

자기부상시스템에서의 확장칼만필터를 이용한 상태추정자 설계

심호경, 정병수\*, 조정민, 장석명\*, 김동성, 유문환  
 한국기계연구원 자기부상열차개발팀, 충남대학교 전기공학과\*

Design of State-estimator using Extended Kalman Filter for Magnetic Levitation System

H.K. Sung, B.S. Jung\*, J.M. Cho, S.M. Jang\*, D.S. Kim, M.H. Yu  
 KIMM Maglev Team, Chung-Nam National Univ\*

**Abstract** - The existing problems of the Electro-Magnetic Suspension system such as air-gap disturbance, mass variation and actuator/sensor failure are described in amore specific manner. These problem can not be solved by conventional state-feedback and output-feedback control. Extended Kalman Filter is to linearize about a trajectory that is continually updated with the state estimates resulting from the measurements. In this paper, first, the physical properties of the EMS system are described. second, Extended Kalman Fiter designed as form applicable EMS system. It is shown that state estimation performance can be obtained with the use of Extended Kalman filter, and that results from simulation, stability analyze.

$$F(i, z) = \frac{\mu_0 N^2 A}{4} \left[ \frac{i(t)}{z(t)} \right]^2 \tag{2}$$

$$\frac{d^2 z(t)}{dt^2} = - \frac{\mu_0 N^2 A}{4m} \left[ \frac{i(t)}{z(t)} \right]^2 + \frac{1}{m} \Delta f + g \tag{3}$$

여기서  $L(z) = \frac{\mu_0 N^2 A}{2z(t)}$

F는 흡인력,  $\mu_0$ 는 진공상태의 투자율, R은 전자석 코일의 저항, N은 코일의 감은 수,  $i(t)$ 는 코일에 흐르는 전류, A는 유효 단면적, L(z)와 z(t)는 공칭 동작점에서의 공칭인덕턴스와 공칭공극, m은 전자석의 질량, g는 중력 가속도,  $\Delta f$ 는 외란이다. 그림 1은 모의실험에 사용된 단일자석 자기부상모델이다.

1. 서 론

현재 한국기계연구원에서 기 개발 중인 자기부상열차는 상전도 흡인식으로서 원하는 공극을 일정하게 유지시키기 위한 부상제어기의 역할은 매우 중요하다. 극배치 기법을 이용한 상태 궤환 제어를 위해 공극, 속도, 가속도의 모든 상태를 측정해야만 하는데 속도를 센싱하기가 불가능하므로 측정 가능한 공극센서와 가속도센서로 동특성 보상기인 다이내믹 필터를 설계하여 속도를 추정한다. 하지만, 설계된 다이내믹 필터는 실제로 주행 중에 발생하는 저주파수의 공극외란에 대해 취약하여 속도추정에 좋지 않은 영향을 미치며 이는 승차감의 저하 및 부상계의 불안정을 초래하는 원인이 될 수 있다.[1]

따라서 외란을 고려한 비선형 확장 칼만 필터를 시스템에 적용하여 공극외란에 강인한 속도 추정자를 설계한다. 확장 칼만 필터는 다이내믹 필터와는 달리 시스템 항이 포함되기 때문에 모델링의 오차를 최소화하여야 하며 이러한 오차는 공분산 파라미터에 의해 일부 보상될 수 있다.[2]

본 논문에서는 먼저 자기부상시스템을 비선형으로 모델링 한 후 시스템에 적용 가능한 형태의 확장 칼만 필터를 설계하고 선형 안정도를 해석해 본 다음 자기부상열차가 실제 주행시 레일 불규칙에 의해 발생할 수 있는 유사한 외란을 인가하였을 때의 시뮬레이션을 통해 설계된 확장칼만필터의 상태추정성능을 확인 및 검증한다.

2. 본 론

2.1 자기부상시스템 모델링

자기부상시스템은 전압방정식 식(1)과 운동방정식 식(2)로 모델링 될 수 있으며 힘의 평형조건에 의한 가속도식은 식(3)과 같다.[3]

$$v(t) = i(t)R + \frac{d}{dt} [L(z)i(t)] \tag{1}$$

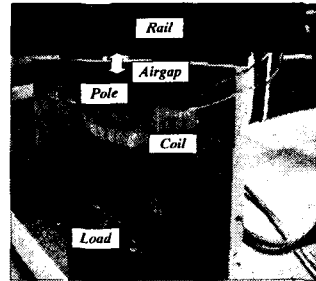


그림 1 단일자석 자기부상모델

전자석이 원하는 지점에서 부상하기 위해선 대상에 일정한 전압을 가한다. 이 때, 부상한 지점은 평형점이 된다. 선형화하기 위해 공극 및 속도, 전류를  $x_1, x_2, x_3$ 의 상태변수로 하여 위 수식을 비선형 상태방정식으로 나타낸 다음 힘의 평형식을 이용하여 평형점에서의 전압과 각 상태변수 공극, 속도, 전류를 구하여 각 변수에 대해 1차 근사화하고[4] 샘플링 주기를 4KHz로 하여 이산시간 상태방정식의 시스템 행렬  $\Phi$ 를 구하면 식(4)과 같다.

