

원통형 Halbach 배열을 갖는 나선운동을 하는 2자유도 영구자석 전동기의 특성해석

장 석명, 최 장영, 이 성호*, 서 정출, 박 지훈
충남대학교, LG D/A 연구소*

Analysis on the Helical Motion PM Motor with Cylindrical Halbach Array

Seok Myeong Jang, Jang Young Choi, Sung Ho Lee*, Jeong Chul Seo, Ji Hoon Park
Chungnam National University, LG D/A Lab*

Abstract - This paper deals with the application of cylindrical Halbach array to a PM motor capable of producing pure rotary motion, pure linear motion, or helical motion. The proposed motor consists of an exterior polar Halbach array for a rotary motion and interior cylindrical Halbach array for a linear one. The two-dimensional space harmonic method is employed for predicting the electromagnetic characteristics, with reference to the following parameters as variables: magnetic field, torque/thrust and back emf.

1. 서 론

직선운동, 회전운동과 나선운동이 모두 가능한 직접구동 액추에이터는 산업분야에서 많은 이점을 가질 것이며, 복잡한 운동을 실행시키기 위해 필요한 둘 이상의 회전기와 그것과 결합된 비효율적인 기계적 변환장치를 많은 응용처에서 대체할 수 있을 것이다 [1]. 지금까지 이 세 가지 운동을 얻기 위한 연구 동향이 유도 전동기를 응용하는 추세였으나, 우리는 자기차폐성질을 갖는 Halbach 배열 영구자석을 이용한 2자유도 운동 전동기를 제안하고, 유한요소법을 이용하여 제안된 모터의 설계 및 특성해석을 하였다 [2]. 그러나 유한요소법이 이용한 해석법은 정확한 해석이라는 장점에도 불구하고 많은 시간을 필요로 할 뿐만 아니라 결과가 수학적으로 표현되지 않는 단점이 있다.

따라서, 본 논문은 2차원적인 극 좌표계 및 공간 고조파법을 이용하여 제안된 전동기의 자계특성식을 도출하고, 도출된 자계특성식을 이용하여 추력/토크 및 역기전력 특성식을 도출한 후, 해석결과는 유한요소법과 비교함으로써 해석법의 타당성을 입증하기로 한다. 또한 자석두께와 공극 길이 및 극수 등과 같은 설계변수에 따른 토크/추력 특성을 제시하여 초기 설계 시 유용한 자료로 쓰이도록 하고자 한다.

2.2자유도영구자석전동기

2.1모터의구조및해석모델

그림 1(a) 와 (b)는 각각 직선운동, 회전운동과 나선운동이 가능한 전동기의 두 가지 다른 형태의 Halbach 배열 영구자석의 결합부와 구조를 보여준다. 그림 1 (a)에서 알 수 있듯이, 회전운동의 회전자로 쓰이는 Halbach 배열과 직선운동의 고정자로 쓰이는 Halbach 배열은 각각 4극으로 자성체를 기준으로 외부와 내부에 위치하며, Halbach 배열의 자기차폐특성으로 인해 회전운동과 직선운동의 영구자석은 서로 간섭을 하지 않는 장점을 갖는다. 그림 1(b)는 제안된 전동기의 구조를 보여주는데, 회전운동 부분은 외부에 직선운동 부분은 내부에 위치하는데 즉 회전 부는 내전형 모터의 구조이고, 직선

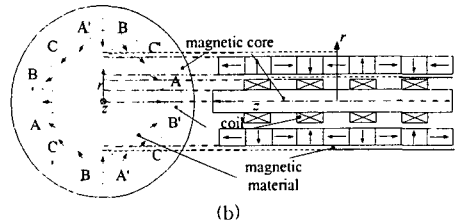
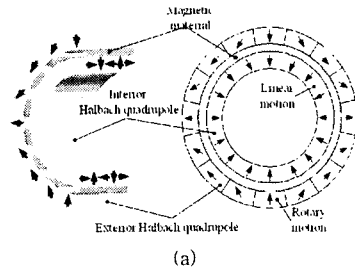


그림 1. 2자유도 영구자석 전동기: (a) 두 가지 다른 종류의 Halbach배열이 결합된 회전자의 단면 및 (b) 구조.

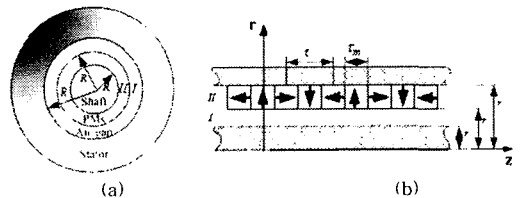


그림 2. 영구자석에 의한 자계 해석모델: (a) 회전 운동부 (b) 직선 운동부.

