펄트루젼 I형 단면 압축재의 국부좌굴계수 계산을 위한 근사식의 개발

주형중* · 정재호** · 이승식** · 윤순종***

An Approximate Solution for the Local Buckling Coefficient of Pultruded I-Shape Compression Members

H. J. Joo*, J. H. Jung**, S. Lee**, S. J. Yoon***

Key Words : pultruded I-shape column, orthotropic, local buckling, approximate solution

Abstract

The pultruded structural shapes are usually composed of thin-walled plate elements. Because the composite material has relatively low elastic moduli, the design of pultruded compression members may not be governed by the material strength limit state but by the stability limit state such as the local buckling or the global buckling. Therefore, the stability limit state must be checked to design pultruded columns. In this research, the local buckling analysis of pultruded I-shape column was conducted for various composite materials using the closed-form solution. To establish the design guidelines for the local buckling of pultruded I-shape compression members, the simplified form of equation to find the local buckling coefficient of pultruded I-shape column was proposed as a function of mechanical properties and the width ratio of plate components using the results obtainde by the closed-form solution. In order to verify the validity of proposed solution, the results obtained by the proposed approximate solution were compared with those of the closed-form solution and the experimental results.

기호설명

a	판의 길이
b_f, b_w	플랜지와 복부의 폭
C_i	좌굴계수를 나타내는 변수(i = 1, 2, 3)
E_{11}, E_{22}	직교이방성재료의 탄성계수
G_{12}	전단탄성계수
k_f, k_w	복부와 플랜지의 국부좌굴계수
k_p	직교이방성판의 좌굴계수
m	half-sine곡선의 수
P	면내등분포일축압축력
P_{cr}	근사식에 의한 국부좌굴하중
P_{cr}	정밀해법에 의한 국부좌굴하중
P_{cr}	실험에 의한 국부좌굴하중
s	직교이방성판의 길이에 대한 폭의 비
t	판의 두께
ϕ_m	판의 폭에 대한 half-sine곡선 길이의 비 (=a/mb)
θ	판요소의 처짐각
ν_{12}, ν_{21}	직교이방성재료의 포아슨비
ξ, η	무차원화 변수

* 홍익대학교 대학원 토목공학과, 박사과정
** 정회원, 홍익대학교 과학기술연구소, 연구원
*** 정회원, 홍익대학교 토목공학과, 교수

1. 서 론

펄트루젼공정(pultrusion process)으로 생산된 섬유보강플라스틱(fiber reinforced palstic, FRP)부재는 부재의 길이방향으로 보강섬유가 배치되기 때

문에 그 재료의 성질을 직교이방성으로 간주할 수 있다. 또한 이 공정을 사용할 경우 길이의 제한이 없이 임의의 단면형상의 부재를 제작할 수 있기 때문에 건설분야에서 구조용 부재로 그 사용이 증가되고 있다.

펄트루젼공정에 의해 생산된 구조용 부재는 얇은 판요소로 구성되어 있고 재료의 강도는 크지만 강성이 강재에 비해 작다[1]. 따라서 이러한 부재를 압축재로 사용할 경우 좌굴에 대한 검토는 필수적이다. 직교이방성 펄트루젼 압축재의 좌굴에 대한 연구는 이미 활발하게 진행되어 왔지만, 그 해석과정이 복잡하고 난해하여 아직 강재와 같은 표준화된 설계기준이 미흡한 실정이다.

본 연구는 등분포 일축압축력을 받는 펄트루젼 압축재의 좌굴모드 중 국부좌굴에 관한 연구이다. 펄트루젼 압축재의 재료의 성질은 직교이방성으로 간주하였으며, 직교이방성 I형 단면 압축재의 국부좌굴계수를 기존 정밀해법보다 간편하고 쉽게 계산할 수 있는 근사식을 제안하였다. 또한, 제안된 근사식에 의한 국부좌굴 해석결과를 정밀해법 및 실험결과와 비교하여 근사식의 타당성을 검증하였다.

2. 펄트루젼 I형 단면 압축재의 탄성국부좌굴 거동

판요소로 구성된 압축재의 국부좌굴은 그 부재를 구성하고 있는 각 판요소의 접합부는 직선을 유지하면서 각 판요소들이 좌굴을 일으키는 것을 의미하므로 직교이방성 압축재의 국부좌굴 해석을 위해서는 임의의 경계조건을 갖는 각 판요소들의 좌굴해석이 선행되어야 한다. 다양한 경계조건을 갖는 직교이방성판의 좌굴거동에 대한 연구결과는 이미 여러 차례 연구, 발표[2, 3, 4]된바 있으므로 유도과정에 대한 설명은 생략하였다.

