[2]-[6]. 대부분의 연구들에서는 비선형 3차 모델로부터 선형화한 후, 이를 바탕으로 한 선형제어기를 설계하는 접근 방식이 일반적이다[2]-[5].

이러한 선형제어기법은 기본은 정확한 선형화 과정 및 선형모델의 정확성을 기본 전제 조건으로 한다. 때문에 선형화된 모델의 분석이 매우 필요한 과정이다.

본 논문에서는 벨과 앙스트롬의 비선형 3차 모델의 출력에 따른 선형화 과정을 제시하고, 계산된 선형모델을 원래의 비선형 모델과의 계단응답을 비교함으로써 그 정확성을 분석한 결과를 제시한다.

2. 정상상태 동작점 유도

보일러-터빈 비선형 3차 모델의 경우 각 상태변수 x_1, x_2, x_3 는 각각 드럼내의 증기 압력 ($P, [kg/cm^2]$), 전기적 출력 ($E, [MW]$), 드럼 내부의 증기물 유체 밀도 ($\rho, [kg/m^3]$)로 정의 되며, 또 출력 y_1, y_2, y_3 는 각각 드럼내의 증기 압력(x_1), 전기적 출력(x_2), 드럼내 유체의 높이($L, [m]$)로 정의 된다. 그리고 이들을 사용하여 비선형 3차 모델은 다음과 같이 표현된다.[6]

$$\dot{x}_1 = -0.0018x_1^{9/8} + 0.9u_1 - 0.15u_2 \tag{1}$$

$$\dot{x}_2 = [(0.73u_2 - 0.16)x_1^{9/8} - x_2]/10 \tag{2}$$

$$\dot{x}_3 = [14lu_3 - (1.1u_2 - 0.19)x_1]/85 \tag{3}$$

$$y_1 = x_1 \tag{4}$$

$$y_2 = x_2 \tag{5}$$

$$y_3 = 0.05(0.13073x_3 + 100\alpha_c + \frac{q_c}{9} - 67.975) \tag{6}$$

$$q_c = (0.854u_2 - 0.147)x_1 + 45.59u_1 - 2.514u_3 - 2.096 \tag{7}$$

$$\alpha_c = \frac{(1 - 0.001538x_3)(0.8x_1 - 25.6)}{x_3(1.0394 - 0.0012304x_1)} \tag{8}$$

그리고 (7)과 (8)에서 계산된 q_c 는 증발율을, α_c 는 증기의 질(quality)을 나타낸다.

또, 각각의 입력 u_1, u_2, u_3 는 제어 밸브의 위치로서, 연료의 양, 터빈에 공급되는 증기의 양 그리고 드럼내의 물의 공급량이다. 이 밸브들의 위치는 [0, 1]사이 값으로 규정되며 각 입력의 변화량은 다음과 같은 제약 조건을 따른다.

$$-0.007 \leq \frac{du_1}{dt} \leq 0.007 \tag{9}$$

$$-2.0 \leq \frac{du_2}{dt} \leq 0.02 \tag{10}$$

$$-0.05 \leq \frac{du_3}{dt} \leq 0.05 \tag{11}$$

보일러-터빈 시스템의 선형모델을 얻기 위해서는, 정상상태의 출력(y_{01}, y_{02}, y_{03})을 적절하게 가정하여 그 출력값으로부터 나머지 변수들($u_{01}, u_{02}, u_{03}, x_{01}, x_{02}, x_{03}$)의 정상상태 값을 구해야 한다. 이는 (1)-(3)의 미분항을 영으로 놓음으로써 유도되며, (12)-(21)와 같이 표현된다.

