

고조파를 함유한 계통에서의 새로운 겹보기전력 개념에 관한 연구

김주락<sup>§</sup> 신창기\* 김정훈\* 이병하\*  
 한국철도기술연구원<sup>§</sup> 홍익대학교\* 인천대학교\*

New Concept of Apparent Power with Non-Sinusoidal Waveforms

Joorak Kim Changki Shin Junghoon Kim Byungha Lee  
 Korea Railroad Research Institute Hongik University University of Incheon

**Abstract** - This paper presents the new concept in ac power theory with non-sinusoidal waveform. It will be shown that there is discrepancy in the definition of active and complex power in the time and frequency domains when the conventional power theory is considered. It will also be shown that the new power theory consistently defines the power quantities in the time domains.

는 유효전력이 존재하는 것처럼 기술을 하고 있다는 점이다. 이와 같은 기존의 문제점들 참고로, 고조파 성분이 포함된 전압과, 전류의 수식을 제시하고, 전압과 전류의 위상차에 따른 겹보기 전력의 최대값을 새로운 겹보기 전력으로 정의하고자 한다. 본 연구에서는 참고문헌[1]에서 교류 정현파에서 순시파형의 첨두값을 겹보기 전력으로 새롭게 정의한 개념을 제시한 연구를 확장하여 고조파를 함유한 계통에 적용하여 본다.

1. 서 론

2. 고조파 성분

최근 전력계통에서 부하의 첨단화에 따라 각종 제어장치들이 도입되고 있다. 이 장치들의 특성상 스위칭이 빈번하게 되어 이에 따른 고조파가 발생하여 파형의 왜곡을 일으키며, 정상적인 전류의 흐름을 방해하여 변압기, 콘덴서, 케이블, 기타 각종 전기기기의 효율을 감소시키고 운전에 지장을 주는 문제점을 발생시키고 있다. 한편, 전력계통에서도 FACTS 등의 전력, 신기술 설비가 도입되면서 계통의 효율성을 제고시키고 있지만 이곳에서 발생하는 고조파에 대한 것은 아직 시험 단계에 있다. 부하와 계통설비 외에도 철도는 고속화 되면서 전철화가 가속되어 우리나라에서 채용하는 고속철도 한 편성은 15MVA에 해당하는 전기설비이고, 여기에서 발생하는 고조파는 전압왜형을 통한 규제를 하고 있지만 대규모 고조파 발생원은 계속 도입될 것으로 예상된다.

이러한 상황변화에도 고조파가 포함되어 왜곡된 전력계통의 해석에 대한 연구는 활발하지 못하여 걱정한 해석방안이 전무하다시피 하였다.

이에 대한 기존의 연구를 살펴보면, 참고문헌[2]에서 정현파 전압과 고조파가 포함된 전류의 모델을 제시하였으며, 유효전력은 정현파 성분에 의한 값을 구하고, 무효분 전력은 고조파 성분에 의한 실효값으로 정의를 하였다. 이렇게 결정된 유효전력, 무효전력의 관계로부터 겹보기 전력을 구하였지만, 이는 고조파에 의한 겹보기 전력의 크기가 위상에 따라 변함을 고려하지 않았다. 참고문헌[3]에서는 고조파 성분이 포함된 전류와 전압에 대하여 실효값으로서 겹보기 전력을 결정하였으나 충분하지 않았다. 참고문헌[4]에서는 고조파를 포함하는 파형에 대하여 평균값 개념의 유효전력과 무효전력을 정의하였으나, 무효분 전력은 각 조파의 최대값이 나타나는 위상이 다르므로 그대로 합하는 것은 문제가 있다. 참고문헌[5]에서는 서로 다른 차수의 전압, 전류에 의해 만들어지

2.1 기존방법에서의 전력

순시 전압과 전류의 형태를 고조파가 포함된 형태 식으로 나타내면 식(1)과 같이 표현할 수 있다.

$$v(t) = \sum_{k=1}^N V_{ms} \sin(k\omega t + \theta_k), \quad i(t) = \sum_{k=1}^N I_{ms} \sin(k\omega t + \delta_k) \quad (1)$$

$\theta_k, \delta_k$ 는 k차 전압과 전류의 위상각. k는 고조파 차수. 전압과 전류의 실효값은 다음과 같다.

