

고기동 유도탄 HILS를 위한 비행자세모의기 최적 경로 산출

김기승, 나원상  
국방과학연구소

Optimal Path Generation of Flight Motion Simulator  
for Hardware in the Loop Simulation

Ki-Seung Kim and Won-Sang Ra  
Agency for Defense Development

**Abstract** - An optimal flight motion simulator path generation method is proposed for hardware in the loop simulation of high maneuverable missile. The proposed method consists of open loop and closed loop path calculation algorithm based on the energy optimal control strategies. The optimal angle command is able to protect the simulator from high acceleration shock at initial control phase.

예상 위치로 제어하기 위한 각도 명령 산출 알고리즘 즉, 경로 생성기가 필요하게 된다. 이때 생성된 경로는 비행자세 모의기의 기동능력 제한 및 단계전환 시의 기민성을 고려하여 비행자세 모의기 제어를 위해 소모되는 에너지를 최소화 할 수 있어야 한다. 본 논문에서는 이상과 같은 제한 조건을 고려하여 개루프 및 폐루프 에너지 최적 제어를 이용한 경로 생성기를 설계한다.

1. 서 론

2. 챔버호밍 좌표계

일반적인 유도탄의 페루프 유도조종 성능은 모의 비행 시험(HILS : Hardware in the Loop Simulation)을 통해 검증된다. 모의 비행시험을 수행하기 위해서는 유도탄에 장착된 감지기 및 탐색기 등 부체계를 비행자세 모의기(FMS : Flight Motion Simulator)에 위치시키고 전체 비행구간에 대해 모의 비행시험 제어 컴퓨터에 구현된 6 자유도 시뮬레이션 프로그램을 이용해 산출되는 유도탄 운동을 비행자세 모의기를 실시간 제어하는 과정이 수행되어야 한다.

챔버호밍 좌표계는 비행자세 모의기에 장착되는 탐색기와 탐색기의 추적 대상인 표적을 구현하는 초고주파 투사기 시계(Field of View)의 물리적인 제약을 극복하여 보다 광범위한 범위에서 다양한 시나리오에 대한 시험을 가능하게 하기 위해 고안한 것이다.

최근고기동 유도탄의 설계 및 개발이 일반화되는 추세에 따라 협소한 모의 비행시험 시설 내에서 구동 범위가 제한된 비행자세 모의기로 전체 비행구간에 대한 유도조종 성능을 확인하는 것이 매우 어려운 상황이다. 따라서 이에 대한 대안으로 유도조종 성능에 가장 큰 영향을 미치는 비행영역, 즉 표적과의 교전이 본격화되는 호밍유도 구간만을 모의 비행시험을 통해 검증하는 것을 생각해 볼 수 있다. 호밍유도 구간에서는 탐색기에 의한 표적 포착이 이루어지고, 유도탄과 표적 간의 상대 기하를 고려하여 유도 오차를 최소화 하는 유도기법이 사용된다. 모의 비행시험 관점에서는 표적이 급격히 기동하는 시나리오에서는 비행시험 모의기의 구동 범위, 탐색기 시각, 표적을 모의하기 위한 초고주파 표적신호 투사기 범위 등을 종합적으로 고려한 시험 기법을 도출하는 것이 중요하다.