Figs. 1과 2는 각각 등분포하중을 받는 I형 단면 압축재와 국부좌굴이 발생하기 전과 후의 단면모양을 나타낸다. 이와 같은 부재의 정밀해석식의 유도과정에 대해 간단히 설명하면 다음과 같다.

I형 단면 압축재는 Fig. 2와 같이 접합부에서 세 개의 직교이방성판요소가 결합되어 있다. 좌굴이 발생한 각 판요소들의 처짐식의 일반해는 좌굴에 대한 지배미분방정식으로부터 구할 수 있으며, 유도된 일반해에 각 판요소의 하중이 재하되지 않는 변과 접합부의 경계조건을 적용하여 제차연립방정식을 얻을 수 있다. 이 연립방정식으로부터 직교이방성 I형 단면 압축재의 국부좌굴해석식을 식 (1)과 같이 얻을 수 있다[1, 2, 3].

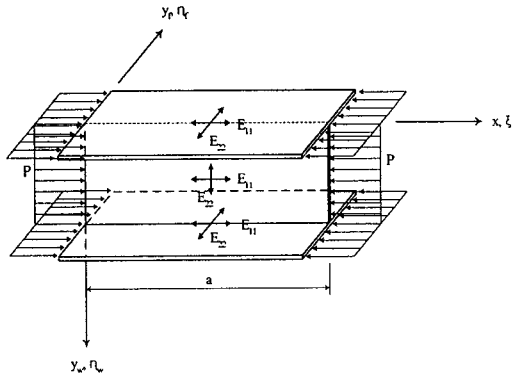

Fig. 1. Orthotropic I-shape compression member

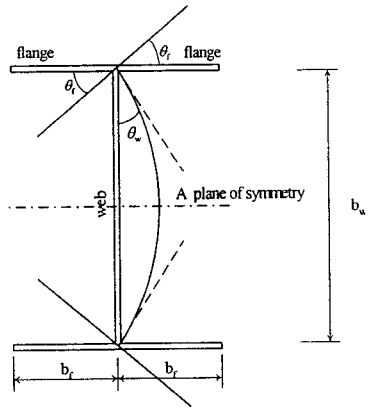

Fig. 2. Buckled cross-sectional shape of I-shape compression member

$$\left(\frac{SSy}{FSy}\right)_w + 2\left(\frac{t_f}{t_w}\right)\cdot\left(\frac{b_w}{b_f}\right)\cdot\left(\frac{SFr}{FFr}\right)_f = 0 \qquad (1)$$

식 (1)에서 SSy, FSy, SFr, FFr은 각각 하중이 재하되지 않는 변의 경계조건이 단순지지-대칭면, 고정지지-대칭면, 단순지지-자유단, 고정지지-자유단인 직교이방성판의 좌굴해석식[4]이며 Table 1에서 보여주고 있다. Table 1에서 α와 β는 재료의 성질과 단면성질, 좌굴계수를 포함한 매개변수이다.

국부좌굴이 발생할 때 플랜지와 복부의 국부좌굴응력은 동일하므로 식 (2)와 같은 관계가 성립하고 이 식을 식 (1)에 대입하면 임의의 두께비와

Table 1. Characteristic function fo orthotropic plate

Simbol	Characteristic function
SSy	$\alpha\beta(\chi^2+\psi^2)\cosh\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}=0$
FFy	$\alpha\beta(\alpha\sinh\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}+\beta\cosh\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2})=0$
SFr	$-(\chi^2+\psi^2)(\beta\chi^4\sinh\alpha\cos\beta-\alpha\psi^4\cosh\alpha\sin\beta)=0$
FFr	$2\alpha\beta\chi^2\psi^2+(\beta^2\psi^4-\alpha^2\psi^4)\sinh\alpha\sin\beta$ $+\alpha\beta(\chi^4+\psi^4)\cosh\alpha\cos\beta=0$
χ, ψ	$\chi^2=\alpha^2-\nu_{12}(m\pi s)^2$, $\psi^2=\beta^2+\nu_{12}(m\pi s)^2=0$

폭비를 갖는 I형 단면 압축재의 플랜지의 국부좌굴계수를 얻을 수 있으며, 식 (3)에 플랜지의 국부좌굴계수를 대입하면 국부좌굴응력을 계산할 수 있다.

$$k_w=k_f\left(\frac{b_w}{b_f}\right)^2\cdot\left(\frac{t_f}{t_w}\right)^2 \tag{2}$$

$$\sigma_{cf}=k_f\frac{\pi^2\sqrt{E_{11}E_{22}}}{12(1-\nu_{12}\nu_{21})(b_f/t_f)^2} \tag{3}$$

그러나 이러한 방법을 사용하여 국부좌굴해석을 할 경우 계산 절차가 복잡하고 난해하기 때문에 사용성에 있어서 제약을 받는다. 따라서 다음 절에서 국부좌굴계수를 단순계산만으로 쉽게 추정할 수 있는 근사식을 유도하였다.

