

특정 주파수 추출을 위한 여러 가지 디지털 필터의 특성 비교

·박철원 · 신명철

·원주대학 전기과 · 성균관대학교 정보통신공학부

Characteristic Comparison of Several Digital Filter for Wanted Frequency Component Extraction

·Chul-Won Park · Myong-Chul Shin

·Wonju National College · Sung Kyun Kwan University

**Abstract** - In this paper, as the preceding research for development of intelligent electronic device for digital based substation automation system, we tried to select the most suitable digital filter by comparison of frequency response characteristic, performance of wanted frequency component extraction.

1. 서 론

전력 IT의 개념과 범위는 발전, 송전, 배전 및 판매 전 부문에 걸친 전력시스템과 전력거래가 이루어지는 전력시장에서 발생하는 모든 정보와 데이터를 유기적으로 결합, 가공하고 운영하기 위한 디지털화, 통신 및 IT 기반의 통합적으로 구축되는 하드웨어, 소프트웨어 및 이를 통해 창출되는 부가서비스를 통칭한다. 최근 산업자 원부의 차세대 성장동력산업에 전력 IT가 추가되어 기획단이 구성되었고, 전력 IT 추진 5개년 계획 추진전략이 수립되어 배전 지능화 시스템, 전력 IT 지향형 핵심 부품소재 개발 등 9개 과제가 공고되어 승인되고 있는 실정이다. 이들 중점 과제 중 디지털기반의 미래형 변전 시스템 구축을 위한 전력시스템 보호제어는 시스템 내 고장발생 시 전력설비, 인체 등을 보호하고, 정전사고로 인한 막대한 경제 및 사회적 피해를 최소화하는 기능으로 현대의 첨단 정보화시대에 있어서는 그 중요성이 더욱 크다. 디지털기반의 미래형 변전자동화(SAS)의 핵심이 바로 통합보호제어장치(IED)의 개발이라고 할 수 있다[1,2].

한편, 전력시스템의 초고압화와 지중화 및 복잡다단한 전력시스템 환경변화에 따라 고장 및 과도상태의 계전신호들의 고조파 발생 특성변화로 디지털계전기나 통합보호제어장치가 오·부동작을 초래할 수 있다. 그러므로 전압, 전류 등 계전신호들에 대한 디지털신호처리(DSP)가 기반이 되어 원하는 주파수성분을 추출하거나 원치 않은 주파수성분을 제거하는 디지털 필터기술에 대한 선행연구는 필수적이라고 할 수 있다. 즉, 고장이나 여자돌입 등 과도상태의 계전신호는 계통의 시정수에 따라 고조파 성분과 직류유셋 성분이 포함되어 심하게 왜곡되기 때문에 디지털계전기법을 적용하기 위해서는 연산이 간편하고 효과적인 디지털 필터의 설계가 필요하다[3,4].

이에 본 논문에서는 종래의 직교함수를 중심으로 한 디지털 필터 중에서 이산푸리에변환(DFT)필터, 블럭 펄스함수(BPF)필터, 이산하트리변환(DHT)필터, 이산윌쉬변환(DWT)필터, Haar함수필터, 유한임펄스응답(FIR) 필터들에 대하여 전반적으로 살펴본 후, 특정주파수 추출, 주파수 응답 등의 적절한 비교 분석을 통하여 차세대 SAS용 IED에 채택될 최적의 디지털 필터를 선정하고자 한다.

2. 직교함수에 의한 디지털 필터

2.1 DFT 필터

시변계의 연속신호 x(t)를 한 주파수 원도우에 대해 주기당 동일한 간격으로 N 샘플링하여 얻은 이산신호를 x(n)이라고 하면, 이산 비주기 신호수열 x(n)의 이산푸리에변환(DFT) X(k)는 식(1)이 된다.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{nk}, \quad k=0,1,2,\dots,N-1 \quad (1)$$

여기서  $W_N^{nk}$ 는 회전인자로서  $W_N^{nk} = e^{-j \frac{2\pi nk}{N}}$ 이며, 복소평면상의 단위원 원주상을 1/N 원주씩 움직이는 점으로 표시된다.

X(k)의 이산푸리에역변환(IDFT)은 식(1)로 부터 식(2)가 된다.