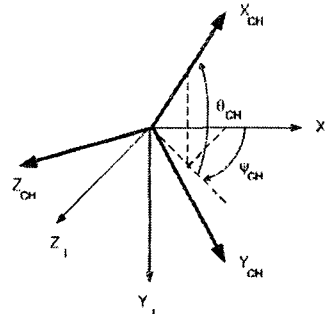


그림 1. 관성좌표계와 챔버호밍 좌표계

본 논문에서는 전술한 제한사항들을 모두 고려하기 위해 챔버호밍 좌표계를 이용한 모의 비행시험 기법을 사용한다. 챔버호밍 좌표계는 6 자유도 시뮬레이션을 통해 해당 교전 시나리오에서의 유도탄과 표적 간의 상대기하 및 유도탄 자세각 변화 추이를 고려하여 설정되는 고정된 가상의 좌표계이다. 따라서 챔버호밍 좌표계를 이용하는 경우 비행자세 모의기 및 표적신호 투사기의 구동 범위 내에서 호밍유도 전 구간에 대한 시험이 가능하게 된다. 챔버호밍 좌표계를 이용하여 탐색기를 포함한 모의 비행시험을 수행하는 경우 호밍유도 단계부터 비행자세모의기 구동이 시작되므로 단계 전환 시 급격한 비행자세 모의기의 기동이 동반된다. 일반적으로 비행자세 모의기 대역폭에 제한이 있으므로 급격한 비행자세 모의기 기동 명령은 시스템 운용상 바람직하지 않다. 따라서 이러한 상황을 사전에 방지하기 위해 호밍유도 단계 이전부터 비행자세 모의기를 구동하는 것이 유리하며, 비행자세 모의기를 초기 위치에서 호밍유도 시작 시점의

챔버호밍 좌표계는 그림 1과 같이 관성좌표계를 임의의 피치 및 요에 대한 오일러 각 관계를 갖는 2차 관성좌표계로 표현하여 유도탄 운동이 이 좌표계를 경험하도록 한다. 이 좌표계로부터 유도탄 및 표적의 오일러 각을 다음과 같이 표현한다.

$$\begin{aligned} C_{CH}^B &= C_I^B \cdot C_{CH}^I \\ C_{CHB}^{CH} &= C_{CH}^B \cdot C_{CHB}^B \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $C_{CH}^I$ 는 챔버호밍 좌표계에서 관성 좌표계로의 좌표변환 행렬을 의미한다. 따라서 챔버호밍 좌표계에서의 유도탄 자세각은 다음 식에 의해 산출 가능하며, 호밍유도 구간에서는 6 자유도 시뮬레이션 결과에서 산출된 관성좌표계에서의 유도탄 오일러 각을 식 (2)와 같이 챔버호밍 좌표계로 변환하여 비행자세 모의기의 구동 명령으로 사용한다. 표적 신호를 모의하기 위해서는 표적과 유도탄 간의 상대기하를 고려해야 하므로, 관성좌표계에서의 표적 및 유도탄 위치, 속도 벡터를 식 (3)과 같이 챔버호밍 좌표계로 변환하여야 한다.

$$\begin{aligned}\psi_{CHB} &= t^{-1}(C_{CHB}^{CH}[1][0]/C_{CHB}^{CH}[0][0]) \\ \theta_{CHB} &= s^{-1}(-C_{CHB}^{CH}[2][0], 1.0) \\ \phi_{CHB} &= t^{-1}(C_{CHB}^{CH}[2][1]/C_{CHB}^{CH}[2][2])\end{aligned}\quad (2)$$

유도탄 및 표적의 위치 및 속도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\bar{R}_M^{CH} &= C_I^{CH} \cdot \bar{R}_M^I, & \bar{V}_M^{CH} &= C_I^{CH} \cdot \bar{V}_M^I \\ \bar{R}_T^{CH} &= C_I^{CH} \cdot \bar{R}_T^I, & \bar{V}_T^{CH} &= C_I^{CH} \cdot \bar{V}_T^I\end{aligned}\quad (3)$$

### 3. 비행자세 모의기 각도 제어명령 산출 기법

#### 3.1. 개루프 제어를 이용한 최적 경로 생성

비행자세 모의기의 경로 생성을 위해 일반적인 개루프 에너지 최적 제어기 설계 문제를 고려한다. 문제를 간략화 하기 위해 다음과 같이 비행자세 모의기 구동 축 가운데서 피치 축만을 고려한 1 자유도 시스템을 고려한다.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u\end{aligned}\quad (1)$$