$$V_{rms} = \sqrt{\sum_{k=1}^N V_{krms}^2}, \quad I_{rms} = \sqrt{\sum_{k=1}^N I_{krms}^2} \quad (2)$$

또한, 유효전력은

$$P = \sum_{k=1}^N V_{krms} I_{krms} \cos(\theta_k - \delta_k) \quad (3)$$

과 같이 계산되며, 겹보기 전력과 무효전력은

$$S = V_{rms} I_{rms}, \quad Q = \sqrt{S^2 - P^2} \quad (4)$$

에 의해 수식에 의해서만 유도된 것이다. 정현파 성분에서 무효전력의 크기는 진동하는 성분의 최대값이나, (4) 식은 그렇지 않고 단순 수식일 뿐이다. 겹보기 전력(S) 또한, 정현파에서 파형의 최대값인 반면, 고조파에서는 정현파의 식만 그대로이지 파형의 최대값은 아니다. 참고문헌[2]에서 수식적인 방법으로 결정되어진 값이다.

2.2 새로이 제안된 전력의 정의

참고문헌[1]에서 새롭게 제안된 겹보기 전력은 순시전력의 최대값으로 정의를 하였다.

$$S = \max(p) \mid \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

즉 식(5)와 같이 순시전력의 미분값이 0일 때의 전력값 중 양의 최대값을 겹보기 전력으로 정의하였다. 유효전력은 기존의 평균값으로 정의를 하였으며, 무효전력은 식(6)과 같이, 유효전력 축을 중심으로 진동하고 있는 성분중 가장 큰 값을 나타낸다.

$$Q = S - P \quad (6)$$

이와 같이 정현파에서의 겹보기 전력(S)은 순시전력의 최대 진폭으로 정의하여 순간적인 크기를 고려하였고, 참고문헌[6]에서 보여준 바와 같이 고조파성분이 있는 경우 새롭게 정의된 겹보기 전력과 기존의 정의에 의한 것과는 상당한 차이가 있는 것을 보여준다.

### 2.3 고조파성분에서의 새로운 겹보기 전력

새롭게 정의된 전력의 정의로 겹보기전력 일반식을 유도해보자.

#### 2.3.1 해석적 방법

$$v(t) = \sum_{k=1}^N V_{mk} \cos(k\omega t), \quad i(t) = \sum_{k=1}^N I_{mk} \cos(k\omega t - \phi_k) \quad (7)$$

일반성을 위해서는 n 고조파성분 모두 고려해야 하나 서술 편의상 2개 고조파만 고려하고, 전압의 위상도 0°으로 한다. 우선 해석적 방법에 의하여 파형의 최대치를 찾아보았다. 앞의 경우와 같이 식(7)을 이용하여 순시전력을 구하여 보면 다음과 같다.

$$p = v \cdot i = V_{m1} I_{m1} \cos \omega t \cdot \cos(\omega t - \phi_1) + V_{m2} I_{m1} \cos 2\omega t \cdot \cos(\omega t - \phi_1) + V_{m1} I_{m2} \cos \omega t \cdot \cos(2\omega t - \phi_2) + V_{m2} I_{m2} \cos 2\omega t \cdot \cos(2\omega t - \phi_2) \quad (8)$$

$$\frac{dp}{dt} = V_1 I_1 (-2\omega \cdot \sin 2\omega t \cdot \cos \phi_1 + 2\omega \cdot \cos 2\omega t \cdot \sin \phi_1) + V_2 I_1 (-3\omega \cdot \sin 3\omega t \cdot \cos \phi_1 - \omega \cdot \sin \omega t \cdot \cos \phi_1 + 3\omega \cdot \cos 3\omega t \cdot \sin \phi_1 - \omega \cdot \cos \omega t \cdot \sin \phi_1) + V_1 I_2 (-3\omega \cdot \sin 3\omega t \cdot \cos \phi_2 - \omega \cdot \sin \omega t \cdot \cos \phi_2 + 3\omega \cdot \cos 3\omega t \cdot \sin \phi_2 + \omega \cdot \cos \omega t \cdot \sin \phi_2) + V_2 I_2 (-4\omega \cdot \sin 4\omega t \cdot \cos \phi_2 + 4\omega \cdot \cos 4\omega t \cdot \sin \phi_2) \quad (9)$$

식(9)에서 최대 순시전력을 찾기 위해서 MAPLE 프로그램을 이용하여 t에 대한 해를 찾았다. 그 결과 다룰 수 없는 772개의 항과 프로그램상에서 만들어진 새로운 변수가 나타났다. 만약 풀어서 해를 구하더라도 최대값을 알기 위해서는 t에 대한 2계 미분을 수행하여야 하거나 변곡점을 찾아서 구해야 하므로, 이는 상당히 어려운 과정이 필요하다.

