

발전기 모델링 정도에 의한 고유치 일차·이차 감도계수 비교

김 덕 영
 군산대학교 전자정보공학부

Comparison of the first and the second order eigenvalue sensitivity coefficients affected by generator modeling

Deok Young Kim
 School of Electronic & Information Engineering, Kunsan National University

Abstract - In small signal stability analysis of power systems, eigenvalue analysis is the most useful method and the detailed modeling of generator has an important effect to the eigenvalues. Generator full model is used for precise dynamic analysis of generators and controllers while two-axis model is used for multi-machine systems because of the reduced order of the state matrix. Also, the eigenvalue sensitivity coefficients are used for optimizing controller parameters to improve system stability. This paper compare the first and second order eigenvalue sensitivity coefficients of controllers using generator full model with those of two-axis model. As a result of an example, the estimated eigenvalues using the first and the second eigenvalue sensitivity coefficients using generator full model is very close to those of state matrix. Also the error ratios throughout a wide range of controller parameters is less than 1%.

1. 서 론

전력계통의 미소신호 안정도 해석방법으로 계통상태행렬을 구성하고 상태변수별로 모든 고유치를 구하는 고유치 해석법이 있다. 고유치 해석법은 계통내의 발전기, 제어계통, 송전선 및 부하를 수학적 모델로 표현하여 선형화과정을 거친 다음 상태공간방정식을 사용하여 계통상태행렬로부터 고유치를 구하여 계통의 안정도 여부를 판별한다. 또한 고유치 뿐만 아니라 각 상태변수들의 참여정도를 나타내는 고유벡터와 상태행렬의 구조로부터 감도계산을 위한 감도행렬을 구하는 등의 많은 정보를 얻을 수 있다. 계통의 동특성 및 제어특성을 해석하기 위해서는 발전기의 적절한 수학적 모델링이 필요하다.

전력계통의 미소신호 안정도 해석시 발전기와 제어기의 정확한 동작특성을 해석하기 위해서는 7-8차의 차수를 갖는 상세모델이 사용되며, 대기계통에서의 해석을 위해서는 4차의 차수를 갖는 간략모델인 이축모델이 사용된다. 즉, 발전기 상세모델은 모델링 정밀도에 따른 해석결과의 정확성에도 불구하고 대기계통 해석시 정확도에서는 떨어지지만 상태행렬의 차수가 작은 이축모델이 사용된다. 본 논문은 안정도 향상을 위한 제어기 최적설계시에 사용되는 고유치 일차, 이차 감도계수를 발전기의 상세모델과 이축모델에 대하여 구하여 발전기 모델링 정밀도에 따라 감도해석에 미치는 영향을 비교하고자 한다.

2. 계통의 모델링

2.1 동기발전기 모델링

동기발전기를 모델링은 발전기의 전류와 자속쇄효수등

과 같은 시변 상태변수들을 Park's 변환을 이용해 d축성분과 q축 성분으로 변환하고, 발전기의 전압방정식과 동요방정식을 초기동작점에 대해 선형화하여 상태공간방정식으로 나타낸다.

2.1.1 상세모델

동기발전기 내부회로로부터 구해진 전압방정식을 선형화하여 5개의 전압방정식과 2개의 동요방정식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} v_d \\ -v_F \\ 0 \\ v_q \\ 0 \\ \frac{T_m}{\tau_i} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 & \omega_0 L_q & \omega_0 kM_Q & \lambda_d & 0 \\ 0 & r_F & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & r & 0 & -\lambda_d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q & 0 & 0 \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} L_d & kM_F & kM_D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ kM_F & L_F & M_R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ kM_D & M_R & L_D & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_q & kM_Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & kM_Q & L_Q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_F \\ i_D \\ i_q \\ i_Q \\ \omega \\ \delta \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 $k_{41} = -\omega_0 L_d$, $k_{42} = -\omega_0 kM_F$, $k_{43} = -\omega_0 kM_D$
 $k_{61} = \frac{\lambda_d - L_d i_d}{3\tau_j}$, $k_{62} = \frac{-kM_F i_d}{3\tau_j}$, $k_{63} = \frac{-kM_D i_d}{3\tau_j}$
 $k_{64} = \frac{-\lambda_d + L_q i_d}{3\tau_j}$, $k_{65} = \frac{-kM_Q i_d}{3\tau_j}$, $k_{66} = -\frac{D}{\tau_j}$