3. 근사식의 유도

펄트루젼 압축재의 각 판요소들은 접합부에서 인접판에 의하여 탄성구속되어 있으므로 이러한 부재의 국부좌굴 해석은 각 판요소의 탄성구속효과를 고려한 판 하나의 좌굴해석을 의미한다. 이 때 접합부에서의 탄성구속효과는 각 판요소간의 폭비와, 두께의 비 및 재료의 성질에 의해서 결정된다[5].

에너지법을 사용하여 면내등분포일축압축력을 받으며 하중이 재하되지 않은 변이 탄성구속된 직교이방성판의 좌굴계수식을 유도하면 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다[2, 5, 7].

$$k_p=\frac{C_1}{\phi_m^4}+C_2\phi_m^2+C_3 \tag{4}$$

$$C_1=\sqrt{\frac{E_{11}}{E_{22}}} \tag{5}$$

$$C_2=\sqrt{\frac{E_{22}}{E_{11}}}B \tag{6}$$

$$C_3=\frac{4G_{12}(1-\nu_{12}\nu_{21})}{\sqrt{E_{11}E_{22}}}B_3-2\nu_{21}\sqrt{\frac{E_{11}}{E_{22}}}B_1 \tag{7}$$

식 (4)에서 ϕ_m은 직교이방성판의 형상비를 half-sine곡선수로 나눈 것(a/mb)이며 C_1은 재료의 성질만으로 표현된다[1, 2, 7]. 식 (6), (7)에서 $B_{i,\ i=1,2,3}$는 하중이 재하되지 않은 변의 탄성구속효과와 관련된 상수이다. 즉, 변수 C_2, C_3는 재료의 성질과 단면의 성질을 모두 포함하고 있다.

접합부에서의 탄성구속효과는 인접판의 두께비와 폭비, 재료의 성질에 의해서 결정되는데 현재 생산되어 사용되고 있는 구조용 펄트루젼 압축재는 두께가 일정하다[6]. 따라서 본 연구에서는 접합부의 구속조건을 결정하는 인자로 폭비와 재료성질만을 고려하였다.

식 (4)를 ϕ_m에 대해 미분하면 좌굴계수 k_p값이 최소가 될 때의 ϕ_m값을 얻을 수 있고, 이 ϕ_m값을 식 (4)에 대입하여 정리하면 최소좌굴계수값(k_{min})을 구할 수 있다. 이상과 같은 관계로부터 최소좌굴계수와 최소좌굴계수값을 나타낼 때의 ϕ_m의 값을 알면 변수 C_2, C_3는 식 (8), (9)를 사용하여 계산할 수 있다.

$$C_2=\frac{C_1}{\phi_m^4} \tag{8}$$

$$C_3=k_{min}-2\sqrt{C_1C_2} \tag{9}$$

본 연구에서는 펄트루젼 I형 단면 압축재의 폭비와 재료의 성질에 따른 근사식을 유도하기 위하여 다음과 같이 매개변수 해석을 수행하였다.

여러 가지 직교이방성 재료에 대해 플랜지와 복부의 폭비에 따른 최소국부좌굴계수 및 최소국부좌굴계수를 나타낼 때의 ϕ_m값을 정밀해법을 사용하여 계산하였으며, 식 (8), (9)를 사용하여 각 경우에 대한 C_2, C_3값을 계산하였다. 해석에 사용된 재료의 성질은 Table 2와 같다.

Table 2. Material properties[3]

Material	E_{11} (Gpa)	E_{22} (Gpa)	G_{12} (Gpa)	
E-glass/vinylester	17.20	6.90	2.93	0.33
E-glass/polyester	31.60	7.00	3.00	0.35
BFRP(B(4)/N5505)	204.00	18.50	5.59	0.23
CFRP(AS/H3501)	138.00	8.96	7.10	0.30
CFRP(IM6/epoxy)	203.00	11.20	8.40	0.32
Structural steel	200.00	200.00	76.90	0.30

재료의 성질을 매개변수로 설정하여 플랜지와 복부의 폭비에 대한 C_2 및 C_3의 관계를 조사한 결과 각 재료에 대한 C_2, C_3값은 달랐지만 플랜지와 복부의 폭비 변화에 따른 C_2, C_3값의 변화 경향은 일정하게 나타남을 알 수 있었다.