부는 가동코일형 직선왕복 액추에이터의 구조를 갖고 있다. 토크 및 추력을 내기 위해 회전운동부 및 직선운동부의 코일 부는 각각 3상 및 단상으로 구성하였다. 따라서 각 코일부의 여자에 따라 각 운동을 선택하여 적용할 수 있다.

그림 2(a)와 (b)는 각각 회전운동부와 직선운동부에 대한 영구자석에 의한 자계 분포를 해석하기 위한 모델을 보여준다. 그림 2에서 보는 바와 같이 영구자석에 의한 자계분포 해석 시 코일은 공기와 투자율이 같다고 보기 때문에 코일 부를 공극 영역으로 포함시키면 해석 모델은 영구자석 영역 (II)과 공극 영역(I)의 2영역 모델로 단순화 된다. 또한, 영구자석의 투자율은 공기와 같고 철심의 투자율은 무한이라 가정한다.

2.2영구자석에의한자계해석

(1)자화모델링

영구자석에 의한 자계특성 해석 시 영구자석의 정확한 자화모델링이 먼저 수행되어야 하며 이를 위해서, 그림 3

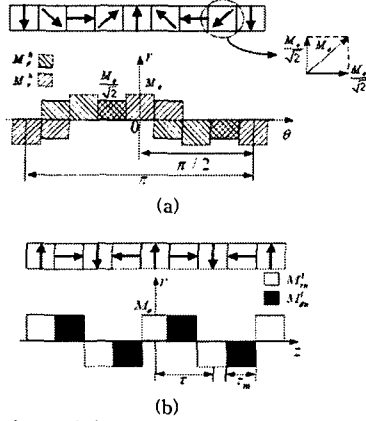


그림 3. 자화 모델링: (a) polar Halbach array (b) cylindrical Halbach array

(a)와 (b)는 각각 polar Halbach array와 cylindrical Halbach array의 자화에 대한 푸리에 전개를 위한 모델을 보여준다. 그림 3에서 알 수 있듯이, Halbach 자화 모델의 경우 자화는 반경방향 자화 성분과 θ 또는 z 방향 자화 성분으로 나누어 푸리에 전개를 수행하여야 한다. 결과적으로 polar Halbach array와 cylindrical Halbach array의 자화에 대한 푸리에 전개식은 식 (1.a)와 (1.b)로 주어진다.

$$M^p = \sum_{n=\text{odd}}^{\infty} [M_{rn}^p \cos(q\theta) i_r + M_{\theta n}^p \sin(q\theta) i_\theta] \quad (1.a)$$

$$M^l = \sum_{n=\text{odd}}^{\infty} \left\{ \left[\frac{c_1}{r} + c_2 r \right] M_{rn}^l i_r + M_{zn}^l i_z \right\} \sin(k_n z) \quad (1.b)$$

여기서 $q = np$ 이며 n 은 공간 고조파 차수이고 p 는 극 쌍수이며, $k_n = n\pi/\tau$ 로 주어지는 n 차의 공간 고조파를 나타내고 τ 는 극 간격을 나타낸다. M_{rn} , $M_{\theta n}$ 및 M_{zn} 은 각각 반경방향, θ 방향 및 z 방향 푸리에 계수를 나타내며, 위 첨자 p 와 l 은 각각 polar와 cylindrical Halbach array를 나타낸다. $c_1/r + c_2 r$ 은 영구자석 영역 내에서 자화의 변화없이 원통형 모델의 해석해 즉 Bessel 함수를 이끌어 내기 위해 도입된 함수이다.

(2) 자계특성식

영구자석 영역에는 전류가 없으므로 맥스웰 방정식에 의해 $\text{curl}H = 0$ 이므로 $\text{curl}B = \text{curl}M$ 이 되고 여기에 벡터자위의 정의 $\text{curl}A = B$ 를 대입하여 풀면 회전운동부와 직선운동부의 지배방정식이 식 (2.a)와 식 (2.b)로 각각 주어진다.

