

성층권 비행선 기낭 막재료에 대한 비선형 거동 연구

서영욱* · 우경식**

Non-Linear Behavior Analysis for Stratospheric Airship Envelope

Young Wook Suh*, Kyeongsik Woo**

Key Words : Envelope of stratospheric airship, load-bearing plain weave layer, geometric non-linearity

ABSTRACT

In this paper, geometrically non-linear finite element analyses were performed to study the mechanical behavior of the material system of the envelope of stratospheric airships. The microstructure of the load-bearing plain weave layer was identified and modeled. The Updated Lagrangian formulation was employed to consider the geometric non-linearity as well as the induced structural non-linearity for the fiber tows. The stress-strain behavior was predicted and the effective elastic modulus was calculated by numerical experiments. It was found the non-linear stress-strain curves were largely different from those by linear analysis with much higher non-linear elastic moduli. The difference was more distinguishable when the tow waviness was smaller.

기호설명

τ_{ij} : Cauchy stress tensor
 S_{ij} : 2nd Piola-Kirchhoff stress tensor
 e_{ij} : Strain tensor
 ε_{ij} : Green strain tensor
 tP : External virtual work at time t

1. 서론

성층권 플랫폼을 띄워 관측과 통신에 이용하고자 하는 시도는 지난 수십 년 동안 세계 곳곳에서 시도되어 왔다. 우리나라의 경우에는 국책과제로서 한국항공우주연구원을 중심으로 성층권비행선 개발이 진행 중에 있다[1].

성층권 비행선의 기낭막재는 중량의 경량화와

더불어 상당한 강도가 보증되어야 한다. 특히 비행 중 wrinkling 이 발생하지 않을만한 충분한 내압을 수용할 수 있어야 할 뿐만 아니라, 기낭 내부 또는 외부에 부착되는 폐치에 의해 발생하는 응력집중을 수용할 수 있을만한 강성/강도를 지니고 있어야 한다. 기낭막재료의 경우 하중막을 통해 이들 하중을 담당하는데[2], 현재 성층권 비행선 기낭의 하중막으로 평직복합재료의 사용이 확산되고 있다.

평직복합재료의 경우 섬유다발의 굴곡으로 인해 재료적 및 기하학적 비선형 거동을 나타낸다는 것은 이미 기존의 논문을 통해 잘 알려져 있다. 참고문헌 [3]의 연구에서는 1 장짜리 탄소/에폭시 평직복합재료가 작은 인장 응력에 두드러진 비선형반응을 보였는데, 이는 굴곡을 가진 섬유다발들이 인장응력을 받아 곧게 펴질 때 뒤뜰림 현상이 함께 발생하기 때문이라고 설명하고 있다. 참고문헌[4]의 경우, 섬유다발 사이에 채워진 수지의 강성이 매우 크다고 가정했음에도 불구하고 1 장 짜리 평직복합재료에 인장하중을 가한 수치 실험에서 겹 부분에 변형을 집중현상이 나타나 비교적

* 충북대학교, 구조시스템공학과, 박사과정

** 충북대학교, 구조시스템공학과, 부교수

강한 수지를 사용하여 섬유다발의 변형을 최소화한 구조물의 경우에도 섬유다발의 굴곡에 의한 기하학적 비선형성의 영향이 존재한다는 것을 알 수 있다.

특히 비행선 막재료인 경우 매우 얇고 유연한 재료로 구성되어 있고, 섬유다발 사이를 채우는 수지 역시 전통적으로 항공우주 구조물의 평직복합재료에 쓰인 것과는 달리 강성이 매우 작은 것이 사용된다. 따라서 하중이 가해졌을 때 굴곡진 섬유다발의 변형은 비교적 자유롭게 발생하고, 특히 겹 부분에서의 변형은 상대적으로 매우 커 섬유다발의 인장, 수축 및 회전 변형이 크게 발생하여 기하학적 비선형성이 나타날 것으로 예상된다.