식 (8)에서 C_2를 재료의 성질에 관한 항과 플랜지와 복부의 폭비에 관한 항으로 분리시키기 위해 C_1값을 양변에 곱해주면 좌변은 C_2C_1이 되고 우변은 플랜지와 복부의 폭비에 관계된 값으로 재료의 성질에 관계없이 일정한 값을 갖는다. (즉, 식 (6)에서 양변을 C_1값($\sqrt{E_{11}/E_{22}}$)으로 곱하면 우변은 재료의 성질에 관계없이 일정한 값을 갖는다).

C_3의 경우 식 (7)에서 우변의 두 항 중 두번째 항의 영향은 첫 번째항의 영향에 비해 작게 나타났다. 따라서, 본 연구에서는 C_3의 계산에서 근사적으로 우변의 첫번째 항만을 고려하였다. C_2의 경우와 마찬가지로 양변을 $4G_{12}(1-\nu_{12}\nu_{21})/\sqrt{E_{11}E_{22}}$로 나누고 정밀해법에 의해 계산된 결과들을 사용하여 매개변수 해석을 수행한 결과 폭비 변화와 재료의 성질의 영향을 분리시켜 고려 할 수 있는 근사식을 추정 할 수 있었다.

이상의 관계들로부터 재료의 성질에 관계없이 일정한 값을 갖는 값들을 플랜지와 복부의 폭비 (b_f/b_w)에 따라 그래프로 나타내면 Figs. 3, 4와 같다.

Figs. 3, 4에서 보여주고 있는 그래프는 재료의 성질에 관계없이 복부와 플랜지의 폭비(b_f/b_w)에 따라 일정한 값을 나타내므로 폭비의 함수로 표현할 수 있다. 이 곡선을 회귀분석하여 복부와 플랜지의 폭비의 함수로 표현하고 C_2, C_3에 대해 정리하면 식 (10), (11)과 같다.

식 (11)에서 D는 $4G_{12}(-\nu_{12}\nu_{21})/\sqrt{E_{11}E_{22}}$이고, 식 (10), (11)을 식 (4)에 대입하면 플랜지의 국부좌굴계수를 단순계산에 의해 쉽게 구할 수 있다.

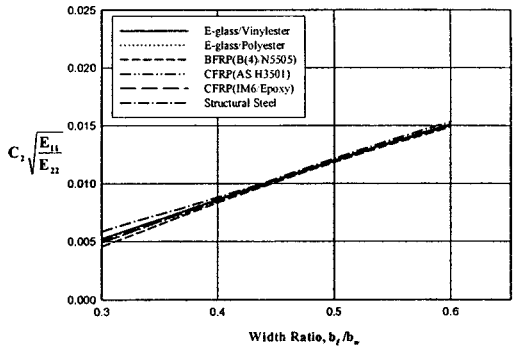

Fig. 3. C_2 vs. width ratio

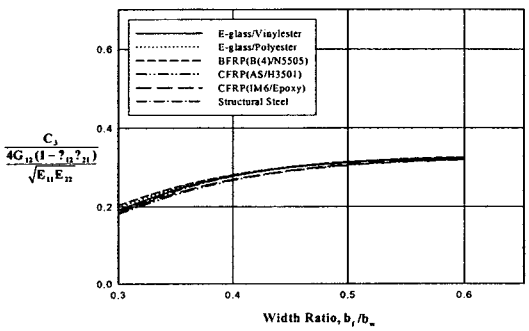

Fig. 4. C_3 vs. width ratio

$$C_2=\frac{-0.0048+0.033\left(\frac{b_f}{b_w}\right)}{C_1} \tag{10}$$

$$C_3=\left[-0.26+2.05\left(\frac{b_f}{b_w}\right)-1.82\left(\frac{b_f}{b_w}\right)^2\right]\cdot D \tag{11}$$

4. 결과비교

펄트루젼공정에 의해 생산된 I형 단면 압축재의 실험적 연구는 Yoon (1993)에 의해 연구, 보고되었다[4]. 이 실험에서 사용된 재료의 성질 및 단면성질은 Table 3과 같으며, 정밀해법과 본 연구에서 제안한 근사식 및 Yoon의 실험에 의한 국부좌굴하중을 비교하면 Table 4와 같다.