2.1.2 이축모델

회전자의 제동권선과 변압기 기전력성분 λ_d , λ_q 를 무시하고 회전자속도는 ω_R 로 일정하다고 가정하고 전압방정식과 동요방정식을 동작점에 대해 선형화하여 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} \tau'_{doi} E'_{di} \\ \tau'_{qoi} E'_{qi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} E'_{di} \\ E'_{qi} \end{bmatrix} + [X_i] \begin{bmatrix} I_{di} \\ I_{qi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{FDi} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\tau_i \dot{\omega}_i = - [I_{qio}, I_{dio}] \begin{bmatrix} E'_{di} \\ E'_{qi} \end{bmatrix} - [E'_{qio}, E'_{dio}] \begin{bmatrix} I_{di} \\ I_{qi} \end{bmatrix} - D_{io} + T_{mi}$$

$$\delta_i = \omega_i$$

$$[X_i] = \begin{bmatrix} 0 \\ -(X_{\omega_i} - X_{\omega_i}^*) \end{bmatrix} \begin{matrix} (X_{\omega_i} - X_{\omega_i}^*) \\ 0 \end{matrix}$$

2.2 계통방정식

전체 계통을 발전기 단자만 남기고 송전선 및 부하등을 축약한 이후 발전기의 전압과 전류의 관계를 계통기준에서 발전기의 q축을 기준으로 표현하였다.[1]

$$\bar{I}_\Delta = \bar{M}_o \bar{V}_\Delta + \bar{M}_\Delta \bar{V}_o \quad (4)$$

$$\bar{M}_\Delta = -j(T_o^{-1} \delta_\Delta \bar{Y} T_o - T_o^{-1} \bar{Y} T_o \delta_\Delta)$$

상세모델과 이축모델의 계통방정식의 형태는 다음과 같다.

$$\bar{V}_\Delta = \bar{M}_o^{-1} \bar{I}_\Delta - j \delta_\Delta - \bar{M}_o^{-1} \delta_\Delta \bar{M}_o \bar{V}_o \quad (5)$$

$$\bar{I}_\Delta = \bar{M}_o \bar{V}_\Delta - j \delta_\Delta \bar{M}_o - \bar{M}_o \delta_\Delta \bar{V}_o$$

3. 고유치감도해석

3.1 1차 고유치 감도계수

계통정수의 감도계수를 구하기 위해 계통의 상태행렬을 일차미분의 감도행렬로 구성하여 고유치를 λ_i , 우측고유벡터를 V_i 라고 하고 전치행렬의 새로운 고유벡터 즉 좌측고유벡터를 W_i 라 하면 감도계수식은 아래와 같다.

$$\therefore \frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha} = \frac{\left[\left[\frac{\partial A}{\partial \alpha} \right] V_i, W_i \right]}{\left[V_i, W_i \right]} \quad (8)$$

여기서 스칼라적 $[V_i, W_i]$ 는 $V_i^T \cdot W_i$ 로 정의된다.

3.2 2차 고유치 감도계수

1차 고유치 감도계수를 구하기 위한 기본수식으로부터 다음과 같은 고유치 이차감도계수의 일반식이 구해진다.

$$\frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial \alpha \partial \beta} = \left\{ \left[\left[\frac{\partial^2 A}{\partial \alpha \partial \beta} V_i, W_i \right] + \left[\frac{\partial A}{\partial \beta} \left[\sum_{j=1, j \neq i}^n X_{ij} V_j \right], W_i \right] \right] \right. \\ \left. + \left[\frac{\partial A}{\partial \alpha} \left[\sum_{j=1, j \neq i}^n Y_{ij} V_j \right], W_i \right] \right\} / \left[V_i, W_i \right] \quad (16)$$

여기서, n : 계통행렬 A의 차수(order)

λ_i : i 번째의 고유치

α, β : 계통 파라메타

V_i, V_j : 각각 i 번째와 j 번째의 고유벡터

W_i, W_j : 각각 i 번째와 j 번째의 전치고유벡터

$$X_{ij} = \frac{\left[\left[\frac{\partial A}{\partial \alpha} \right] V_i, W_j \right]}{\left[V_j, W_j \right] \cdot (\lambda_i - \lambda_j)}, Y_{ij} = \frac{\left[\left[\frac{\partial A}{\partial \beta} \right] V_i, W_j \right]}{\left[V_j, W_j \right] \cdot (\lambda_i - \lambda_j)}$$

한편, 제어기정수 α, β 의 변화에 대해 고유치 일차, 이차 감도계수를 사용한 고유치의 추정치는 다음과 같이 구해진다.

$$\lambda_{i, \alpha} \cong \lambda_{i,0} + \sum_{j=1}^n \frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha_j} \Delta \alpha_j + \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^n \frac{\partial \lambda_i}{\partial \alpha_j} \Delta \alpha_j \right)^2$$

4. 사례 연구

본 논문에서는 3발전기 9모선 계통인 WSCC 계통을

대상으로 2번 발전기와 3번 발전기에 여사기와 PSS가 설치되어 있는 경우에, 발전기를 상세모델과 이축모델로 모델링하여 고유치와 감도계수를 구하고 해석결과를 비교하였다.