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} A_{zn} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{zn}}{\partial r} - \frac{q^2}{r^2} A_{zn} = -\frac{\mu_0 q}{r} M_n \quad (2.a)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} A_{\theta n} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_{\theta n}}{\partial r} - \left(k_n^2 + \frac{1}{r^2} \right) A_{\theta n} = -\mu_0 k_n \left[\frac{c_1}{r} + c_2 r \right] M_m \quad (2.b)$$

여기서 A_{zn} 과 $A_{\theta n}$ 은 각각 벡터자위의 z 성분과 θ 성분이며 $M_n = M_{\theta n}/q + M_{rn}$ 이다. 식 (2.a)와 (2.b)의 해석 해는 각각 식 (3)과 (4)로 주어진다.

$$A_{zn}^h = \sum_{n=\text{odd}}^{\infty} [A_n r^q + B_n r^{-q}] \quad (3.a)$$

$$A_{zn}^p = \begin{cases} \sum_{n=\text{odd}}^{\infty} \frac{j\mu_0 q M_n}{(q^2 - 1)} & q \neq 1 \\ -\frac{j\mu_0}{2} r \ln r M_n & q = 1 \end{cases} \quad (3.b)$$

$$A_{\theta n}^h = \sum_{n=\text{odd}}^{\infty} [C_n I_1(k_n r) + D_n K_1(k_n r)] \quad (4.a)$$

$$A_{\theta n}^p = \sum_{n=\text{odd}}^{\infty} \frac{\mu_0 M_m}{k_n} \left[\frac{c_1}{r} + c_2 r \right] \quad (4.b)$$

여기서 위 첨자 h 와 p 는 각각 일반해와 특수해를 나타내며, I_1 과 K_1 은 각각 수정된 1차의 제1종 및 2종 Bessel 함수이다. 식 (3)과 식(4)의 벡터자위 해석해와 벡터 자위의 정의 $\text{curl}A = B$ 로부터 공극 및 영구자석 영역에 대한 회전운동부와 직선운동부의 자계 특성식이 각각 식 (5)와 식 (6)으로 주어진다.

$$\begin{aligned} B_{rn}^l &= \frac{q}{r} [A_n^l r^q + B_n^l r^{-q}] \cos(q\theta) \\ B_{\theta n}^l &= \frac{q}{r} [A_n^l r^q + B_n^l r^{-q} + \frac{\mu_0 r q M_n}{q^2 - 1}] \cos(q\theta) \\ B_{zn}^l &= -q [A_n^l r^{q-1} - B_n^l r^{-(q+1)}] \sin(q\theta) \\ B_{\theta n}^l &= -q [A_n^l r^{q-1} - B_n^l r^{-(q+1)} + \frac{\mu_0 M_n}{q^2 - 1}] \sin(q\theta) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} B_{rn}^l &= k_n [C_n^l I_1(k_n r) + D_n^l K_1(k_n r)] \sin(k_n z) \\ B_{\theta n}^l &= k_n \left\{ C_n^l I_1(k_n r) + D_n^l K_1(k_n r) + \frac{\mu_0 M_m}{k_n} \left[\frac{c_1}{r} + c_2 r \right] \right\} \sin(k_n z) \\ B_{zn}^l &= k_n [C_n^l I_0(k_n r) - D_n^l K_0(k_n r)] \cos(k_n z) \\ B_{\theta n}^l &= k_n [A_n^l I_0(k_n r) - B_n^l K_0(k_n r) + \frac{2c_2 M_m \mu_0}{k_n}] \cos(k_n z) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 위 첨자 I 과 II 는 각각 공극 및 영구자석 영역을 나타낸다. 식 (5)는 극수가 4극 이상일 경우에만 성립하고 2극인 경우 식 (5)에서 $q=1$ 로 바꾸고 영구자석 영역의 특수해를 $q=1$ 일 때의 값으로 바꾸어 주면된다. 영역 I 과 II 에 대한 계수 A_n, B_n, C_n, D_n 은 경계조건을 대입함으로써 구할 수 있으며, 각각의 운동부에 대한 경계조건은 식 (7)로 주어진다.

회전운동부

$$\begin{aligned} r=R_i & \quad B_{\theta n}^l = -\mu_0 M_{\theta n} & r=r_s & \quad B_{zn}^l = -\mu_0 M_{zn} \\ r=R_o & \quad B_{rn}^l = B_{rn}^l & r=r_o & \quad B_{rn}^l = B_{rn}^l \\ & \quad B_{\theta n}^l - B_{\theta n}^l = \mu_0 M_{\theta n} & & \quad B_{zn}^l - B_{zn}^l = \mu_0 M_{zn} \\ r=R_s & \quad B_{\theta n}^l = 0 & r=r_i & \quad B_{zn}^l = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