$$\Phi = e^{f(x)\Delta t} = I + f(x)\Delta t + \dots = \begin{bmatrix} 0 & \Delta t & 0 \\ \frac{2g}{z_{nom}} \Delta t & 1 & -\frac{\mu_0 N^2 A}{m z_{nom}} \sqrt{\frac{mg}{\mu_0 A}} \Delta t \\ 0 & \frac{2}{N} \sqrt{\frac{mg}{\mu_0 A}} \Delta t & -\frac{2R}{\mu_0 N^2 A} z_{nom} \Delta t \end{bmatrix} \tag{4}$$

$z_{nom}$ 은 평형점에서의 공극이며,  $f(x)$ 는 연속시간 시스템 행렬, 그리고  $\Delta t$ 는 샘플링 주기이다.

## 2.2 확장칼만필터를 이용한 상태추정자 설계

칼만필터는 불규칙적인 외란을 포함하는 동적시스템에 적용되는 최적 상태추정기라고 할 수 있는데 좀 더 구체적으로 이산적인 실시간 구간마다 측정되는 잡음이 실린 데이터로부터 동적시스템의 미지의 상태변수를 최적으로 추정하기 위한 선형이며 치우침이 없고 오차의 분산을 최소화하는 반복적인 알고리즘이다.[4] 확장칼만필터는 비선형시스템에 적용하기 위해 고안된 것으로 추정된 상태변수를 통해 플랜트를 선형화시키는 방법으로서 비선형적인 파라미터에 대해 고려한다. 자기부상시스템에 확장칼만필터를 적용시 이산시간 시스템방정식과 측정방정식은 다음과 같이 나타낸다.[5]

$$x_k = \Phi_{k-1}(x_{k-1}) + u_{k-1}, \quad \left( E[u_k u_l^T] = \begin{cases} Q_k, & k=l \\ 0, & k \neq l \end{cases} \right)$$

$$z_k = h_k(x_k) + v_k, \quad \left( E[v_k v_l^T] = \begin{cases} R_k, & k=l \\ 0, & k \neq l \end{cases} \right)$$

여기서  $x(k)$ 는 상태변수,  $u(k)$ 는 확정입력,  $y(k)$ 는 출력,  $u(k)$ 는 시스템잡음,  $v(k)$ 는 측정잡음,  $Q_k$ 와  $R_k$ 는 시스템잡음행렬과 측정잡음행렬의 대각잡음요소를 나타낸다. 확장칼만필터는 시스템의 선형화 포인트를 고정적으로 사용하지 않고 반복계산을 통해 얻어진 칼만필터의 최적의 추정값을 사용하여 선형화한다. 그림 2는 확장칼만필터의 흐름도를 나타내고 있다.

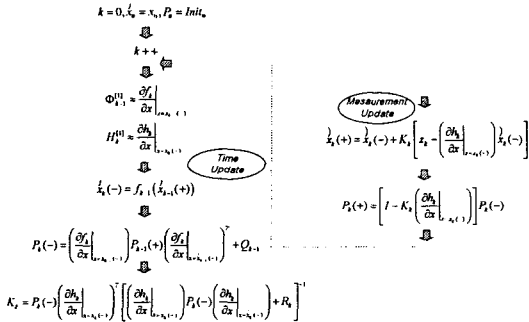


그림 2 확장칼만필터의 흐름도

여기서  $P$ 는 오차공분산 행렬,  $K$ 는 칼만게인,  $z_k$ 는 센서 실측정치를 나타내며  $\hat{x}_k(-)$ 는  $k$ 시간의 사전 추정자이고  $\hat{x}_k(+)$ 는  $k$ 시간의 사후 추정자이다. 따라서, 자기부상시스템에서의 각 상태와 잡음벡터가 식(5)-(10)과 같을 때 속도에 대한 상태추정자는 식(11)과 같다.