4.1 고유치 해석결과

상세모델의 경우 전체 34개의 고유치중에서 10개의 진동모드가 있으며 이축모델에서는 23개의 고유치중에서 8개의 진동모드가 발견되었다. 이중 전기 기계적 진동모드는 다음과 같다.

표 1 발전기 상세모델과 이축모델의 고유치 해석결과

상세모델			이축모델		
실수	허수	주파수[Hz]	실수	허수	주파수[Hz]
3.241E-03	3.22E-02	1.930	-3.426E-03	3.696E-02	2.218
8.028E-04	2.23E-02	1.338	1.463E-03	2.360E-02	1.416

발전기 상세모델인 경우의 고유치가 이축모델에 비해 진동모드의 진폭이 더 작고 보다 불안정한 값을 갖는 것을 알 수 있다.

4.2 고유치 감도해석

기계적 진동모드에 대한 제어계통정수들의 감도의 크기를 비교하여 가장 큰 영향을 미치는 제어기 정수를 선정하였다.

4.2.1 상세모델의 감도계수

그림 1은 기계적 진동모드인 1.4 Hz 고유치에 대해 2번 발전기와 3번 발전기의 제어기 정수에 대한 감도계수를 비교한 것이다.

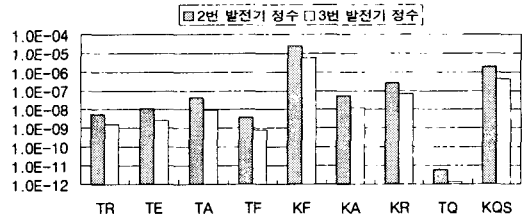


그림 1 상세모델의 대한 감도계수

그림 1에서 여사기 정수 중에서는 K_{P2} 가 PSS 정수 중에서는 K_{QSS} 의 감도계수가 가장 큰 값을 갖는 것을 알 수 있다.

4.2.2 이축모델의 감도계수

앞에서와 같이 1.4 Hz의 진동모드에 대한 이축모델에서의 감도계수를 그림 2에 나타내었다.

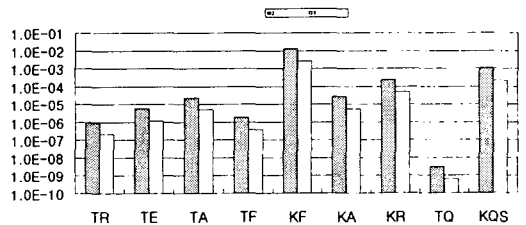


그림 2. 이축모델의 대한 감도계수

그림 2에서 상세모델의 결과와 같이 K_{QSS} 와 K_{P2} 의 감

도계수가 가장 큰 값을 가지며, 상세모델에서의 감도계수 값이 이축모델에 비해 대략 100배 정도 작은 값을 갖는 것을 알 수 있다.

4.3 발전기 모델별 여자기 정수의 일차 고유치 감도계수

전기기계적 진동모드 중에서 중요모드인 1.4Hz 진동모드에 대해 발전기를 이축모델과 상세모델로 모델링한 경우의 고유치 일차감도해석 결과로부터, 여자기 정수 K_F 정수값의 변화에 따른 고유치 추정치와 상태행렬에서 구한 고유치와의 오차를 비교하였다.

여자기 정수 K_{F2}, K_{F3} 의 계통동작점에서의 값은 0.04이며 K_F 정수를 최대 1000%까지 증가시켜가면서 1.4Hz의 전기기계적 진동모드에 대한 발전기 상세모델과 이축모델에서 감도계수를 사용한 고유치 추정치와 상태행렬에서 구한 고유치와의 오차율을 비교하였다.

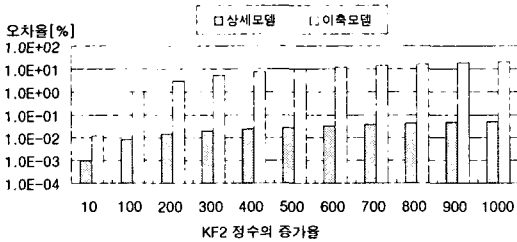


그림 3 K_{F2} 의 변화에 대한 고유치 추정치의 오차율(1.4Hz)

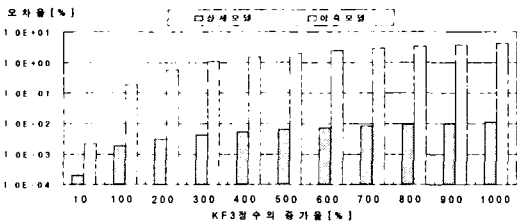


그림 4 K_{F3} 의 변화에 대한 고유치 추정치의 오차율(1.4Hz)

그림 3, 4에서 여자기 정수 K_F 의 감도계수를 사용한 고유치 추정치의 오차율은 발전기 이축모델인 경우 최대 10% 정도의 오차율을 가지며, 상세모델인 경우는 오차율이 1% 이내로 매우 정확한 값을 갖는 것을 알 수 있다.