$$x_1 = y_1 \tag{12}$$

$$x_2 = y_2 \tag{13}$$

$$u_2 = \frac{x_1^{-9/8} \cdot x_2 + 0.16}{0.73} \tag{14}$$

$$u_3 = \frac{(1.1u_2 - 0.19)x_1}{141} \tag{15}$$

$$u_1 = \frac{0.15u_3 + 0.0018x_1^{9/8}}{0.9} \tag{16}$$

$$0 = 0.13073x_3^2 + \gamma \cdot x_3 + 100 \cdot \alpha \tag{17}$$

여기서,

$$\alpha = \frac{(0.8x_1 - 25.6)}{(1.0394 - 0.0012304x_1)} \tag{18}$$

$$\gamma = -0.1538 \cdot \alpha + \beta \tag{19}$$

$$\beta = \frac{q_c}{9} - 67.975 - \frac{y_3}{0.05} \tag{20}$$

$$q_c = (0.854u_2 - 0.147)x_1 + 45.59u_1 - 2.514u_3 - 2.096 \tag{21}$$

이때, x_{03} 는 (17)과 같은 이차방정식의 해의 형태로 나타내어짐을 알 수 있다. 그러므로 (17)이 유효한 실근을 갖지 않는 경우에는 주어진 벨과 웅스트롬 모형의 동작점은 존재하지 않게 된다. 따라서, 모든 출력값들의 조합에 대하여 정상상태가 존재하지 않는다는 사실을 알 수 있다.

2. 동작점에 따른 선형화 모델의 특성 분석

본 연구에서는 주어진 각 동작점에서의 선형화 모델과 원래의 비선형 모델의 차이를 비교하기 위하여 계단 응답을 비교하였다. 먼저, 출력(y_{01} , y_{02} , y_{03})=(100,50,0)을 가정하고, (12)-(21)를 이용하여, 나머지 변수들의 평형점을 구하였다.

$$(u_{01}, u_{02}, u_{03}, x_{01}, x_{02}, x_{03}) = (0.2711, 0.6043, 0.3367, 100, 50, 449.381) \quad (22)$$

(22)의 동작점에서 (1)-(8)을 Taylor 1차 전개에 의하여 다음과 같은 선형화 모델을 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_1 \\ \Delta \dot{x}_2 \\ \Delta \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ b & -\frac{1}{10} & 0 \\ c & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.9 & d & -0.15 \\ 0 & e & 0 \\ 0 & f & \frac{141}{85} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta u_3 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta y_1 \\ \Delta y_2 \\ \Delta y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ g & 0 & h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.2533 & i & -0.014 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u_1 \\ \Delta u_2 \\ \Delta u_3 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$a = -0.0018 \cdot \frac{9}{8} u_{02} x_{01}^{1/8} \quad (25)$$

$$b = \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{8} (0.73 u_{02} - 0.16) x_{01}^{1/8} \quad (26)$$

$$c = -\frac{1}{85} (1.1 u_{02} - 0.19) \quad (27)$$

$$d = -0.0018 x_{01}^{9/8} \quad (28)$$

$$e = \frac{1}{10} (0.73 x_{01}^{9/8}) \quad (29)$$

$$f = -\frac{1}{85} \cdot 1.1 x_{01} \quad (30)$$

$$g = 0.05 \cdot (100 \frac{\partial}{\partial x_1} a_{cs} + \frac{1}{9} \frac{\partial}{\partial x_1} q_e) \quad (31)$$

$$h = 0.05 \cdot (0.13073 + 100 \frac{\partial}{\partial x_3} a_e) \quad (32)$$

$$i = 0.05 \cdot \frac{1}{9} \cdot 0.854 x_{01} \quad (33)$$

이때, 선형화 모델에서 각 변수들의 Δ 는 동작점에서의 변화량을 나타낸다.

비선형 모델과 선형화 모델의 차이를 비교하기 위하여 각각의 모델에 계단응답을 구하였으며, 이를 그림 1과 2에 나타내었다. 계단입력의 크기는 동작점에서 각 입력벨브 최대변화량의 10%를 증가한 값으로 선정하였다. 따라서, 비선형모델에 대해서는 정상상태에서 (u_{01} , u_{02} , u_{03})=(0.2718, 0.6063, 0.3417) 그리고 선형모델의 경우에는 초기상태에서 ($\Delta u_1, \Delta u_2, \Delta u_3$)=(0.0007, 0.002, 0.005)을 인가하여 그때의 출력응답을 각각 구하였다. 그림 1과 2에서 각 행은 출력 y_1 , y_2 , y_3 를 나타내

며 각 열은 입력 u_1 , u_2 , u_3 를 나타낸다.