$$x_k = [x_1(k) \ x_2(k) \ x_3(k)]^T \quad (5)$$

$$u_k = [u_1(k) \ u_2(k) \ u_3(k)]^T \quad (6)$$

$$v_k = [v_1(k) \ v_2(k) \ v_3(k)]^T \quad (7)$$

$$x_1(k) = x_1(k-1) + x_2(k-1)\Delta t + u_1(k-1) \quad (8)$$

$$x_2(k) = \frac{2g}{z_{nom}} x_1(k-1)\Delta t - \frac{\mu_0 NA}{mz_{nom}} \sqrt{\frac{mg}{\mu_0 A}} x_2(k-1)\Delta t + u_2(k-1) \quad (9)$$

$$x_3(k) = \frac{2}{N} \sqrt{\frac{mg}{\mu_0 A}} x_2(k-1)\Delta t + \left(1 - \frac{2R}{\mu_0 N^2 A} z_{nom}\Delta t\right) x_3(k-1) + u_3(k-1) \quad (10)$$

$$\hat{x}_2(k)(-) = \hat{x}_1(k-1)(-) + K_{1(k-1)} + \left[ z_1(k-1) - \frac{\partial h_1(k)}{\partial x_1} \Big|_{x_1 = \hat{x}_1(k-1)(-)} \right] \hat{x}_1(k-1)(-) \frac{2g}{z_{nom}} \Delta t - \frac{\mu_0 NA}{mz_{nom}} \sqrt{\frac{mg}{\mu_0 A}} \Delta t \hat{x}_2(k-1)(-) + K_{2(k-1)} \left[ z_2(k-1) - \frac{\partial h_2(k)}{\partial x_2} \Big|_{x_2 = \hat{x}_2(k-1)(-)} \right] \hat{x}_2(k-1)(-) \Delta t + u_2(k-1) \quad (11)$$

그림 3은 확장칼만필터를 디지털 제어시스템에 적용했을 때의 구조도를 나타낸 것이다.[6]

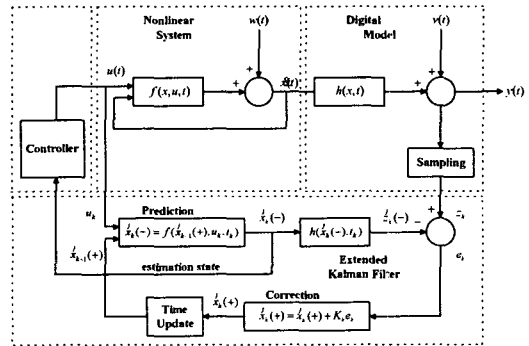


그림 3 확장칼만필터의 구조도

## 2.3 설계한 칼만필터의 안정도 해석

칼만필터는 시간영역으로 간주되는 필터로서 시간에 따라 변화하는 칼만게인이나 여러 공분산값등의 상수에 적용하는 능력이 있지만 충분히 반복계산된 후에는 정상상태로 도달하게 된다. 이때, 샘플링 시간이 고정되어 있다면 칼만필터는 일반적인 디지털 필터와 유사한 조건을 갖는다고 할 수 있기 때문에 z-변환 방식을 통해 안정도에 대해 대략 해석할 수 있다. 추정식을 1차벡터차분방정식으로 표현하고 z-변환하고 정리하면 식(12)와 같다.[7]

$$[zI - (\Phi_{k-1} - K_{ss} H_k \Phi_{k-1})] \hat{x}_k(z) = z K_{ss} Z_k(z) \quad (12)$$

식(12)의 좌변의 대괄호안의 식은 설계된 시스템의 고유모드를 나타내므로 식(13)과 같은 특성다항식의 근으로부터 칼만필터의 안정도를 해석할 수가 있다.

$$\lambda = [zI - (\Phi_{k-1} - K_{ss} H_k \Phi_{k-1})] \quad (13)$$

## 2.4 모의 실험

그림 4는 모의 실험을 위한 시뮬레이션 블록다이어그램이며 그림 5는 설계된 칼만필터가 자기부상시스템에 적용되었을 때 공극에 관한 칼만게인의 정상상태응답과 z-평면상에서의 극점을 나타내고 있다. 극이 모두 단위원 내에 존재하므로 설계된 칼만필터는 안정하다고 볼 수 있다.