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{-nk}, \quad n=0,1,2,\dots,N-1 \quad (2)$$

식(1)과 식(2)를 비교하면, DFT와 IDFT는  $W_N^{nk}$ 의 지수 부호가 다른 점과 N으로 나눈 점만이 다를 뿐 서로 비슷하기 때문에 상호 가역적이며 쌍대성이 존재한다. 오일러공식을 적용하면 식(2)는 식(3)이 된다.

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) (\cos \frac{2\pi nk}{N} - j \sin \frac{2\pi nk}{N}) \quad (3)$$

x(n)에 사인파와 코사인파에 대한 상호상관을 하여 이산신호를 주기당 동일한 간격으로 16샘플링한 경우 기본파추출을 위한 필터의 출력은 식(4)와 같이 차분방정식으로 표현되며, 그 크기는 식(5)가 된다.

$$F_{i1}^{16}(k) = \frac{2}{16} [x_k - x_{k-8} + 0.9239(x_{k-1} - x_{k-7} - x_{k-9} + x_{k-15}) + 0.7071(x_{k-2} - x_{k-6} - x_{k-10} + x_{k-14}) + 0.3827(x_{k-3} - x_{k-5} - x_{k-11} + x_{k-13})] \quad (4)$$

$$F_{i2}^{16}(k) = \frac{2}{16} [x_{k-4} - x_{k-12} + 0.9239(x_{k-3} + x_{k-5} - x_{k-11} - x_{k-13}) + 0.7071(x_{k-2} + x_{k-6} - x_{k-10} - x_{k-14}) + 0.3827(x_{k-1} + x_{k-7} - x_{k-9} - x_{k-15})]$$

$$F_i^{16}(k) = \sqrt{F_{i1}^{16}(k)^2 + F_{i2}^{16}(k)^2} \quad (5)$$

여기서  $F_{i1}^{16}(k)$   $F_{i2}^{16}(k)$ 는 각각 k번째 순간 필터링 후의 추출된 기본파 성분의 실수부와 허수부이고, 위첨자는 샘플링수가 된다. 그런데 시간 영역상에서 N개의 점 x(0), x(T), ..., x((N-1)T)가 주어졌다고 가정하면 Z 변환은 식(6)이 된다. 여기서  $Z = e^{j\omega T}$ 를 식(6)에 대입하면 주파수 스펙트럼은 식(7)과 같이 표현된다.

$$X(Z) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT)Z^{-n} \quad (6)$$

$$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT)e^{-jn\omega T} \quad (7)$$

그러므로 식(7)의 DFT 디지털 필터의 주파수 응답은 Z 변환을 사용하여 전달함수로써 표시하면 식(8)과 식(9)가 된다.

$$X(Z) = 0.125 [(1 - Z^{-8}) + 0.9239(Z^{-1} - Z^{-7} - Z^{-9} + Z^{-15}) + 0.7071(Z^{-2} - Z^{-6} - Z^{-10} + Z^{-14}) + 0.3827(Z^{-3} - Z^{-5} - Z^{-11} + Z^{-13})] \quad (8)$$

그리고  $Z = e^{j\omega T}$  이므로,

$$X(e^{j\omega T}) = 0.125 [(1 - e^{-j8\omega T}) + 0.9239(e^{-j\omega T} - e^{-j7\omega T} - e^{-j9\omega T} + e^{-j15\omega T}) + 0.7071(e^{-j2\omega T} - e^{-j6\omega T} - e^{-j10\omega T} + e^{-j14\omega T}) + 0.3827(e^{-j3\omega T} - e^{-j5\omega T} - e^{-j11\omega T} + e^{-j13\omega T})] \quad (9)$$

이때, 주파수  $\nu$ 에 대한 필터의 진폭응답과 위상응답은 식(10)이 된다.

$$|A(\nu)| = (\text{식(4)의 실수부제곱} + \text{식(4)의 허수부제곱})^{1/2} \quad (10)$$

$$|B(\nu)| = \tan^{-1}(\text{식(4)의 허수부} / \text{식(4)의 실수부})$$

## 2.2 DHT 필터

하틀리(Hartley)변환은  $\cos(\omega t) + \sin(\omega t)$ 로 정의되는 함수  $\text{cas}(\omega t)$ 를 이용하기 때문에 시간 영역의 함수가 실수이면 그 변환함수도 실변환영역의 실수가 된다. 하틀리변환에 기초한 DHT 필터는 식(11)로 규정된다.