2.3 토크/추력 및 역기전력 특성식

회전운동부의 토크는 식 (8)로 주어진다 [3].

$$T = \frac{3B_g R_s l_o k_w w_c i}{\sqrt{2}} \quad (8)$$

여기서 B_g 는 공극자속밀도의 최대값, l_o 는 모터의 축방향 길이, w_c 는 상당 턴수, k_w 는 권선 계수이고 i 는 3상 전류를 나타낸다. 직선운동부의 추력은 $F = \int J \times B dv$ 로부터 구할 수 있는데, 이 식은 베셀함수의 적분이라는 해석적 부담이 따르므로, 가동자 코일 부를 sheet로 분포해 있다고 가정하면 식 (9)로 주어지는 추력을 얻는다.

$$F_z = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{j8\pi r_i i_a N_s [C_n' I_1(k_n r_i) + D_n' K_1(k_n r_i)] \cos(k_n z)}{n\tau} \quad (9)$$

여기서 p 는 극쌍수, i_a 는 단상전류, N_s 는 극당턴수이다. 회전운동부와 직선운동부의 역기전력은 $V_{emf} = -d\lambda/dt$ 에 의해 식 (10)과 (11)로 각각 주어진다.

$$V_{emf}(\theta) = \sum_{n=odd}^{\infty} \frac{w_0 12\pi w_c (r_s^2 - r_c^2) \{A_n' r_c^{-q} + B_n' r_c^{-q}\} \sin(q\theta)}{r_c} \quad (10)$$

$$V_{emf}(z) = \sum_{n=odd}^{\infty} \frac{v 8\pi r_i N_s \{C_n' I_1(k_n r_i) + D_n' K_1(k_n r_i)\} \cos(k_n z)}{\tau} \quad (11)$$

여기서 w_0 와 v 는 각각 회전자와 가동자의 속도이다.

2.4 해석결과와 유한요소결과와의 비교

표1은 해석적 결과와 유한요소 해석결과와의 비교를 위해 사용된 회전운동부와 직선 운동부의 설계변수를 보여준다. 그림 4 (a)와 (b)는 각각 회전운동부와 직선운동부의 영구자석에 의한 반경방향 자석밀도를 각 경계면에서 해석한 결과와 유한 요소 해석한 결과의 비교를 보여 주며, 그림 4(c)와 (d)는 각각 회전운동부와 직선운동부의 힘과 역기전력의 해석결과와 유한 요소 해석결과와의 비교를 보여준다. 모두에 대해 해석결과와 유한 요소 해석결과와 매우 잘 부합함을 볼 수 있다.

2.5 설계변수에 따른 토크/추력 특성해석

그림 5(a)는 고정된 R_s/R_o 에 대하여 R_i/R_o 의 변화에 따른 즉 영구자석 두께에 따른 최대 토크 특성을 보여준다. 그림에서 알 수 있듯이, 영구자석 두께가 증가 할수록 토크는 커지지만, 일정한 두께 이상이 되면 증가 폭은 거의 변화가 없고, 극수가 증가함에 따라 역시 토크가 커지지만 4극을 제외한 다른 극수에서의 토크는 별 차이가 없음을 볼 수 있다. 그림 5(b) 역시 고정된 r_s/r_o 에 대하여 r_i/r_o 의 변화에 따른 즉 영구자석 두께에 따른 최대 추력 특성을 보여준다. 그림에서 알 수 있듯이, 영구자석 두께가 증가 할수록 추력은 커지지만, 일정한 두께 이상이 되면 증가 폭은 둔화되고 오히려 감소하므로 이로부터 적절한 자석 두께를 선정할 수 있으며, 극수가 증가함에 따라 추력은 커지지만 증가폭은 둔화됨을 볼 수 있다.

그림 6(a)는 고정된 R_i/R_o 에 대하여 R_s/R_o 의 변화에 따른 즉 공극길이에 따른 최대 토크 특성을 보여준다. 그림에서 알 수 있듯이, R_s/R_o 의 값이 작을수록 즉 공극길이가 증가 할수록 토크는 극수의 증가에 따라 작아지나, R_s/R_o 의 값이 클수록 즉 공극길이가 작아질수록 토크는 극수의 증가에 따라 커진다. 이로부터 극수에 따라 적절한 공극길이를 선정할 수 있다. 그림 6(b)는 고정된 r_i/r_o 에 대하여 r_s/r_o 의 변화에 따른 즉 공극길이에 따른 최대 추력 특성을 보여준다. 그림에서 알 수 있듯이, 공극길이가 증가 할수록 추력은 감소하고, 회전운동 부분과 마찬가지로의 추력 특성이 극수에 따라 나타난다.