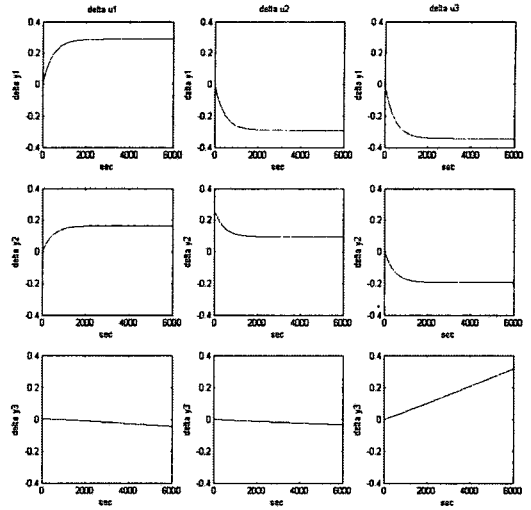


그림 1. 동작점 $y_{01}=100, y_{02}=50, y_{03}=0$ 에서 비선형모델의 계단응답.

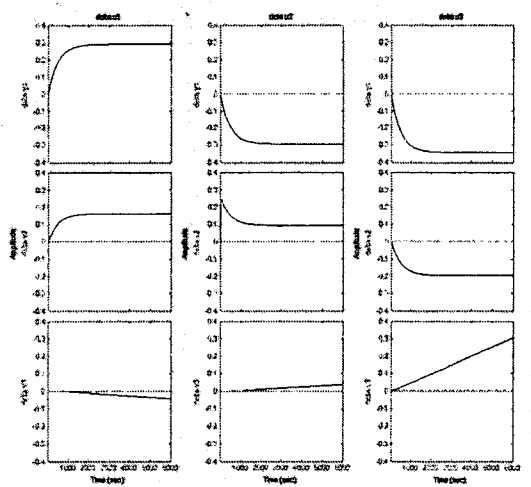


그림 2. 동작점 $y_{01}=100, y_{02}=50, y_{03}=0$ 에서 선형모델의 계단응답

그림 1과 2로부터 같은 입력에 대한 비선형모델과 선형화 모델의 응답특성이 u_2 에 대한 y_3 의 응답을 제외하면 대부분 유사함을 알 수 있어서 선형화된 모델이 비교적 정확함을 알 수 있다.

그런데, u_2 에 의한 y_3 의 응답특성은 비선형모델의 경우에는 지속적으로 감소하는 것에 반해, 선형모델의 경우에는 약 400초 정도까지는 감소하였다가 그 이후에는 지속적으로 증가하는 응답특성을 나타내었다.

그림 3은 300초 동안의 u_2 에 의한 y_3 의 응답특성을 비교한 그림이다.

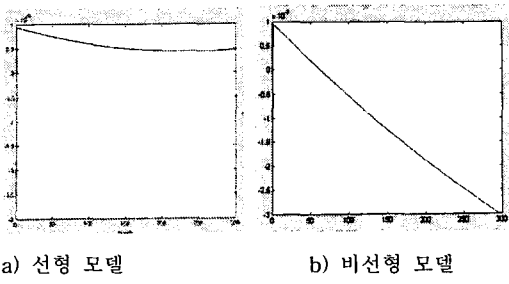


그림 3. u_2 와 y_3 의 응답 특성 비교

따라서, 선형화된 모델은 전기적인 출력에 의한 유량의 변화를 정확하게 묘사하는데 한계가 있음을 나타낸다.

본 연구에서는 다른 동작점에서도 비선형 모델과 선형 모델의 계단응답특성 비교를 실시하였다. 동작점을 (y_{01}, y_{02}, y_{03}) 를 각각 $(100, 80, 0)$, $(120, 50, 0)$, $(120, 80, 0)$ 로 가정한 후, 식(12)-(21)을 이용하여 각각 나머지 변수들의 정상상태 값을 계산하였다. 그 후, 같은 계단입력을 인가하여 비선형 모델과 선형모델의 계단응답을 비교 분석하였다. 분석 결과, 앞의 경우와 유사하게 u_2 에 의한 y_3 의 응답 특성을 제외하고는 두 모델 모두 유사한 응답 특성을 나타냄을 확인하였다.

그림 4는, 3가지 동작점에서 구한 선형 모델과 비선형 모델의 u_2 에 의한 y_3 의 응답 특성을 나타내었다.