$$H(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \text{cas}\left(\frac{-2\pi kn}{N}\right) \quad (11)$$

여기서  $k$ 는 추출되는 주파수 성분으로써 기본과 성분 추출할 경우에는 1이 되며,  $2\pi/N$ 는 샘플링 간격이다. 샘플링 수가 12일 경우 기본과 추출을 위한 DHT 필터는 식(12)가 된다.

$$F_1^2 = \frac{1}{12} [(x_{n-11} + x_{n-8} - x_{n-5} - x_{n-2}) + 1.366025(x_{n-10} + x_{n-9} - x_{n-4} - x_{n-3}) + 0.366025(x_{n-7} - x_{n-6} - x_{n-1} + x_n)] \quad (12)$$

DFT의 실수부인 이산 코사인변환(DCT)와 유사하나 DC성분에 대한 제거성능과 고조파성분에 대한 이득도 DFT와 같이 매우 양호하다.

## 2.3 DWT 필터

월쉬(Walsh)함수는 단위시간당 영점교차수의 증가 순서대로 배열되는 직교함수로서 푸리에 급수와 유사하게 여현대칭인 CAL 함수와 정현대칭인 SAL 함수로 분류된다. 월쉬함수에 기반을 둔 이산 월쉬변환(DWT)필터는 식(13)과 같다.

$$W_i = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \text{Wal}(i, n) x(n) \quad (13)$$

여기서  $W_i$ 는  $i$ 번째 월쉬함수의 계수,  $i=0,1,2,\dots,N-1$ 로서 월쉬함수의 순서를 나타내고,  $x(n)$ 은 임의 이산신호의  $n$ 번째 샘플링 값이다. 또한,  $\text{Wal}(i, n)$ 은 이산화된 월쉬함수의 세부구간에서의 +1 또는 -1인 값을 나타내는 월쉬행렬이다.

한편  $A_w$ 를 푸리에계수와 월쉬계수와와의 직교변환행렬,  $F$ 를 푸리에계수,  $W$ 를 월쉬계수 벡터라 하면, 푸리에계수와 월쉬계수는  $W = A_w F$ 의 관계가 있다. 따라서  $F = A_w^T W$ 로써 푸리에계수들이 계산될 수 있다. 월쉬 필터로부터 구한 월쉬계수  $W_i$ 를 이용해 계진신호의 기본과 성분의 실수부와 허수부를 나타내면 식(14)이 된다. 한편 월쉬계수내에 포함된 샘플치로 직접 표현하면 식(15)이 된다.

$$F_{C1}^{16} = 0.64073W_2 + 0.26539W_6 - 0.05279W_{10} + 0.12745W_{14} \quad (14)$$

$$F_{S1}^{16} = 0.64073W_1 - 0.26539W_5 - 0.05279W_9 - 0.12745W_{13}$$

$$F_{C1}^{16} = \frac{2}{16} [x_k - x_{k-8} + 0.906128(x_{k-1} - x_{k-7} - x_{k-9} + x_{k-15}) + 0.69352(x_{k-2} - x_{k-6} - x_{k-10} + x_{k-14}) + 0.37533(x_{k-3} - x_{k-5} - x_{k-11} + x_{k-13})] \quad (15)$$

$$F_{S1}^{16} = \frac{2}{16} [0.37533(-x_{k-1} - x_{k-7} + x_{k-9} + x_{k-15}) + 0.69352(-x_{k-2} - x_{k-6} + x_{k-10} + x_{k-14}) + 0.906128(-x_{k-3} - x_{k-5} + x_{k-11}) + 0.980768(-x_{k-4} + x_{k-12} + x_{k-13})]$$

여기서  $X_{C1}^{16}$ ,  $X_{S1}^{16}$ 는 각각  $n$ 번째 순간 필터링후의 추출된 기본과 성분의 실수부와 허수부이고, 위첨자는 샘플링수를 의미한다.