여기서  $\theta$ 는 비행자세 모의기의 피치각,  $\dot{\theta}$ 는 피치 각속도,  $\ddot{\theta}$ 는 피치 각 가속도를 의미하며,  $u$ 는 제어 명령을 나타낸다. 호밍유도 단계 전환을 위한 비행자세 모의기 경로 생성 문제는 비행자세 모의기를 정해진 시간  $T$  내에 초기상태  $\theta_0, \dot{\theta}_0, \ddot{\theta}_0$ 에서 호밍유도 시작시점의 예측된 상태변수  $\theta_f, \dot{\theta}_f, \ddot{\theta}_f$ 로 제어하기 위한 개루프 에너지 최적 제어기 설계 문제로 귀결될 수 있다. 따라서 비행자세 모의기의 경로 생성을 위한 최적 제어기 설계 문제의 목적함수는 식(2)와 같이 쓸 수 있다.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^T u^2 dt \quad (2)$$

이제, 표 1에 제시되어 있는 개루프 에너지 최적 제어기를 이용하여 경로 생성기를 구현한다. 개루프 에너지 최적 제어기는 다음 식을 만족한다 [1].

$$u(t) = B^T e^{A^T(T-t)} P^{-1}(T) (x_f - e^{A(T-t_0)} x_0) \quad (3)$$

여기서, 리카티 미분 방정식의 해  $P(t)$ 는 다음 식을 만족한다.

$$\dot{P} = AP + PA^T + BB^T \quad (4)$$

양한정 대칭행렬  $P$ 를 다음과 같이 정의하면,

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & P_3 \\ P_2 & P_4 & P_5 \\ P_3 & P_5 & P_6 \end{bmatrix}$$

식 (1) 및 식 (4)로부터 다음 식이 만족됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}\dot{p}_1 &= 2p_2, & \dot{p}_2 &= p_3 + p_4, & \dot{p}_3 &= p_5, \\ \dot{p}_4 &= 2p_5, & \dot{p}_5 &= p_6, & \dot{p}_6 &= 1\end{aligned}\quad (5)$$

식 (5)의 미분 방정식을 초기 조건  $P(0) = 0$ 을 이용하여 풀면 식 (6)과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$P(t) = \begin{bmatrix} t^5/20 & t^4/8 & t^3/6 \\ * & t^3/3 & t^2/2 \\ * & * & t \end{bmatrix} \quad (6)$$

따라서 최종적으로 얻어지는 개루프 에너지 최적 제어기의 제어명령은 식 (7)과 같다.

$$u = \begin{bmatrix} \frac{60(T^2 - 6Tt + 6t^2)}{T^5} \\ -\frac{6(4T^2 - 28Tt + 30t^2)}{T^4} \\ \frac{3(T^2 - 8Tt + 10t^2)}{T^3} \end{bmatrix}^T \left( x_f - \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_0 \right) \quad (7)$$

호밍유도 단계 이전에는 비행자세 모의기를 구동하지 않은 상태에서 시뮬레이션이 이루어지므로, 초기 각속도 및 각가속도는 0이다. 따라서 식 (7)으로부터

$$\begin{aligned}u(t) &= \frac{60(T^2 - 6Tt + 6t^2)}{T^5} (\theta_f - \theta_0) \\ &\quad - \frac{12(2T^2 - 14Tt + 15t^2)}{T^4} \dot{\theta}_f \\ &\quad + \frac{3(T^2 - 8Tt + 10t^2)}{T^3} \ddot{\theta}_f\end{aligned}\quad (8)$$

이상의 결과로부터 초기조건  $\theta_r(0) = \theta_0$ 를 만족하는 비행자세 모의기의 구동을 위한 기준 경로  $\theta_r(t)$ 는 식 (8)을 세 번 적분함으로써 손쉽게 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}\theta_r(t) &= \frac{(10T^2t - 15Tt^2 + 6t^3)t^2}{T^5} (\theta_f - \theta_0) \\ &\quad - \frac{(4T^2 - 7Tt + 3t^2)t^2}{T^4} \dot{\theta}_f \\ &\quad + \frac{(T-t)^2t^3}{2T^3} \ddot{\theta}_f + \theta_0\end{aligned}\quad (9)$$