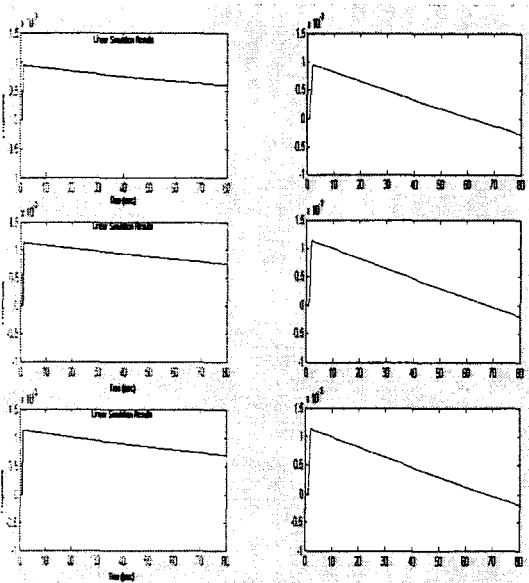


그림 4 여러 동작점에서 계단응답 비교

따라서, 각 동작점에 따른 선형 모델의 특성은 유사한 것으로 해석되었으며, 선형화된 모델은 동작점에 무관하게 u_2 에 의한 y_3 의 동역학(Dynamics)은 그 정확성에 문제가 있음을 확인하였다.

3. 결 론

본 논문에서는 일반적으로 발전용 보일러 시스템에 적용되는 벨과 웅스트롬의 비선형 3차 모델을 대상으로 하여 선형화된 모형의 정확성을 계단응답 비교를 통하

여 비교 분석하였다. 먼저, 적절하게 주어진 출력 (y_{01}, y_{02}, y_{03}) 를 이용하여 정상상태의 $(u_{01}, u_{02}, u_{03}, x_{01}, x_{02}, x_{03})$ 값을 유도하였다. 이때, 모든 출력에 대해서 정상상태가 존재하지 않음을 확인하였다.

또한, 몇 가지 동작점을 선정하여 선형화 모델을 구한 후, 계단 응답을 구하였다. 이 때, 원래의 비선형 모델에 같은 계단 입력을 인가하여 그 응답을 선형화된 모델의 계단응답과 비교함으로써 그 정확도를 비교 분석하였다. 분석 결과, 전기적인 출력에 따른 수위변화를 정확하게 묘사하지 못함을 확인하였다.

많은 제어 기법들이 벨과 웅스트롬의 비선형 3차 모델의 선형화를 통하여 이루어지고 있음을 감안 할 때, 본 연구의 결과는 유용하게 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

차후 연구로, 다양한 동작점에서 그 특성을 비교해야 하는 연구가 앞으로 진행될 필요가 있다고 판단된다.

[알림]

본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기초전력연구원(R-2003-D-406)주관으로 수행된 과제임

[참 고 문 헌]

- [1] R.D.Bell and K.J.Astrom, "Dynamic Model for Boiler Turbine Alternator Units: Data Logs and Parameter Estimation for a 160 MW Unit," Lund Institute of Technology, Sweden, Rep. TFRT 3192, 1987
- [2] F. P. de Mello, Fellow, "Boiler Models For System Dynamic Performance Studies", *IEEE Transactions on Power System*, Vol 6, No. 1, pp.66-74, February 1991
- [3] 권옥현, 김상우, 박부건, 김은기, "개선된 LQG/LTR 방법에 의한 보일러-터빈 제어 시스템의 설계", *대한 전기 학회 논문지*, 39권 2호, pp. 199-209, 1990년 2월.
- [4] B. W. Hogg and N. M. Ei Rabaie, "Multivariable Generalized Predictive Control of a Boiler System", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 6, No. 2, pp. 282-288, June 1991.
- [5] J. A. Rovnak and R. Corlis, "Dynamic Matrix based Control of Fossil Power Plant", *IEEE Transactions on Energy Conversion*, Vol. 6, No. 2, pp. 320-325, June 1991.
- [6] 문운철, "자동 학습 퍼지 제어를 이용한 발전용 보일러 시스템 제어에 관한 연구" *대한전기학회논문지*, 50권 11호, pp.514-519, 2001년 11월