

형상기억합금 작동기로 작동되는 복합재 보의 형상변형

김상헌* 조맹효**

Morphing of Composite Beam actuated by SMA Actuator

Sanghaun Kim*, Maenghyo Cho**

Key Words : Shape Memory Alloy, Two-Way Shape Memory Effect, Residual Stress, Structural Morphing, SMA-Composite Structure

ABSTRACT

Two-way shape memory effect(TWSME) under residual stresses are considered in the present study. The structure using two-way shape memory effect concept returns to its initial shape by increasing or decreasing temperature under the initially given residual stress. In the present study, we use a thermo-mechanical constitutive equation of SMA and laminated composite beam are considered as simple morphing structural components which are based on large deformable 2D composite beam theory. Numerical results of fully coupled SMA-composite structures are presented.

1. 서론

형상기억합금(SMA)은 작동기로써 지능구조물에 자주 이용되어진다.[1]. 형상기억합금은 큰 회복력과 변위를 낼 수 있는 능력 때문에 다양한 구조물의 제어에 이용된다. 예를 들어 우주선 안테나, 비행기 날개 그리고 잠수함의 고물 등의 형상제어 또는 진동제어에 적용되어질 수 있을 것이다.

최근 형상기억합금의 연구들은 열-기계적인 재료의 거동 특성과 일방향 형상기억효과를 이용한 작동기로 적용범위가 제한적이었다. 그러나 일방향 형상기억효과는 반복적인 작동기로 사용되기에 부적합하다. 이유는 형상기억합금에 다시 온도를 낮추더라도 모재의 최초의 형상으로 되돌아가지 않기 때문이다. 따라서 본 연구에서는 잔류응력하에서 양방향 형상기억효과를 고려하였다. <그림 1>은 패널의 양단에 형상기억합금 선을 고정시킨 구조물을 보여주고 있다. 이러한 구조물은 온도를 높여주면 모재의 모양을 변형시켰다가 온도를 내려주면 다시 원래의 형상으로 되돌아 간다.

열-기계적인 형상기억합금의 거동 모델링에 있어서, Gibbs 자유에너지 함수를 기초한 현상학적인 재료의 구성방정식[2,3]이 이용되어졌다. 내부 변수에 의한 상변태 방정식은 재료의 에너지 발산 거동을 표현하며, 열-기계적 일관성에 의해 구성방정식이 Clausius-Duhem Inequality[4]를 만족시

킨다는 개념으로서 명확하게 된다. 본 연구에서, 구조물의 형상변형을 위하여 복합재료 적층 평판 구조물을 고려하였다. 이 요소들의 모델링은 큰 변형을 갖는 2 차원 보 이론(Large Deformable 2D Beam Theory)에 기초를 두고 있다.

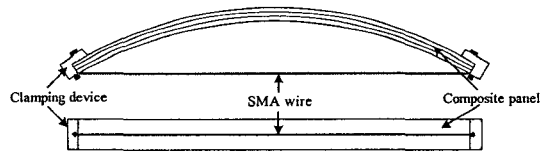


그림 1. Schematic of Actuator Device for Repeated Application

2. 형상기억합금의 구성방정식

2.1 SMA 구성방정식

형상기억합금은 응력과 온도에 따라 오스테나이트와 마르텐사이트 상으로 상변이 하므로 이를 표현하기 위해 마르텐사이트 체적비로 순수 상변이만을 고려하여 깁스 자유에너지를 표현하면 다음과 같다.

$$G(\sigma_y, T) = G^A(\sigma_y, T) + \xi [G^M(\sigma_y, T) - G^A(\sigma_y, T)] + G^{mix} \quad (1)$$

여기서 G^{mix} 는 상변이하는 동안 Plastic Hardening 의 Inelastic Strain 과 비슷한 Transformation Strain 를 담당하는 자유에너지 즉, Hardening Function 이다.

* 서울대학교 기계항공공학부 대학원생

** 서울대학교 기계항공공학부 교수

한편, G^{mix} 는 응력, 온도, 마르텐사이트 체적비 그리고 상변이 변형률의 함수가 되지만 상변이 변형률은 응력과 온도가 극히 작은 변화에서 발생하므로 이들의 효과를 무시할 수 있어 다음과 같은 표현이 가능하다.

$$G^{mix} = G^{mix}(\sigma_{ij}, T, \xi, \epsilon'_{ij}) = f(\xi, \epsilon'_{ij}) \quad (2)$$