본 연구에서는 평직 구조를 갖는 비행선 기낭의 하중 막재에 대한 비선형 거동을 연구하였다. 인장하중이 작용하는 경우를 수치적으로 모사하여 다양한 섬유 굴곡도에 대한 하중 막재료의 응력-변형률 관계를 계산하였고, 이로부터 등가탄성계수를 예측하였다. 해석시 굴곡된 섬유다발의 회전에 의한 기하학적 비선형성을 고려하기 위해 Updated Lagrangian 방법[5]을 사용하였다.

2. 이론

일반적인 3 차원 연속체에서 시간 t 에서의 평형상태를 가상일의 원리를 이용해서 나타내면 다음과 같다.

$$\int_V \tau_{ij} \cdot \delta_i e_{ij} d'V = {}^tP \quad (1)$$

Updated Lagrangian(UL) 방법은 식 (1)의 운동방정식에서의 기준 형상을 변형 전의 형상이 아니고 가장 최근에 갱신된 형상을 기준 좌표계로 사용하는 방법이다. UL 방법을 요약하면 다음과 같다.

1. 먼저 $t=0$ 에서의 초기형상을 기준형상(x_{ref} , ϵ_{ref} , σ_{ref})으로 정의한다.

2. 각각의 increment 단계에서는 x_{ref} , ϵ_{ref} , σ_{ref} 변수를 사용하여 문제를 풀고, 변수를 갱신한다.

$$x_{new} = x_{ref} + \Delta u_k, \quad \epsilon_{new} = \epsilon_{ref} + \Delta \epsilon_k, \quad \sigma_{new} = \sigma_{ref} + \Delta \sigma_k$$

3. Increment 의 마지막 단계에서 정의 된 상태 변수를 사용하여 기준형상을 재정의 한다.

$$x_{ref} = x_{new}, \quad \epsilon_{ref} = \epsilon_{new}, \quad \sigma_{ref} = \sigma_{new}$$

4. 정의 된 increment step 만큼 2-4 의 과정을 반복하여 해석을 완료한다.

위의 절차에서 나타난 바와 같이 UL 방법에서는 기준형상이 update 될 뿐 각각의 increment step에서는 Lagrangian 방법이 적용되며, Cauchy 응력 및 미소변형률 대신에 2nd Piola-Kirchhoff 응력 및

Green 변형률을 이용하여 운동방정식을 나타낸다. 따라서 $t(i+1, k)$ 에서의 운동방정식은 UL 방법을 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_V \tau'_{ij} \cdot \delta_i' e_{ij} d'V = {}^tP \quad (t'=t(i+1, k), t=t(i, k)) \quad (2)$$

식 (2)는 증분이론을 이용하여 다음과 같이 선형화 할 수 있다.

$$\int_V \tau'_{ij} C_{ijrs} \tau_{rs} \delta_i e_{ij} d'V + \int_V \tau'_{ij} \delta_i \eta_{ij} d'V = {}^{t(n+1)}P - \int_V \tau'_{ij} \delta_i e_{ij} d'V \quad (3)$$

위 식을 2 차원 행렬식으로 간단히 표현하면

$${}^tK \cdot \Delta u = {}^tP - {}^tF \quad (4)$$

가 되고, 여기서 F 는 요소내부의 응력에 의한 등가절점하중(internal resisting load), K 는 접선강도매트릭스로 각각 다음과 같이 정의된다.

$$F = \sum_{\epsilon} f^{\epsilon} = \sum_{\epsilon} \int_V B_L^T \hat{t} dV \quad (5)$$

$$K = \sum_{\epsilon} k^{\epsilon} = \sum_{\epsilon} \left(\int_V B_L^T C B_L dV + \int_V B_{NL}^T \tau B_{NL} dV \right) \quad (6)$$

식(6)에서 우변의 첫 번째 항은 변형도 증분의 선형 항에 의한 강도매트릭스이고, 두 번째 항은 변형도 증분의 비선형 항에 의해서 생기는 기하학적 강도매트릭스이다.

한편 식 (4)를 풀어서 얻게 되는 변위증분은 근사해가 되므로 선형화에 따른 오차(residual)가 발생하게 된다. 이때의 오차는 일반적으로 반복계산을 통해 수렴시켜 나가는데 본 연구에서는 Modified Newton-Raphson method[6]를 사용하여 잔여량을 줄여나가게 된다.