## 2.4 BPF 필터

블럭펄스함수는 직교 함수의 일종으로 단위 시간간격에 대한 구간  $[0,1]$ 에서 식(16)과 같이 정의된다.

$$B_m(n, t) = \begin{cases} 1 & \text{for } \frac{(i-1)}{m} < t \leq \frac{i}{m}, i=1,2,\dots,m \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (16)$$

$B_m(n, t) = \varphi_i(t)$ 라 할때 구간  $[0,1]$ 에서 적분가능한 함수  $x(t)$ 를 BPF를 이용하면 식(17)과 같이 근사화될 수 있다.

$$x(t) \approx \sum_{i=0}^m \alpha_i \varphi_i(t) \quad (17)$$

여기서  $\alpha_i = m \int_{\frac{i-1}{m}}^{\frac{i}{m}} x(t) dt$  이다. 한편, 기본파의  $\cos$ ,

$\sin$  성분을 나타내는 푸리에계수를  $F_{C1}$ ,  $F_{S1}$ 라 하면 이들은 식(18)로 표현될 수 있다.

$$F_{C1} = \sqrt{2} \int_0^1 \left( \sum_{i=0}^m \alpha_i \varphi_i(t) \right) \sin(2\pi t) dt \quad (18)$$

$$F_{S1} = \sqrt{2} \int_0^1 \left( \sum_{i=0}^m \alpha_i \varphi_i(t) \right) \cos(2\pi t) dt$$

연속시변인 실파형  $x(t)$ 를 주기당 12샘플링하여 얻은 이산신호에 대하여 특정 주파수 추출을 위한 BPF 필터를 구성하면 식(19)과 같이 표현된다.

$$F_{S1}^{12} = 0.11254(x_n - x_{n-5} - x_{n-6} + x_{n-11}) + 0.082356(x_{n-1} - x_{n-4} - x_{n-7} + x_{n-10}) + 0.030144(x_{n-2} - x_{n-3} - x_{n-7} + x_{n-9}) \quad (19)$$

$$F_{C1}^{12} = 0.030144(-x_n - x_{n-5} + x_{n-6} + x_{n-11}) + 0.082356(-x_{n-1} + x_{n-4} + x_{n-7} - x_{n-10}) + 0.11254(-x_{n-2} - x_{n-3} + x_{n-8} + x_{n-9})$$

### 2.5 Haar 필터

하알함수는 직교함수의 일종으로써 여러 측면에서 윌쉬함수와 비슷하나 다만, 함수값이 윌쉬함수와는 다른 0, ±1, ±√2, ±2, ±2√2, ±4 등의 값을 갖는다. Haar계수는 식(20)로 부터 구해진다.

$$H_i = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \text{Har}(i, \frac{n}{N}) \quad (20)$$

여기서  $\text{Har}(i, \frac{n}{N})$ 는 이산화된 Haar행렬이며,  $x(n)$ 은 이산 신호의 n번째 샘플값이다. 푸리에계수 F와 Haar계수 H는 직교행렬  $A_H$ 에 의하여 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$F = A_H^T H \quad (21)$$

푸리에계수 중에서 전력주파수 성분에 관계된 계수는  $F_1$ 과  $F_2$ 인데, 식(21)에 의해 식(22)이 된다.

$$F_1 = 0.9003H_1 + 0.1865(-H_4 + H_5 + H_6 - H_7) + 0.0895(-H_8 + H_{11} + H_{12} - H_{15}) + 0.0371(-H_9 + H_{10} + H_{13} - H_{14}) \quad (22)$$

$$F_2 = 0.6366(H_2 - H_3) + 0.1865(H_4 + H_5 - H_6 - H_7) + 0.0895(H_8 + H_{10} - H_{13} - H_{14}) + 0.0371(H_9 + H_{11} - H_{12} - H_{15})$$

주기당 16샘플링하여 얻은 이산신호에 대하여 기본과 주파수추출을 위한 Haar함수 필터를 구성하면 식(23)이 된다.

$$F_{C1}^{16} = \frac{1}{16} [1.274(x_{n-1} + x_n) + 0.78x_{n-2} + 0.24x_{n-3} - 0.504(x_{n-5} + x_{n-10}) + 1.78x_{n-14} + 1.548x_{n-15} - (x_{n-6} + x_{n-7} + x_{n-8} + x_{n-9})] \quad (23)$$

$$F_{S1}^{16} = \frac{1}{16} [-x_n + 0.78(-x_{n-1} - x_{n-6} + x_{n-9} + x_{n-14}) + 1.124(-x_{n-2} - x_{n-3} - x_{n-4} - x_{n-5} - x_{n-10} + x_{n-11} + x_{n-12} + x_{n-13}) + 0.274(-x_{n-7} + x_{n-8} + x_{n-15})]$$