식(1), (2)에 의해서 형상기억합금의 자유에너지식을 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$G(\sigma_{ij}, T) = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{2} S_{ij\mu} \sigma_{ij} \sigma_{\mu} - \frac{1}{\rho} \alpha_{ij} \sigma_{ij} \Delta T + c \left[\Delta T - T \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right] - s_o T + u_o \quad (3)$$

$$G(\sigma_{ij}, T, \xi, \epsilon'_{ij}) = G^A(\sigma_{ij}, T) + \xi \left[G^M(\sigma_{ij}, T) - G^A(\sigma_{ij}, T) \right] + f(\xi, \epsilon'_{ij}) \quad (4)$$

식(3)은 자유 에너지와 열역학 제 1 법칙을 이용하여 단일 상에서 응력과 온도로 이루어진 깁스 자유 에너지를 표현한다. 이러한 단일 상에서의 구성방정식과 마르텐사이트 체적비 (ξ)를 이용하여 서로 다른 두개의 상간의 자유 에너지 관계를 표현하면 식(4)로 나타난다. 이때 소성 이론에서 주어지는 것과 비슷한 Hardening Function $f(\xi, \epsilon'_{ij})$ 를 이용하여 에너지의 발산을 표현하였다. 또한 이는 에너지 보존이 표현되어짐도 알 수 있다. 위 식(4)의 표현의 단점으로는 미세구조에서 재복귀 효과(Reorientation Effect)를 설명할 수 없다는 것이다. 그러나 거시적인, 현상학적 거동은 정확하게 표현할 수 있다.

$$G(\sigma_{ij}, T, \xi, \epsilon'_{ij}) = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{2} \bar{S} : \sigma - \frac{1}{\rho} \bar{\sigma} : [\bar{\alpha}(T - T_0)] + \bar{c} \left[(T - T_0) - T \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right] - \bar{s}_o T + \bar{u}_o + f(\xi) \quad (5)$$

$$\begin{cases} \bar{S} := S^A + \xi \Delta S \\ \bar{\alpha} := \alpha^A + \xi \Delta \alpha \\ \bar{c} := c^A + \xi \Delta c \\ \bar{s}_o := s_o^A + \xi \Delta s_o \\ \bar{u}_o := u_o^A + \xi \Delta u_o \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta S := S^M - S^A \\ \Delta \alpha := \alpha^M - \alpha^A \\ \Delta c := c^M - c^A \\ \Delta s_o := s_o^M - s_o^A \\ \Delta u_o := u_o^M - u_o^A \end{cases} \quad (6)$$

식(5), (6)은 식(4)를 형상기억합금이 가지고 있는 두상 즉, 오스테나이트상과 마르텐사이트상의 물성치를 이용하여 나타낸 식들이다. 여기서 S 는 컴플라이언스, α 는 열팽창 계수, c 는 비열, s_o 는 엔트로피, u_o 는 내부에너지를 나타낸다.

$$T\dot{\eta} = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}'_{ij} - \rho \dot{\psi} - \rho s \dot{T} \geq 0 \quad (7)$$

식(7)은 열역학 제 1 법칙과 자유에너지를 이용하여 열역학 제 2 법칙인 Trudell & Noll Strong Local Form 으로 에너지의 발산을 표현한 식이 된다. 이는 열복사와 열원효과를 무시한 경우이다 ($T\dot{\eta} \geq 0$).

$$\dot{G} = \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial G}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial G}{\partial \xi} \dot{\xi} + \frac{\partial G}{\partial \epsilon'_{ij}} \dot{\epsilon}'_{ij} \quad (8)$$

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^e + \epsilon'_{ij} \quad (9)$$

깁스 자유에너지의 시간에 대한 변화율인 식(8)과 변형률을 열탄성 (ϵ_{ij}^e)과 상변이 (ϵ'_{ij}) 부분으로 분해한 식(9)을 이용하여 다음의 에너지 발산식을 표현하였다.

$$T\dot{\eta} = (\sigma_{ij} - \rho \frac{\partial f}{\partial \epsilon'_{ij}}) \dot{\epsilon}'_{ij} - \rho \frac{\partial G}{\partial \xi} \dot{\xi} \geq 0, \quad T\dot{\eta} = \phi' \quad (10)$$