3. 해석

본 연구에서는 하중막재료로 적합한 특성을 지니고 있는 벡트란 섬유와 폴리우레탄 기지로 이루어진 평직복합재료에 대해 계산을 수행하였다. 경사와 위사는 기하학적으로 동일하게 모델링 하였고 섬유다발의 파괴분율(V_f)은 0.67 로 가정하였다. 계산에 사용된 섬유다발의 물성치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_{11} &= 43.34 \text{ GPa}, \quad E_{22} = E_{33} = 0.11 \text{ GPa} \\ G_{12} &= G_{13} = G_{23} = 43.5 \text{ MPa} \\ \nu_{12} &= \nu_{13} = 0.23, \quad \nu_{23} = 0.25 \end{aligned}$$

그림 1은 lenticular geometry를 갖는 평직복합재료의 1/4 단위구조에 대한 유한요소 메쉬를 보여주고 있다. 그림에 나타난 바와 같이 평직복합재

료는 섬유다발의 넓이(a_w, a_f), 두께(h_w, h_f), 섬유다발의 간격(g_w, g_f) 및 기지층 두께(h_r) 등의 매개변수로 정의할 수 있다.

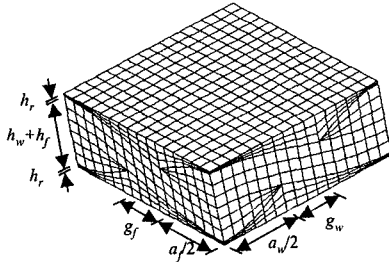


Fig. 1 Typical plain weave mesh.

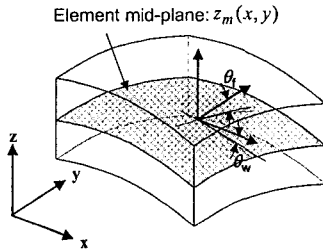


Fig. 2 Crimp angle.

그림 1에 나타난 바와 같이 평직복합재료에서 경사 및 위사는 굴곡되어 있는데 그 구부러진 정도는 굴곡도(waviness ratio, WR) 또는 굴곡각(crimp angle)으로 나타낼 수 있다. 본 연구에서 각 요소에서 섬유의 방향은 요소의 중앙면(mid-plane)으로 근사할 수 있다고 가정하였다. 또한 일축인장하중 하에서 경사/위사는 x - z / y - z 평면 밖으로도 변형되지만 그 정도는 크지 않다고 가정하여 무시하였다. 이상의 가정에 따라 경사/위사의 굴곡각은 그림 2와 같이 중앙면의 접선과 전체좌표계의 x / y -축과의 각도로 다음과 같이 정의하였다.

$$\theta_w = \tan^{-1}\left(\frac{\partial z_m(x, y)}{\partial x}\right), \theta_f = \tan^{-1}\left(\frac{\partial z_m(x, y)}{\partial y}\right) \quad (7)$$

직물복합재료에 인장하중이 가해지면 인장하중 방향의 섬유는 곧게 펴지게 되므로 굴곡각은 하중의 정도에 따라서 변하게 된다. 본 연구에서는 Updated Lagrangian 정식화를 사용하므로 직전 계산에서 갱신된 절점좌표를 사용하여 요소의 중앙면 $z_m(x, y)$ 를 계산하고 다시 위 식에 따라 굴곡각을 계산하여 섬유다발의 물성치를 변환하였다.