#### 2.3.2 수치적 방법

위와 같은 이유로 해석적 방법보다는 수치적 해석을 이용하고자 한다. 해석적 방법에서와 마찬가지로 2고조파에 대해서 위상 변화에 따른 순시파형을 그려 보았다.

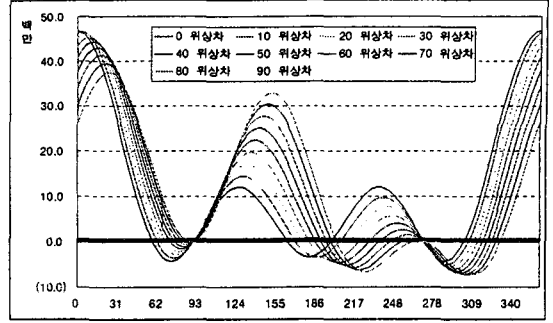


그림 1. 전압과 전류의 위상차에 의한 순시전력

고조파 성분을 포함한 순시전력의 최대점이 위상차에 따라 일정한 간격을 두고 최대점이 나타남을 그림 1에서 확인할 수 있고, 이러한 이유로 실제 측정된 고조파전압과 위상을 기준으로 등가 회로로 구성하여 위상차에 따른 최대순시 전력을 곡선정합(Curve Fitting)을 통하여 위상차에 대한 함수로 만들어 보았다.

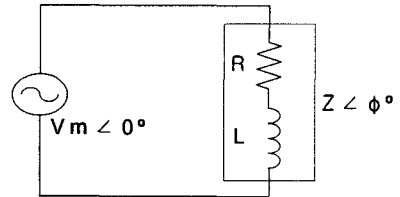


그림 2. R-L 등가회로

곡선정합(Curve Fitting)에 사용된 데이터는 현재 고속철도변전소 중에서 고조파성분이 높게 포함되어 있는 고속전철변전소를 선택하였으며, 한국전력에서 154kV, 3상으로 수전하고 있다. 이것은 3상-2상 변화장치에 의해 M상, T상으로 변화하여 급전하고 있다. 그 중 T상에 독립적으로 연결되어 있는 B상에 대한 데이터 값으로, 이것을 Reliable Power meter社의 RPM장비를 사용하여 63조파 전압·전류의 크기와 위상을 취득하였다. 그 데이터 중 고조파 전력품질 측정에 사용되어지는 49조파까지의 전압 데이터만을 이용하였으며, 부하의 형태는 일반 수용가에서 대표적으로 나타나는 R-L형태의 지상부하형태로 만들었다. 측정되어진 기본파의 초기 전압과 전류의 위상차는 5°이며, 이러한 조건에서 기본파 전압, 전류 그리고 위상차로 등가 임피던스를 구하였으며, 차수별 고조파 전류는 데이터를 기준으로 제한한 회로상의 임피던스 크기를 고정시키면서, 각주파수(w)를 변동시켜 그에 대한 전류의 크기와 위상을 구하였으며, 초기위상 10°부터 90°까지 10°씩을 증가시키면서 고조파성분의 전류, 위상을 구하였다. 그림 2는 측정되어진 전류와 계산 전류의 비교이다.

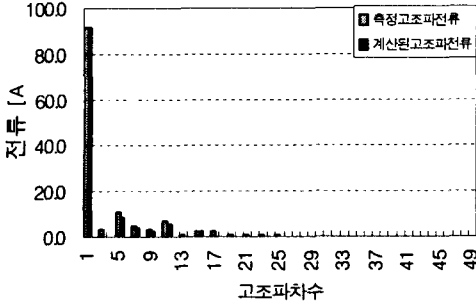


그림 3. 측정된 고조파전류와 계산되어진 전류

이러한 방법으로 초기 전압과 전류의 위상차( $\phi_{DF}$ )에 의한 결보기전력  $S = p(\max)$  값을 크기와 위상차만 나타나는 점들을 그림 4에서 볼 수 있을 것이다. 이 값들을 연결하여, 순시전력의 최대값을 위상차에 대한 함수로 만들었다.