### 2.6 FIR 필터

한 주기의 정해진 구간내에서는 1 또는 -1 값을 임펄스 응답으로 2차 FIR 필터를 이용하면 임펄스 응답이 정해진 구간내에서 1 또는 -1 만을 갖게 되기 때문에 임의의 입력신호에 대해 적절한 부호의 변동을 통한 가산만으로 필터의 출력을 결정할 수 있게 된다. 단위 시간간격에 대한 FIR 필터의 주기당 임펄스 응답을 나타내면 식(24)와 같이 정의된다.

$$h_{s1}(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -1, & \frac{T}{2} < t \leq T \end{cases} \quad (24)$$

$$h_{c1}(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq \frac{T}{2}, \frac{3T}{4} < t \leq T \\ -1, & \frac{T}{4} < t \leq \frac{3T}{4} \end{cases}$$

여기서 T는 기본과의 한 주기를 나타내며, 한 주기에

대한 임펄스 응답은 그림 2가 된다.

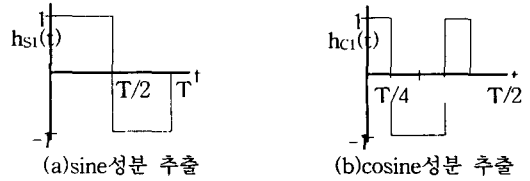


그림 2 FIR 필터의 임펄스 응답

기본과 추출용 FIR 필터의 일반형은 식(25)과 같다.

$$S_1 = \sum_{m=1}^{N/2} [i_m - i_{m+n/2}] \quad (25)$$

$$C_1 = \sum_{m=1}^{N/4} [i_m - (i_{m+n/4} + i_{m+n/2}) + i_{m+3n/4}]$$

여기서  $S_1$ 은 기본과의 sin 성분,  $C_1$ 는 cos 성분이다.

샘플링 수가 16인 경우의 FIR 필터식을 차분방정식의 형태로 전개하면 식(26)이 된다.

$$S_1^6 = [i_{k-15} - i_{k-7}] + [i_{k-14} - i_{k-6}] + [i_{k-13} - i_{k-5}] + [i_{k-12} - i_{k-4}] + [i_{k-11} - i_{k-3}] + [i_{k-10} - i_{k-2}] + [i_{k-9} - i_{k-1}] + [i_{k-8} - i_{k-1}] \quad (26)$$

$$C_1^6 = [i_{k-15} - (i_{k-11} + i_{k-7}) + i_{k-3}] + [i_{k-14} - (i_{k-10} + i_{k-6}) + i_{k-2}] + [i_{k-13} - (i_{k-9} + i_{k-5}) + i_{k-1}] + [i_{k-12} - (i_{k-8} + i_{k-4}) + i_{k-1}]$$

### 3. 결 론

본 논문에서는 디지털기반 SAS용 IED의 개발을 위하여 사용될 최상의 디지털 필터를 선정하기 위하여 직교함수 계열의 디지털 필터를 살펴보았다. 주파수 응답 특성, 샘플링수의 용이성, 연산량, 고조파 성분 제거 성능과 특정주파수의 추출능력 등을 검토한 결과 여러 가지 디지털 필터 중에서 DFT 필터가 최적임을 알 수 있었다.

### [참고 문헌]

- [1] 최중용, "차세대 성장동력산업의 전력IT기술", 2004년도 전력기술부문회 춘계학술대회 Special Session 발표자료집, 2004.5.
- [2] 유상봉, 임성준, 강왕원, 이순형, 한찬호, 박용덕, 전명수, 이규복, 김정철 공저, "보호계전 시스템의 실무활용기술", 도서출판 기다리, pp. 258~271, 2002.3.
- [3] C.W. Park, M.C. Shin, J.H. Kim, "Fuzzy Logic Based Relaying for Large Power Transformer Protection", *IEEE Trans. on PWRD.*, Vol.18, No.3, pp.718~724, July 2003.
- [4] 박철원의 3인, "지능형 보호계전기를 위한 최적 디지털 필터의 선정에 관한 연구", 1996년도 대한전기학회 하계학술대회 논문집 pp. 664~667, 1996.7.

### 감사의 글

본 연구는 2003년도 산업자원부 전력산업연구개발사업 전력선행연구에 의하여 이루어진 연구로서, 관계부처에 감사드립니다.