여기서 ϕ' 는 상변이 동안의 에너지 발산을 나타내며 일관성 방정식이라고 한다. 한편, Hardening Function $f(\xi, \epsilon'_{ij})$ 은 상변이 변형률 (ϵ'_{ij})에 독립적이다. 즉, Kinematic Transformation Hardening 을 무시하고 탄성 변형에너지를 담당하며 항상 양의 값을 가져야 한다. 그리고 상변이 동안 다른 구별되는 미세구조의 형성 때문에 변곡점(Return Point)이 존재해야된다. 이런 가정에 의한 Hardening Function 의 유도는 참고문헌[3]에 잘 나타나 있으며 다음의 식들을 만족시킨다. 또한 앞서 언급된 이유로 상변이 변형률은 순수하게 상변이 정도를 나타내는 마르텐사이트 체적비에 비례할 것이다.

$$f = f(\xi), \quad f(0) = 0, \quad f(\xi) \geq 0 \quad (11)$$

$$\epsilon'_{ij} = \Lambda_{ij} \xi \quad (12)$$

여기서 Λ_{ij} 는 상변이 텐서로써 형상기억합금의 종류 또는 축방향에 따른 상변이 정도를 나타낸다. 식(11), (12)를 식(10)에 적용하면 에너지 발산식이 아래와 같이 간단히 나타나게 된다.

$$T\dot{\eta} = \left(\sigma_{ij} \Lambda_{ij} - \rho \frac{\partial G}{\partial \xi} \right) \dot{\xi} = \Pi \dot{\xi} \geq 0, \quad T\dot{\eta} = \phi' \quad (13)$$

여기서 Π 는 열역학적 힘(Thermodynamic Force)이라고 하며 열역학적 힘과 마르텐사이트 체적증분량의 곱으로 나타나는 일관성 방정식(Consistent Equation, ϕ')은 다음에 설명될 Kuhn-Tucker Condition 에 의해 주어진 온도에서의 탄성구간과 상변이 구간을 나타내는 중요한 식이된다.

$$\dot{\xi} = \lambda \frac{\partial \phi'}{\partial \Pi} \quad (14)$$

$$\lambda \geq 0 \text{ and } \phi' \leq Y \Rightarrow \lambda(\phi' - Y) = 0 \quad (15)$$

$$\Pi < 0, \quad \dot{\xi} = 0 : \text{Elastic Region} \quad (16)$$

$$\Pi = 0, \quad \dot{\xi} > 0 : \text{Inelastic Region}$$

식(14)는 Associative Flow Rule 이며 이는 상변이 변형률이 마르텐사이트 체적비에만 의존함을 다시 확인시켜주는 결과가 된다. 식(15)는 Kuhn-Tucker Condition 의 전형적인 형태이며 Y 는 상변이가 일어나기 시작하는 응력값이 된다. 식(16)은 유도된 구성방정식에서 Kuhn-Tucker Condition 을 적용한 것이다. 이는 앞서 언급한 바와 같이 제안된 구성방정식에 의한 형상기억합금의 거동이

열탄성구간과 상변이 구간으로 연속성있게 거동하도록 하는 중요한 식이다.

변형이 Rate-Independent 라는 가정하에 Dissipation Energy ϕ' 도 Rate-Independent 이다.

$$\dot{\phi}' = 0 \quad (17)$$

위 식은 상변이 구간에서 일관성 조건 (Consistency Condition)을 나타내며 이 조건과 식(13)을 이용하면 다음과 같이 열역학적 힘 (Thermodynamic Force)에 대한 일관성 조건이 구해진다.

$$\dot{\Pi} = 0 \quad (18)$$

위 식은 상변이 구간에서 연속조건을 나타내며 다음과 같은 접선값(또는 증분값)을 구할 수 있는 중요한 식이 된다.

$$-\left(\frac{\partial \Pi}{\partial \xi} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varepsilon_{ij}'} \Lambda_{ij}\right) \dot{\xi} = \frac{\partial \Pi}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial \Pi}{\partial T} \dot{T} \quad (19)$$

$$\Pi = \sigma : \Lambda + \frac{1}{2} \sigma : \Delta S : \sigma + \sigma : \Delta \alpha (T - T_0) - \rho \Delta c \left[(T - T_0) - T \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right] + \rho \Delta s_0 T \quad (20)$$

$$- \rho \Delta u_0 - \rho \frac{\partial f}{\partial \xi} - (\pm \gamma')$$

식(19), (20)을 이용하여 상변이 구간에서 응력, 온도, 마르텐사이트 체적비의 증분을 구할 수 있다. 여기서 γ' 는 ϕ' 와 γ 의 관계를 Π 의 관계로 나타낸 값이다.