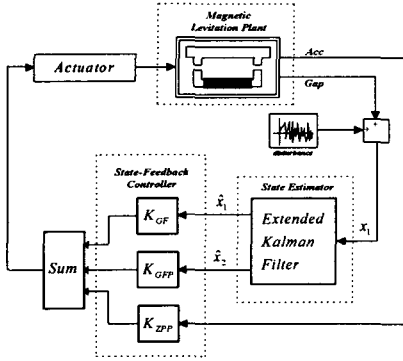


그림 4 시뮬레이션 블록 다이어그램

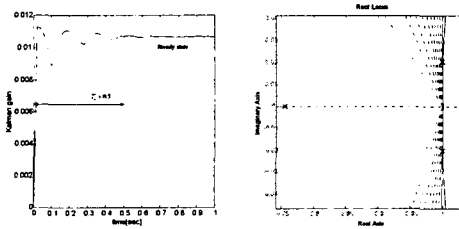


그림 5 정상상태 칼만게인과 z-평면상에서의 극점

그림 6은 30Hz-150Hz의 대역을 갖는 랜덤노이즈 인가 시 기존에 자기부상시스템에 상태를 추정하기 위한 다이내믹 필터와 설계된 확장칼만필터의 공극추정성능을 비교한 것이다. 외란은 부상후 2초후에 인가하였으며 기존의 필터보다 확장칼만필터가 원하는 상태추정에 좀 더 효과적인 것을 볼 수 있다.

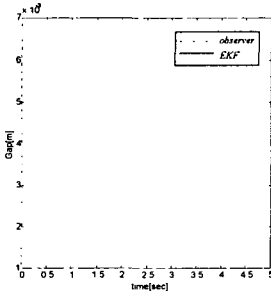


그림 6 외란인가시 기존의 다이내믹 필터와 확장칼만필터의 공극에 관한 상태추정성능 비교

그림 7은 같은 조건에서 외란인가시 설계된 확장칼만필터가 자기부상시스템에서 공극 및 속도추정상태를 비교하는 것으로서 외란이 포함된 실제공극에 대해서 외란을 감쇄시켜가며 추정하고 실제속도에 대해서도 유사하게 잘 추정하고 있음을 볼 수 있다.

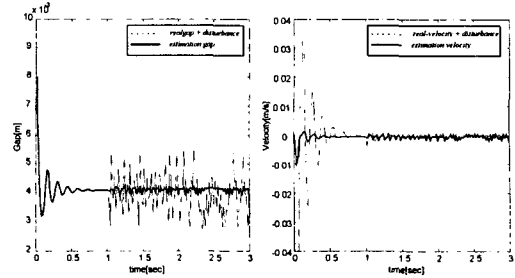


그림 7 외란인가시 확장칼만필터의 공극 및 속도 추정응답

## 3. 결 론

본 논문에서는 자기부상시스템에서 부상제어의 상태제 한제어를 위해 필요한 공극, 속도 및 가속도 값중 측정 불가능한 속도상태를 추정하는 추정자로서 그리고 랜덤잡 음이 섞인 공극입력에 대해 잡음을 감쇄시키며 원하는 공극상태를 추정하는 추정자로서 확장칼만필터를 사용하였다. 시뮬레이션을 통해서 설계된 확장칼만필터의 효과적인 상태추정성능을 확인하였으며 z-변환을 통한 안정도를 해석하여 안정함을 확인하였다.

차후 실험을 통해 설계된 확장칼만필터의 상태추정성능을 확인하여 보고 모델링에러 및 불확실요소들에 대한 대안으로서 상태제어제어기 대신 최적성능지수를 이용한 최적제어기설계에 대해 고려해 볼 것이다.

표 1 시뮬레이션 파라미터

symbols	value	unit
$m$	10	$Kg$
$g$	9.8	$m/s^2$
$A$	$2 \times 10^{-1}$	$m^2$
$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7}$	
$N$	380	
$R$	1.5	$\Omega$

$P_k$	$Q_k$	$R_k$
$\begin{bmatrix} 0.00002 & 0 & 0 \\ 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.001 & 0.005 & 0.004 \\ 0.007 & 0.044 & 0.037 \\ 0.011 & 0.069 & 0.062 \end{bmatrix}$	1.0

## [참고 문헌]

- 성호경, "자기부상 시스템을 위한 강인 및 신뢰제어기 설계에 관한 연구", 한국과학기술원 박사학위논문, pp6-13 2001.
- Brown and Hwang, "Introduction to random signals and applied Kalman Filtering", 3rd Edition, p260-263, Wiley.
- P.K.Shina, Electromagnetic Suspension: Dynamics and control, PeterPeregrinusLtd., London, 1987.
- 변중남, "자기부상열차의 ATO를 위한 지능제어 및 강인하고 신뢰성있는 부상제어기법 개발", 한국과학기술원 위탁연구보고서, 1998.
- Kalman. R. E, "A New Approach to Filtering and Prediction Problems", Transaction ASME-Journal of Basic Engineering, pp35-45, 1960.
- Stephan Beineke, Harald Wertz, "Dwsign of Extended Kalman Filters for High Performance Position Control of Electrical Drives", IEEE/ASME, International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, pp209-214, 1999.
- Brown and Hwang, "Introduction to random signals and applied Kalman Filtering", 3rd Edition, p275-276, Wiley.