3. 결론

본 논문은 Halbach자화의 자기 차폐 성질을 이용하여 회전운동, 직선운동 및 나선운동을 할 수 있는 모터의 특성을 해석하였다. 해석방법은 2차원적인 극 좌표계 및 공간고조파법을 이용하여 자계특성식을 도출하였고, 도출된 자계특성식을 이용하여 추력/토크 및 역기전력 특성식을 도출하고, 해석결과와 유한요소법과 비교하여 잘 부합함을 확인함으로써 해석법의 타당성을 입증했다. 또한 자석 두께 및 공극길이 등과 같은 설계변수에 따른 토크/추력

변화를 제시하여, 초기 설계 시 중요한 자료로 쓰일 것으로 생각된다.

표 1 해석에 사용된 제안된 모터의 사양과 제원

rotary motion part		linear motion part	
항목	치수	항목	치수
R_i (자석 내반경)	45(mm)	r_i (코일 내반경)	20(mm)
R_o (자석 외반경)	55(mm)	r_c (코일 외반경)	24(mm)
R_c (코일 내반경)	56(mm)	r_o (공극 외반경)	25(mm)
R_s (코일 외반경)	60(mm)	r_s (자석 내반경)	35(mm)
B_r (잔류자속밀도)	1.1 (T)	B_r (잔류자속밀도)	1.1 (T)
w_c (상당 턴수)	30	N_s (극당턴수)	100
l_a (모터의유효길이)	120(mm)	τ (극간격)	20(mm)

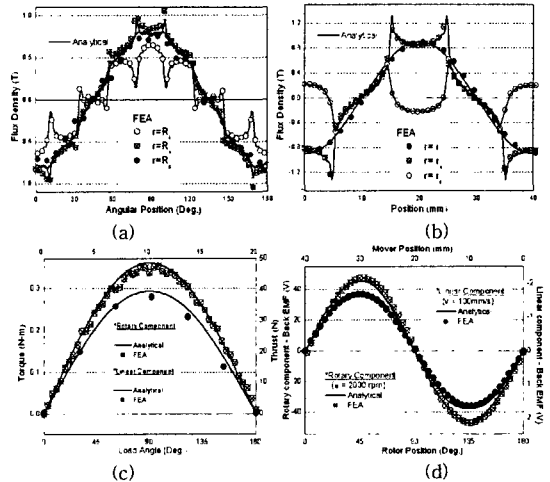


그림 4. 해석결과와 유한요소 해석결과와의 비교: (a) polar Halbach array에 의한 자계 분포, (b) cylindrical Halbach array에 의한 자계 분포, (c) 토크/추력 (d) 역기전력

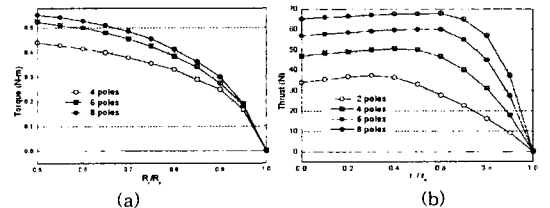


그림 5. 영구자석 두께에 따른 (a) 토크 및 (b) 추력 특성 변화

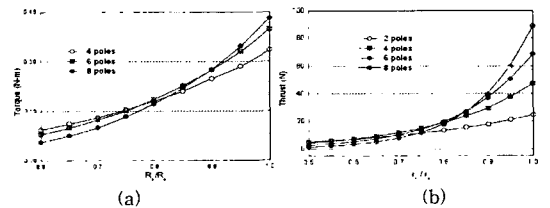


그림 6. 공극길이에 따른 (a) 토크 및 (b) 추력 특성 변화

[참 고 문 헌]

- [1] M. Rabiee and J. J. Cathey, "Verification of a field theory analysis applied to a helical motion induction motor," *IEEE Trans Magn*, vol. 24, pp. 2125-2132, July 1988.
- [2] S. M. Jang, S. H. Lee, H. W. Cho, S. K. Cho, "Design and Analysis of Helical Motion Permanent Magnet Motors with Cylindrical Halbach Array," *IEEE Trans Magn*, vol. 39, pp.3007-3009, Sep 1988.
- [3] K. Atallah and D.Howe, "The Application of Halbach Cylinders to Brushless AC Servo Motors," *IEEE Trans. Magn*, vol. 34, pp.2000-2002, 1998.