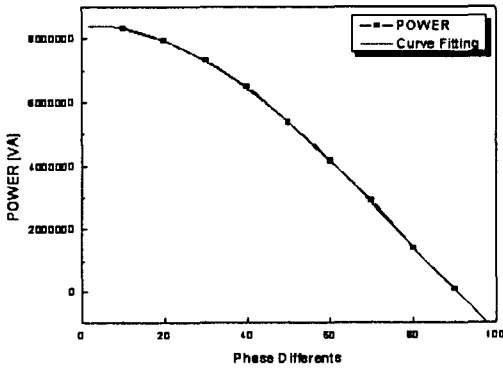


그림 4. 위상에 따른 순시전력 과 곡선정합

그림 4는 결보기전력을 4차 함수의 형태로 나타낸 것이다. 2차식으로도 표현할 수 있으나, 오차율이 0.01%로서 가장 근접한 4차 함수형태로 나타내었다. 이 함수는 식 (10)과 같이 나타낼 수 있으며, 계수는 표 1.과 같다.

표.1 곡선정합 계수

	a	b	c	d	e
크기	$8.387 \times 10^6$	5812.90	-1429.76	0.740	0.033

$$S(\phi_{DF}) = a + b\phi_{DF} + c\phi_{DF}^2 + d\phi_{DF}^3 + e\phi_{DF}^4 \quad (10)$$

식(10)과 같이 위상차에 대한 순시전력의 최대값을 결보기 전력으로 모델링 한다면, 고조파가 포함된 기존의 유효전력을 이용하여 고조파가 포함된 무효전력 역시 정의할 수 있을 것이다.

### 2.3.3 저항성분만 포함된 결보기전력

식(11)에서 전압과 동상인 성분과  $90^\circ$  상차를 가지는 성분으로 나누어 저항성분에 대해서 최대치를 구하는  $t$ 의 값을 찾아 그 크기를 구해보면 다음과 같다.

$$p = -\frac{1}{2} V_{m1} I_{m1} (\cos 2\omega t \cdot \cos \phi_1 + \sin 2\omega t \cdot \sin \phi_1 + \cos \phi_1) + \frac{1}{2} V_{m2} I_{m2} (\cos 3\omega t \cdot \cos \phi_1 + \sin 3\omega t \cdot \sin \phi_1 + \cos \omega t \cdot \cos \phi_1 - \sin \omega t \cdot \sin \phi_1) + \frac{1}{2} V_{m1} I_{m2} (\cos 3\omega t \cdot \cos \phi_2 + \sin 3\omega t \cdot \sin \phi_2 + \cos \omega t \cdot \cos \phi_2 + \sin \omega t \cdot \sin \phi_2) + \frac{1}{2} V_{m2} I_{m2} (\cos 4\omega t \cdot \cos \phi_2 + \sin 4\omega t \cdot \sin \phi_2 + \cos \phi_2) \quad (11)$$

전압과 동상인 성분

$$p_R = V_1 I_1 (\cos 2\omega t \cdot \cos \phi_1 + \cos \phi_1) + V_2 I_1 (\cos 3\omega t \cdot \cos \phi_1 + \cos \omega t \cdot \cos \phi_1) + V_1 I_2 (\cos 3\omega t \cdot \cos \phi_2 + \cos \omega t \cdot \cos \phi_2) + V_2 I_2 (\cos 4\omega t \cdot \cos \phi_2 + \cos \phi_2) \quad (12)$$