4.4 발전기 모델별 여자기 정수의 이차 고유치 감도계수

전기기계적 진동모드 중에서 중요모드인 1.4Hz 진동모드에 대해 상세모델과 이축모델에서 이차 감도계수까지 고려한 경우의 고유치 추정치와 상태행렬로부터 구한 고유치와의 오차를 비교하였다.

즉, 여자기 정수 K_{F2}, K_{F3} 를 동작점 기준 50%에서 최대 250%까지 증가시켜가면서 발전기 상세모델과 이축모델에 대하여, 고유치 일차 감도계수만을 고려한 경우와 이차 감도계수까지 고려한 경우의 고유치 추정치와 상태행렬로부터 구한 고유치와의 오차율을 비교하였다.

그림 5, 6에서 이차 감도계수까지 고려한 경우에도 발전기를 상세모델로 나타낸 경우는 오차율이 1% 이내로 매우 정확한 것을 알 수 있다. 이축모델을 사용한 경우는 K_F 정수의 증가율이 큰 경우 오차가 매우 크게 되어, 최적화 등에 사용하기에 부적합한 것을 알 수 있다. 즉, 다기계통의 제어기정수 최적화시에 이축모델의 발전기를 사용하게 되면 제어기 정수의 변화에 매우 민감하게 되어, 제어기정

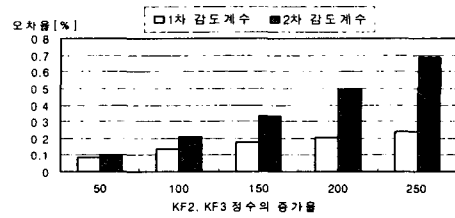


그림 5 상세모델에서의 K_{F2}, K_{F3} 고유치 오차율

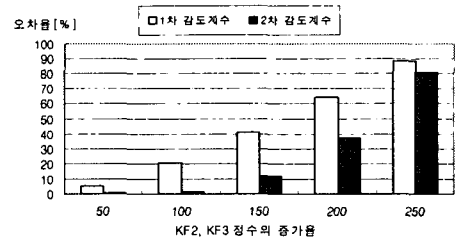


그림 6 이축모델에서의 K_{F2}, K_{F3} 고유치 오차율

수의 변화폭을 좁게 하여 여러번의 반복계산을 하여야하는 반면에, 상세모델로 발전기를 모델링하는 경우는 제어기정수의 변화폭을 넓게 하여도 정확한 계산이 가능하여 최적화에 보다 적합함을 알 수 있다.

5. 결 론

본 논문은 전력계통의 미소신호 안정도 해석과 안정도 향상을 위한 제어기 설계시에 중요한 정보가 되는 고유치의 일차·이차감도계수를 대표적인 발전기 모델인 상세모델과 이축모델인 경우에 대해 비교하여, 발전기 모델링 정도에 의한 감도계수값의 정확도를 비교하였다. 사례연구에서 3발전기 9모선계통인 WSCC계통에 대한 고유치 감도해석 결과 발전기 모델에 관계없이 여자기 정수 중에서는 K_F 가 PSS정수 중에서는 K_{QS} 가 고유치에 가장 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있었다. 발전기 모델별 감도계수 값은 상세모델인 경우가 이축모델에 비해 1/100 정도 작은 값을 가지며, 일차·이차감도계수를 사용한 고유치 추정치와 상태행렬로부터 구한 고유치와의 오차율을 비교한 결과 발전기를 상세모델로 나타낸 경우의 오차율이 제어기 정수의 넓은 변화폭에 대해서도 매우 정확한 것을 알 수 있었다. 즉, 일차·이차 고유치 감도계수를 사용하는 다기계통에서의 제어기정수 최적화 등의 경우에, 발전기를 상세모델로 모델링하는 것이 제어기정수의 넓은 변화범위에 대해서도 정확한 결과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

[참 고 문 헌]

- [1] R. Kasturi and P. Doravaju, "Sensitivity analysis of Power System", IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-88, pp.1521-1529, Oct. 1969
- [2] P. Kundur, D. Y. Wong, G. J. Rogers, B. Porretta, Eigenvalue Analysis of very Large Power System, 1988
- [3] P. M. Anderson and A. A. Fouad, Power System Control and Stability, Iowa State University Press, Ames, Iowa, 1994
- [4] P. Kundur, Power System Stability and Control, McGraw-Hill, 1994
- [5] W. D. Stevenson Jr., "Power system Analysis", McGraw-Hill Inc., 1994