4. 계산결과 및 고찰

본 연구에서 고려한 벡트란-폴리우레탄 평직복

합재료의 기하학적 매개변수들의 값은 $a_w=a_f=0.45$ mm, $h_w=h_f=0.15$ mm, $h_r=0.012$ mm 이다. 또한 0~0.9 mm의 섬유다발 사이의 간격($g_w=g_f$)을 고려하였는데, 섬유다발의 굴곡도(WR)는 b/λ 로 정의되고 $\lambda=2(a_w+g_w)=2(a_f+g_f)$, $b=h_w+h_f$ 이므로 이는 0.333 ~ 0.111의 굴곡도에 해당한다. 또한 섬유다발의 섬유부피분율은 0.67로 일정하나 전체섬유부피분율은 간격이 증가함에 따라서 증가하여 0.198~0.066의 값을 가지게 된다. 그림 1의 메쉬는 x / y -방향으로 대칭이므로 x -축에 수직인 경계면에 명목변형률(ϵ_N)을 가하고 y -축에 수직인 경계면에는 다중점구속조건(multi-point constraint)을 가하여 일축인장 하중상태를 모사하였다.

그림 3은 계산결과와 x -방향의 부가한 변형률에 따른 명목응력값(σ_N)의 변화를 보이고 있다. 그림은 경계면의 반력의 합을 변형후의 단면적으로 나타낸 Cauchy 응력과 로그변형률을 사용하여 나타내었다. 여기서 실선으로 표시된 것이 변형에 따른 굴곡각의 변화를 고려한 기하학적 비선형해석의 결과이고 점선은 선형해석의 결과이다. 그림에 나타난 바와 같이 대변형을 수반하는 평직복합재료의 응력-변형률 곡선은 비선형성을 가짐을 볼 수 있다. 낮은 변형률 상태에서 응력값은 선형응력값과 거의 비슷한 값을 가지나, 변형률의 값이 증가함에 따라서 선형값에서 벗어나 상대적으로 큰 값을 보이고 있는데, 이와 같은 변화의 주 원인은 변형에 의해 굴곡된 섬유다발의 펴지는 것이 기인하는 것으로 생각된다. 즉, 인장하중이 증가함에 따라서 섬유의 굴곡각은 초기의 값에서 점차 감소하여 직선에 가깝게 되므로 동일한 변형률 증가분에 대해 더 큰 응력의 증가분이 요구되게 되는 것이다. 응력의 증가율은 굴곡각의 변화가 큰 초기에 크게 나타나고 있으며 변형률이 증가하면서 굴곡도의 변화도 감소하고 따라서 응력의 증가율도 점차 감소함을 알 수 있다.

그림 4는 응력-변형률 관계식으로부터 계산한 등가탄성계수의 변화를 나타내고 있다. 그림에서 보는 바와 같이 평직복합재료의 등가탄성계수는 변형률에 따라 탄성계수의 값이 크게 변하고 있음을 볼 수 있다. 전체적으로 굴곡도가 큰 경우 높은 등가탄성계수의 값을 보이고 있는데, 이는 굴곡도가 증가함에 따라서 전체섬유부피분율 값도 증가하기 때문이다. 변형률에 따른 비선형탄성계수는 선형탄성계수에 비해 굴곡도가 0.111일 때 22.1%, 그리고 굴곡도가 0.333일 때 15.3% 증가된 값을 보여 변화율이 굴곡도가 낮은 경우에 더 심각하게 나타나고 있는데, 이는 섬유다발이 펴지기 위해서 굴곡도가 큰 경우가 굴곡도가 낮은 경우에 비해 더 큰 인장-전단연계변형(stretching-shearing coupling deformation)을 요구하기 때문으로 보인다. 즉, 굴곡도가 낮은 경우에 작은 연계변형을 요구하므로 변형이 상대적으로 쉽게 발생하여 굴곡도