#### 3.2. 페루프 제어를 이용한 최적 경로 생성

개루프 제어를 이용해 산출된 최적 경로는 소프트웨어 시뮬레이션에 의해 사전에 결정된 각도를 단계전환 시점에서의 목표점으로 한다. 하지만, 각 부체계 하드웨어가 포함된 통합 모의 비행시험에서는 통신지연을 포함한 다양한 형태의 외란으로 인해 유도탄 자세각 추이가 소프트웨어 시뮬레이션과는 다른 양상을 보이는 것이 일반적이다. 따라서 개루프 제어에 의해 소프트웨어 시뮬레이션으로 결정된 목표각에 다다른 이후, 정해진 시간 내에 모의 비행시험 시의 유도탄 자세각을 추종할 수 있는 제어방법이 필요하다. 이를 위해 이 절에서는 개루프 제어가 완료된 이후, 모의비행 시험에서의 유도탄 자세각을 추종하는 페루프 최적 에너지 제어기를 이용한 경로 생성 방법을 고려한다. 에너지 최적 제어기를 산출하기 위한 시스템 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (10)$$

여기서,  $u$ 는 경로 생성을 위한 각 가속도 명령이며, 상태변수는 다음과 같이 정의된다.

$$x_1(t) = \theta(t) - \theta_f, \quad x_2(t) = \dot{\theta}(t) \quad (11)$$

상태 방정식 (10), 목적함수 (2) 및 라그랑주 곱수  $\lambda$ 를

이용하여 다음과 같은 Hamiltonian을 정의할 수 있다.

$$H = \frac{1}{2} u^2(t) + \lambda_1(t)x_2(t) + \lambda_2(t) \quad (12)$$

제어입력 변위  $\delta u(t)$ 에 의한 상태변수의 변위  $\delta x(t)$ 가 제거되려면

$$\lambda^T = -\frac{\partial H}{\partial x} = [0 \ -\lambda_1] \rightarrow \dot{\lambda}_1 = 0, \dot{\lambda}_2 = -\lambda_1 \quad (13)$$

이 만족되어야 하므로, 미분방정식 (13)으로부터 라그랑제 곱수의 해를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\lambda_1(t) = c_1, \lambda_2(t) = -c_1 t + c_2 \quad (14)$$

한편, Pontryagin의 최소원리[2]에 의해 최적제어 입력이 존재하기 위한 필요조건은 식 (15)와 같다.

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \rightarrow u(t) = -\lambda_2(t) = c_1 t - c_2 \quad (15)$$

이제 식 (15)의 제어 입력을 상태방정식 (10)에 대입하면 다음과 같은 미분방정식의 해를 얻는다.

$$x_1(t) = \frac{1}{6} c_1 t^3 - \frac{1}{2} c_2 t^2 + c_3 t + c_4 \quad (16)$$

$$x_2(t) = \frac{1}{2} c_1 t^2 - c_2 t + c_3$$

여기서 적분상수  $c_1, c_2, c_3, c_4$ 는 임계조건 (11)로부터 다음과 같이 주어진다.

$$c_1 = \frac{6c_3 T + 12c_4}{T^3}, c_2 = \frac{4c_3 T + 6c_4}{T^2}, \quad (17)$$

$$c_3 = \dot{\theta}_0, c_4 = \theta_0 - \theta_f$$

식 (15)의 각 가속도 명령을 실제로 구현하기 위해 매 순간의 상태변수 값을 초기값으로 하고,  $t=0, t_{go}=T$ 를 대입한다.

$$u(t) = -\frac{4\dot{\theta}(t)t_{go} + 6(\theta(t) - \theta_f)}{t_{go}^2} \quad (19)$$

따라서 페루프 제어기를 이용해 이산시간 최적 경로를 산출하면 다음과 같다.

$$\theta_s(k) = \theta(k) + \dot{\theta}(k)T_s + \frac{1}{2} u(k)T_s^2 \quad (20)$$