Table 3. Sectional and mechanical properties[4]

Spec.	b_f/b_w	t_f/t_w	a (cm)	m	E_{11} (Gpa)	E_{22} (Gpa)	G_{12} (Gpa)	ν_{12}
W_1	0.526	1	304.8	6	18.78	11.10	3.34	0.309
W_2	0.533	1	152.4	4	18.13	10.53	4.29	0.331
W_3	0.533	1	152.4	4	17.53	12.85	3.48	0.325
W_4	0.525	1	152.4	4	17.69	8.85	3.79	0.310
W_5	0.522	1	243.8	5	18.24	10.05	4.28	0.290
W_6	0.525	1	304.8	5	18.37	8.07	3.50	0.295
W_7	0.526	1	243.8	6	16.51	8.65	2.89	0.277
W_8	0.519	1	243.8	6	15.70	9.96	3.61	0.299

Table 4. Comparison of buckling loads

Spec.	P_{crc} (Gpa)	P_{cre} (Gpa)	P_{cra} (Gpa)	Difference(%)	
				R_1	R_2
W_1	499.40	547.13	492.86	-9.55	1.28
W_2	852.32	814.02	844.27	4.492	0.96
W_3	801.52	800.68	788.22	0.11	1.67
W_4	358.93	346.96	356.44	3.33	0.69
W_5	558.92	502.65	556.47	10.07	0.42
W_6	472.45	502.65	469.73	-3.39	0.57
W_7	506.52	560.48	502.20	-10.66	0.82
W_8	239.09	244.65	236.96	-2.32	0.90

$$R_1=\left[\frac{P_{crc}-P_{cre}}{P_{crc}}\right]\times 100 \qquad R_2=\left[\frac{P_{crc}-P_{cra}}{P_{crc}}\right]\times 100$$

정밀해법을 기준으로 비교한 결과 정밀해법과 근사식에 의한 국부좌굴하중의 최대 차이는 1.3% 미만이며 정밀해법과 실험에 의한 국부좌굴하중의 최대 차이는 10.1%미만이다. 따라서 본 연구에서 제안한 근사식은 정밀해법에 비해 쉽게 등분포하중을 받는 I형 단면 압축재의 국부좌굴계수를 추정할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 등분포 일축 압축력을 받는 펄트루젼 I형 단면 압축재의 국부좌굴해석을 수행하였고, 그 결과를 이용하여 정밀해법보다 쉽고 간단하게 국부좌굴해석을 수행할 수 있는 근사식을 제안하였다. 근사식은 재료의 성질변화를 반영할 수 있으며 정밀해법과 비교할 때 차이는 매우 작다. 또한, 단순계산에 의해 국부좌굴계수를 추정할 수 있기 때문에 사용성에 있어서 매우 편리하다. 따라서, 펄트루젼 압축재의 국부좌굴과 관련된 설계규준을 확립하는데 기여할 것으로 생각된다.

본 연구에서 제안한 근사식에서 단면치수의 적용범위는 현재 생산되어 사용되고 있는 I형 단면 압축재의 범위(t_f/t_w=1, b_f/b_w=0.3~0.6)[3]로 제한하였고 플랜지와 복부의 재료의 성질은 같다고 가정하였다.

향후, 펄트루젼 압축재의 설계규준개발을 위해서는 다양한 단면에 대한 전체좌굴 및 전체-국부 상호좌굴을 고려한 근사식에 대한 연구가 필요하다고 생각된다.

후기

본 연구는 한국과학재단의 특정기초연구(No. R 01-2002-000-00308-0)의 연구비 지원으로 수행되었으며, 연구비 지원에 감사드립니다.

참고문헌

(1) 윤순종, 문환두, 이원복 (1995). "직교이방성 박판부재의 국부좌굴 관련 설계규준에 관한 연구," *대한토목학회논문집*, 제15권, 제3호, pp. 533~544.

(2) Bulson, P. S. (1969). *The Stability of Flat Plates*, American Elsevier Publishing Company, Inc., New York.

(3) Shih, B. J. (1994). "On the Analysis of Fiber-Reinforced Polymeric Bridge Components," *Ph. D. Thesis*, School of Civil Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia.

(4) Yoon, S. J. (1993). "Local Buckling of Pultruded I-Shape Columns," *Ph. D. Thesis*, School of Civil Engineering, Georgia Institute of Technology, Atlanta, Georgia.

(5) 채수하 (1994). "직교이방성 박판 단주의 해석에 관한 연구," *석사학위논문*, 홍익대학교.

(6) Strongwell (1998). *Extern Design Manual*, Strongwell, Bristol, Virginia.

(7) 최재현 (1997). "판요소의 탄성구속효과를 고려한 직교이방성 압축재의 해석," *석사학위논문*, 홍익대학교.