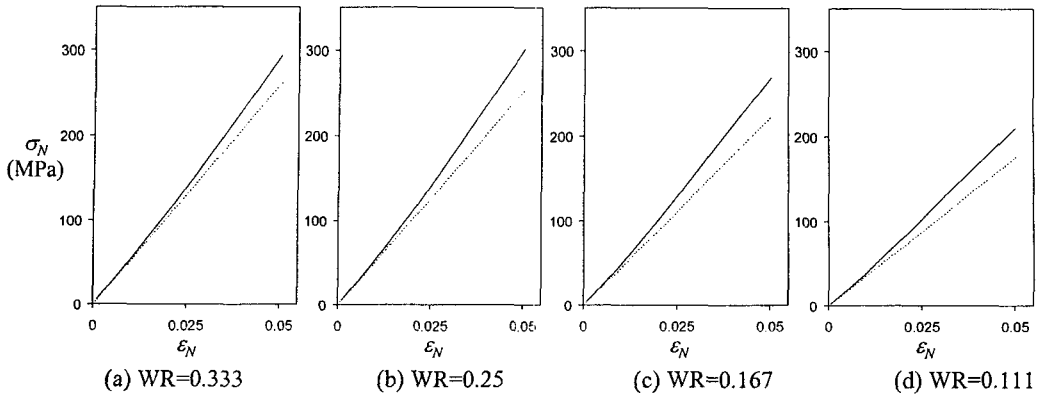


Fig. 3 Nominal stress-strain relation under uni-axial tension.

가 큰 경우에 비해 굴곡각이 더 빠른 속도로 감소하게 되고 따라서 더 현저한 탄성계수의 증가를 보이게 된다. 이와 같은 연계변형에 의한 탄성계수의 값의 변화는 굴곡도가 0.25 인 경우와 0.333 인 경우를 비교하면 잘 이해될 수 있는데, 굴곡도가 0.25 인 경우 굴곡도가 0.333 의 경우에 비하여 초기에는 낮은 탄성계수를 가지나 변형이 증가함에 따라서 약 2%의 변형률에서 값이 역전되는 것을 볼 수 있다.

따라서 비행선의 막재와 같이 대변형을 수반하는 평직복합재료 구조물을 해석하는 경우에는 섬유다발의 굴곡으로 기인하는 기하학적 비선형성을 반드시 고려해야 한다는 것을 알 수 있다.

후 기

본 연구는 한국과학재단의 “지역대학우수과학자 지원연구사업” 지원으로(과제번호:R05-2003-000-11521-0) 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

참고문헌

- (1) 염찬홍, 강왕구, 김동민, “국제 성층권 비행선 개발동향 및 주요기술 현황”, 한국항공우주학회 제 31 권 제 7 호 특보, 2003, pp. 127-135.
- (2) 김동민, 강왕구, 이진우, 염찬홍, “비행선용 막구조 설계기법 연구”, 한국복합재료학회 2002년도 추계학술발표대회, 한국복합재료학회, pp.224-227, 2002.
- (3) [0]Ishikawa, T. Matsushima, M. and Hayashi, Y. "Geometrical and Material Nonlinear Properties of Two-Dimensional Fabric Composite," *AIAA Journal*, Vol. 25, No.1, pp. 107-113, 1987.
- (4) N. K. Naik and V. K. Ganesh, "Failure Behavior of Plain Weave Fabric Laminates under On-Axis Uniaxial Tensile Loading: II-Analytical Predictions," *Journal of Composite Materials*, 30(16):1779-1822, 1996.
- (5) Bathe, K. J. *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall International, Inc. 1996.
- (6) Crisfield, M. A., *Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, John-Wiley & Sons, 1991.

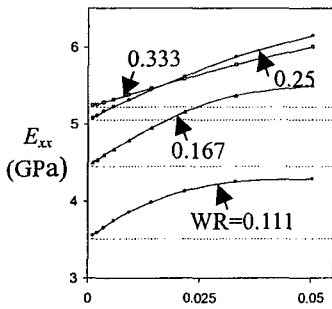


Fig. 4 Variation of E_{xx}

5. 결 론

본 연구에서는 성층권 비행선 기항의 하중 막재료로서의 적용 가능성을 충분히 지니고 있는 백트란-폴리우레탄 평직복합재료에 대한 비선형 거동을 연구하였다.

계산 결과, 낮은 변형률 상태에서 응력값은 선형의 응력값과 큰 차이가 없었으나 변형률의 값이 증가함에 따라서 선형관계를 크게 벗어났다. 또한 평직복합재료의 비선형탄성계수는 변형률에 따라 그 값이 크게 변화하였는데 이러한 변화율은 특히 섬유다발의 굴곡도가 낮은 경우 더욱 심각하게 나타났다.