식 (20)에서  $T_s$ 은 비행자세 모의기의 제어주기를 나타내며 현재 상태의 비행자세 모의기 각도와 각속도는 각각 센서로부터 측정된 값이다. 최적 제어기의 경우  $t_{go}$ 가 0에 가까워지면서 루프가 발산하므로 정상상태 오차를 고려하여 값을 제한하여야 한다. 에너지 최적 제어기의 구조상, 선형입력에 대한 정상상태 오차를 비행자세 모의기의 각도 제어 정확도 수준인 0.05도로 유지하기 위한 조건은 다음과 같다.

$$4t_{go}/6 \leq 0.05 \rightarrow t_{go} \leq 0.075$$

#### 4. 시뮬레이션 결과

지금까지 유도된 비행자세 모의기 경로 생성 알고리즘의 타당성을 검토하기 위해 다음과 같이 시간의 함수로 주어진 궤적  $\theta_d$ 를 고려한다.

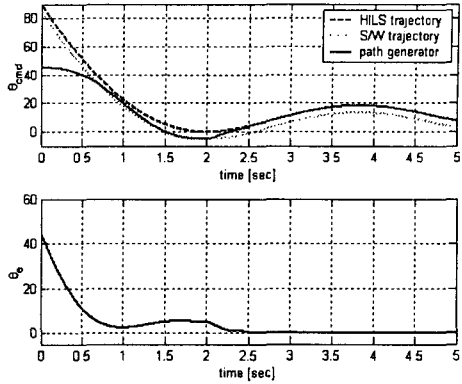


그림 2. 비행자세 모의기 각도명령

$$\theta_d = 45^\circ \cdot \frac{\cos(0.5\pi t)}{t+1}$$

모의 비행시험 시나리오에 대한 소프트웨어 시뮬레이션 결과는 다음과 같다.

$$\theta_d^{S/W} = \theta_d - 5^\circ$$

또한 요구되는 호밍유도 단계 전환시점은  $t_f = 3$ 초로 주어져 있다고 가정한다.

비행자세 모의기 각도명령 산출을 위해 개루프/폐루프 제어에 의한 최적 경로 생성 구간을 각각 0.0~2.0초, 2.0~2.5초로 선정하고, 2.5~3.0초 사이에는  $t_{go}$ 를 0.075로 제한하여 비행자세 모의기 각도명령을 산출한다. 개루프 제어에 의한 최적 경로 생성 시 2.0초에서의 각속도 및 각 가속도 구속조건은 모두 0으로 입력하였다. 이상과 같은 시험조건에서의 시뮬레이션 결과는 그림 2과 같다. 그림 2의 상단에 표시된 그래프는 비행자세 모의기 각도명령과(실선) 모의비행 시험(굵은 점선) 및 소프트웨어 시뮬레이션에 의한 각도 변화(가는 점선) 추이를 나타낸다. 개루프 제어에 의한 각도 명령은 경계조건을 만족시키고 있음을 알 수 있으며, 소프트웨어 시뮬레이션 결과와 시험 결과 간의 각도오차(그림 2 하단)는 2.5초 이후 페루프 제어기 명령을 사용해 생성된 최적 경로에 의해 0.04~0.05도 수준으로 제한되고 있음을 알 수 있다. 비행자세 모의기 각도 명령과 모의비행 시험의 유도탄 자세각 사이의 오차가 0.05 이내로 유지되면 이후의 비행자세 모의기 각도 명령은 유도탄 자세 각으로 전환된다.

#### 5. 결론

본 논문에서는 고기동 유도탄의 호밍유도 구간 모의비행 시험을 위해 비행자세 모의기 각도 명령 산출 알고리즘을 제안하였다. 제안된 각도 명령 산출 알고리즘은 개루프/폐루프 에너지 최적 제어기를 이용해 산출되는 것으로 모의비행 시험 시뮬레이션 시 발생할 수 있는 불확실성 및 상황변화에 능동적으로 대처할 수 있다는 장점이 있다.

#### [참고 문헌]

- [1] F.L. Lewis, *Applied Optimal Control and Estimation*, Prentice HallInc, 1992.
- [2] D.E. Kirk, *Optimal Control Theory*, Prentice Hall, 1970