2.2 구성방정식 수치해 산출 알고리즘

본 연구에서 앞서 유도된 구성방정식의 수치해를 구하기 위하여 Cutting Plane Return Mapping Algorithm 을 사용하였다. 이유는 구성방정식에서 또다른 내부상태변수 (Internal state variable)의 추가는 더 많은 접선값 (Tangent Values)이 필요하게 되며 이런 값들을 산출하는 일은 쉽지 않으며 계산적으로 비용이 많이들기 때문이다[5,6].

2.3 피구동 구조물 해석

형상기억합금은 상변이 변형률이 길이의 5%이상으로 이를 이용한 구조물의 형상변형은 매우 크게 나타나기 때문에 기하학적 비선형성을 고려해야 된다. 따라서 본 연구에서는 기하 비선형성 효과를 고려하여 큰 변형을 갖는 이차원 복합재 보 이론을 사용하였다[8].

위와 같은 비선형 이론으로부터 도출된 평판의 굽힘에 대한 유한요소 해석을 위해 Newton-Raphson 방법을 이용하였다. 그리고 4 절점 사변형 요소에 대하여 Total Lagrangian Description 으로 수치해를 도출하였다. Tolerance 는 10^{-5} 으로 하였다.

2.4 SMA-복합재 구조물의 해석 알고리즘

초기에 주어진 온도와 응력하에서 모구조물의 변형과 SMA 길이를 구하여 초기평형상태를 구한 다음 SMA 에 온도를 증가시켜 앞에서 유도된 구성방정식을 이용하여 새로운 온도와 초기 응력하에서 SMA 의 길이를 구한다. 이때 SMA 길이와 모구조물의 변형과 비교하여 SMA 길이 차이가 발생하면 새로운 응력을 적용하고 다시 SMA 와 모구조물의 변형과의 길이 비교에 들어간다. 길이가 오차범위에 들어올때까지 반복계산을 한다. 오차범위에 들어온 응력값이 새로운 온도에서 SMA 와 모구조물에 작용하는 새로운 응력이 될 것이다.

3. 수치해와 결과

그림 1 과 같이 양단에 SMA 선이 부착된 구조물에 대하여 수치해석을 수행하였다. 이때 복합재 보는 $[0/45/90/-45]_2$ 로 준 등방성 적층을 하였으며, SMA 는 기변형된 복합재의 복원력에 의해 완전히 상변이한 상태이다.