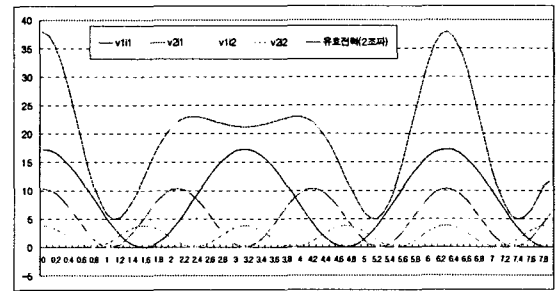


그림 5. 고조파를 포함한 유효전력 순시파형

식(12)를 그래프로 나타내면 그림 5와 같이 나타난다. 이를 미분해서 최대값을 가지는  $t$  값은 0에서 최대값이 나타나므로, 위 식을 식(12)에 대입을 하면 다음과 같이 정리 할 수 있다.

$$S_R = 2 V_1 I_1 \cos \phi_1 + 2 V_2 I_1 \cos \phi_1 + 2 V_1 I_2 \cos \phi_2 + 2 V_2 I_2 \cos \phi_2 \quad (13)$$

식(13)과 같이 2조파까지의 결과로 저항 성분만 포함된 결보기 전력을 살펴보면 다음과 같은 일반식을 얻을 수 있다.

$$S_R = 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n V_i I_j \cos \phi_j \quad (14)$$

### 2.5 결과비교

고조파가 포함된 순시치 파형의 최대값을 결보기 전력의 크기로 정의하기 위해서 해석적 방법으로는 상당한 어려움을 가지기 때문에 본 논문에서는 곡선정합을 통하여 함수로 모델링 하기위해, 실제 R-L 등가회로에 결보기 전력을 함수화(식 10) 시켰다. 이를 저항성분만 포함된 식(11)에서 도출한 결과값과 비교하면 표.2 와 같다..

표.2 결과비교

위상차	곡선정합	저항성분고려	정확도
$0^\circ$	8387000[kV]	8447069[kV]	99.3%

해석적 방법으로 일반식을 구해내기가 힘든 결보기 전력

을 곡선정합법에 의한 모델링 방법이 높은 정확도를 보이고 있어, 어떠한 고조파가 포함된 순시전력에서도 걸보기전력을 정밀하게 정의 할 수 있을 것으로 본다.

### 3. 결 론

이미 앞선 논문에서 3상회로의 정현파에서 걸보기전력은 계통상에서 순시전력의 최대값으로 공급되어져야함을 언급을 하였고, 이 논문에서는 고조파 성분이 포함된 전압과 전류에 의한 순시전력의 최대값을 걸보기전력으로 구할 때 쓸 수 있는 방법을 제시하였다. 즉, 위상에 따른 크기의 변화를 곡선정합으로 모델링 하였으며, 저항성분만 존재하는 수식으로 모델링을 검증하였다.

#### [참 고 문 헌]

- [1] 김정훈, 김주락 외 “교류 정현파 시스템에서의 새로운 걸보기전력 및 유효전력 개념에 관한 연구”, 대한전기학회 전력기술부문 춘계학술대회 논문집, 2004. 5.
- [2] 통상산업부, ‘무효전력제어에 의한 에너지 절감방안 연구’ 보고서, 1998
- [3] Durgesh P. ‘Effect of Non-linearity and Unbalance on Power Factor’, IEEE, 2000.
- [4] Francisca Ap. c. Pires, J. Fernando Mangili Jr., ‘Apparent Power and Power Factor Evaluation Proposition under Non-sinusoidal Condition’, IEEE 1998.
- [5] Tristan A. Kneschke, ‘Distortion and Power Factor of Nonlinear Loads’, IEEE, 1999
- [6] 김정훈, “전력산업 구조개편하에서의 전력계통 운용과 계획을 위한 부하역률모델 개발에 관한 연구”, 기초전력공학공동연구소 보고서. 2003
- [7] F.Pires, J. Mangili, ‘Apparent Power and Power Factor Evaluation Proposition under Nonsinusoidal Condition’, IEEE, 1998
- [8] A. E. Emanuel, ‘Apparent Power Definitions for Three-Phase Systems’, IEEE Transaction on Power Delivery, Vol.14, No.3, 1999 7.
- [9] 이병하, 김정훈, “발전비용의 부하역률 감도와 종합비율을 활용한 효과적인 역률개선 방안 연구”, 대한전기학회 전력기술부문 춘계학회, 2003. 11.13. p284
- [10] F.Ghassem, ‘New Apparent Power and Power Factor with Non-Sinusoidal Waveforms’, IEEE 2000