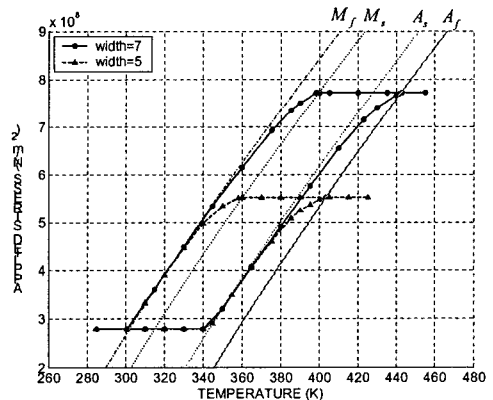


그림 2(a). Stress-Temperature Curve for two different widths

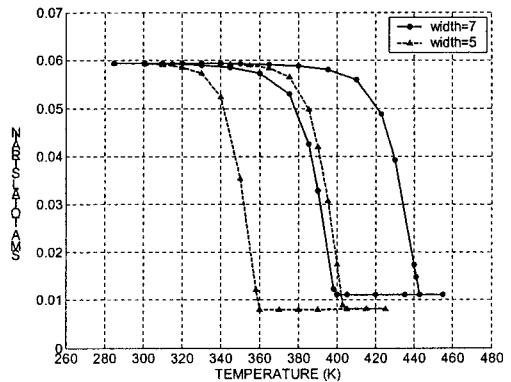


그림 2(b). Total Strain-Temperature Curve for two different widths

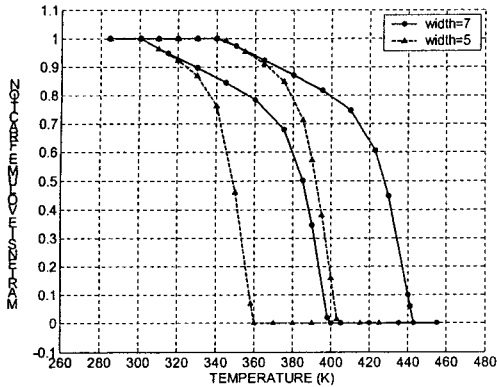


그림 2(c). Martensite Vol. Frac.-Temperature Curve for two different widths

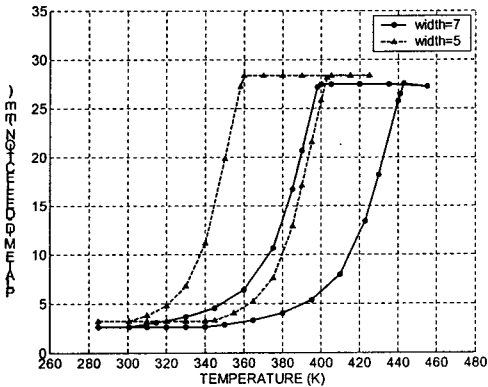


그림 2(d). Plate mid deflection-Temperature Curve for two different widths

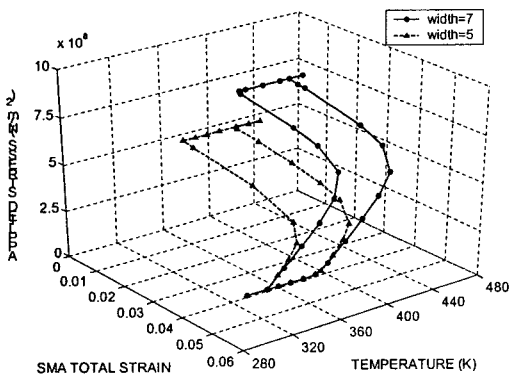


그림 2(e). Stress-Total Strain-Temperature Curve for two different widths(3D Behavior)

모구조물의 기하학적인 형상은 가로가 200mm, 폭은 5mm, 7mm 이다. 복합재료 한장의 두께는 0.125mm 이다.

그림 2로부터 폭이 큰 경우가 더 큰 응력과 온도 범위에서 작동되어짐을 볼 수 있다. 또한 온도

에 대한 제시된 변수들의 반응속도는 폭에 관계없이 비슷한 형상을 나타낸다. 그림 2(a)에 그려진 네개의 곡선은 잔류응력에 따른 SMA의 네가지 상변이 온도 곡선을 나타내고 있다. 이들 곡선에 의해서 상변이의 시작과 끝이 이루어지게 된다. 이러한 현상 때문에 SMA와 모구조물의 변형은 온도 사이클동안에 이력현상(hysteresis)을 가지면서 거동함을 볼 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 잔류응력 하에서 양방향 형상기억효과를 고려하면 구조물을 최초의 형상으로 되돌릴 수 있음을 확인하였다. 또한 SMA-복합재 구조물의 설계시 SMA의 적용방법과 피구동 구조물의 강성 또는 모구조물의 비선형성을 잘 고려하여 설계해야한다. 이는 원하는 구조물의 변형을 얻기 위한 중요한 요소가 될 것이다.

SMA 구성방정식과 피구동 구조물 해석을 위해 FEM을 이용하여 스마트 구조물의 해석을 수행하였다. 본 연구에서 제시한 방법론은 다양한 SMA-구조물의 작동기에 적용될 수 있을 것으로 예상된다.

후기

본 연구는 과학기술부의 21C 프론티어사업중 “스마트 무인기 기술개발사업”의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) Birman, V., "Review of mechanics of shape memory alloy structures", *Applied Mechanics Reviews* 50, No. 11, 1997, 629-649.
- (2) Boyd, J. G. and D. C. Lagoudas, "A thermodynamic constitutive model for the shape memory alloy materials. Part I. the monolithic shape memory alloy", *International Journal of Plasticity* 12, 1996, 805-842.
- (3) Lagoudas, D. C., Z. Bo, and M. A. Qidwai, "A unified thermodynamic constitutive model for sma and finite element analysis of active metal matrix composite", *Mechanics of Composite Materials and Structures* 3, 1996, 153-179.
- (4) Truesdell, C. and W. Noll, "The Non-linear Field Theories of Mechanics", Berlin : Springer-Verlag, 1965.
- (5) M. A. Qidwai, D. C. Lagoudas, "Numerical implementation of a shape memory thermomechanical constitutive model using return mapping algorithms", *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 47, 2000, 123-1168.
- (6) Simo, J. C. and T. J. R. Hughes, "Computational Inelasticity", Springer-Verlag New York Inc., 1998.
- (7) Lubliner, J., "Plasticity Theory", New York : Macmillan Publishing Company, 1990.
- (8) O. C. Zienkiewicz and R. L. Taylor, "The Finite Element Method", Butterworth-Heinemann, 2000.
- (9) Steven G. Shu, Dimitris C. Lagoudas, Declan Hughes and John T. Wen, "Modeling of a flexible Beam actuated by shape memory alloy wires", *Smart Mater. Struct.* 3, 1997, 265-277.