

적층 Unidirectional CFRP 판의 이방성과 Lamb wave의 S_0 Mode 군속도의 관계

이 정기*·김 영환**·이 승석*·김 호철***

The Relationship Between Group velocity of Lamb wave S_0 Mode and Anisotropy in Laminated Unidirectional CFRP Plates

Jeong-ki Lee, Young H. Kim, Seung Suk Lee and Ho Chul Kim

Abstract

The elastic waves in the plate are dispersive waves with the characteristics of Lamb waves. However, S_0 symmetric mode is less dispersive in the frequency region less than first cut-off frequency. And, in anisotropic plates such as CFRP plates, the propagation velocities vary with the direction. So, the wave vector direction to be the phase velocity direction is not accord with the energy flow direction to be the group velocity direction. In this work, the group velocities of the S_0 symmetric mode less than the first cut-off frequency was analyzed with the group velocity dispersion curves in unidirectional CFRP plate. And, the group velocity curve obtained by the group velocity dispersion curves are compared with the measured velocities as varied the propagation direction of the Lamb wave. The measured velocities are good agreement with the corrected group velocity curve except near the fiber direction which is called the cusp region. When the propagation direction is not accorded with the principal axis, the direction of the group velocities declines to the fiber direction in the unidirectional CFRP plates. This implies that the energy propagates preferentially toward fiber direction.

Key Words: Lamb waves, Group velocity, Anisotropy, Composites, CFRP

1. 서 론

기호설명

u_i : 매질 입자의 변위 (particle displacement)
 C_{ij}^{lm} : 탄성 계수 텐서 (elastic constants tensor)
 ρ : 밀도 (density)
 ω : 각주파수 (angular frequency)
 \vec{k} : 파수 벡터 (wave vector)

섬유강화 복합재료는 밀도에 비하여 강도가 높기 때문에 항공기, 선박, 압력용기 등 여러분야에 사용이 확대되어 왔다. 특히 탄소섬유 강화복합재료는 강화 섬유의 기계적 강도가 우수하여 높은 압력이나 충격에 견디는 압력용기 소재로 각광받고 있다. 그러나 섬유강화복합재료는 이질재료의 보강으로 비균질하고 생산공정도 복잡하여 결함 발생 확률이 높으며, 사용중에 예기치 못한 손상에 의한 기계적 성질의 저하는 일반 재료에 비하여 매우 크게 나타난다. 그리고 섬유강화복합재료는 섬유의 부피 비율에 의하여 탄성계수가

* 한국표준과학연구원 환경안전계측센터

** 성균관대학교 기계공학부

*** 한국과학기술원 물리학과

변화하고, 섬유 배열 방식에 따른 이방성을 지닌다. 이러한 기계적 성질의 변화를 비파괴적으로 평가하기 위하여 초음파를 이용하는 방법을 개발하고자 많은 노력을 기울여왔다.

이러한 연구는 모든 재료의 탄성계수는 초음파 속도와 밀접한 관계를 가지고 있으므로, 탄성계수를 알아내기 위하여 초음파 속도를 측정하는 방법이 많이 적용되어 왔다. 초음파 속도 측정의 가장 일반적인 방법인 pulse-echo 방법과 투과법을 이용하여 탄성계수를 평가하기 위한 방법이 시도되었다(1,2). 그러나 이 방법은 재료의 두께 방향으로만 초음파 속도를 측정하기 때문에, 이방성 때문에 모든 방향의 초음파 속도를 측정하기 위해서는 측정 방향에 맞도록 시편을 절단해야 하므로 비파괴적인 방법이라고 할 수 없다. 비파괴적인 방법으로 물 속에서 Snell의 법칙을 이용하여 방향에 따른 종파와 횡파의 위상속도를 측정하는 방법이 시도되었다(3-5). 그러나 이러한 방법은 속도가 빠른 섬유 방향의 임계각 근처에서는 속도의 변화가 심하여 측정이 어려우며, 물 속에서 측정을 수행해야하므로 산업 현장에서 적용하기가 쉽지 않다. 그리고, unidirectional Graphite/Epoxy 복합재료 판에서 point source/point receiver 방법을 이용하여 초기 펄스의 도달 시간으로부터 종파와 횡파의 속도를 측정하여 탄성계수를 결정하는 방법이 시도되었으나, 섬유 방향에 대한 속도는 측정이 불가능하여 외삽하여 결정하였다(6).

섬유강화복합재료는 일반적으로 판 구조로 제작되기 때문에 판에서의 유도파에 대한 연구도 많이 수행되었다. 판에서 전파하는 탄성파로서 대표적인 Lamb wave는 주파수에 따라 속도의 변화가 심한 분산 특성을 지닌다(7-9). 그리고 섬유강화복합재료 판과 같이 이방성을 지닌 판에서도 Lamb wave 분산특성을 갖지만(10-14), 첫 번째 단절주파수(cut-off frequency) 이하의 S_0 대칭모드는 분산이 거의 없는 모드로 알려져 있다(8,11,15). 그럼에도 불구하고 이방성 재료에서는 wave vector 방향인 위상속도 방향과 에너지 흐름 방향인 군속도 방향이 일치하지 않는다. 그러나 실험에 있어서 군속도와 위상 속도를 동시에 측정하는 것은 어려우며, 일반적으로 초음파 측정에서는 Snell의 법칙을 이용한 방법을 제외하고는 군속도를 측정하게 된다. 그러나 재료의 탄성계수는

위상속도와 관계가 있고, Lamb wave의 분산 방정식 또한 plane wave의 전파를 가정하고 있기 때문에 측정된 군속도 방향으로부터 위상속도 방향과 크기를 결정하는 것이 필요하다. Rose et al.은 unidirectional CFRP판에서 분산이 없는 S_0 대칭모드의 군속도와 위상속도의 방향이 일치하지 않음을 실험적으로 밝히기는 하였으나(16), unidirectional CFRP판에서 섬유 배열 방향과 수직인 방향을 제외하고는 모든 방향에서의 에너지 흐름 방향을 섬유 배열 방향으로 결정한 것은 에너지가 모든 방향으로 전파하는 현상과 배치되는 결과를 제시하였다.

본 연구에서는 이방성 판인 unidirectional CFRP 판에서 wave vector 방향에 따른 Lamb wave의 군속도 분산곡선을 구하고, 각 전파 방향에 대한 S_0 대칭 모드의 군속도 분산 곡선에서 첫 번째 단절주파수 이하의 주파수 영역인 낮은 주파수에 해당하는 군속도 값을 선택하여 얻은 군속도 곡선과 slowness 곡선을 이용하여 교정한 군속도 곡선을 비교하였다. 이러한 군속도 곡선들을 측정으로 얻은 속도곡선과 비교하여 이방성 판에서 Lamb wave의 전파 특성을 규명하고자 하였다.

2. 이방성 판에서 Lamb 파의 분산

2.1 이방성 판에서 Lamb파의 분산 방정식

적층섬유강화복합재료는 본질적으로 비균질한 재료이나 섬유의 직경이나 각 적층의 두께가 사용하는 탄성파의 파장에 비하여 매우 작을 경우 균질한 재료로 여길 수 있다. 이러한 균질한 이방성 재료에서 선형 탄성에 대한 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$C_{ij}^{lm} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_m} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (1)$$

그리고 자유 표면 상태의 판에서 임의의 방향으로 전파하는 평면파에 의한 입자의 변위는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_i = u_0 \exp[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})]$$

직교 좌표계에서 위와 같은 파동의 진행방향을 x 축으로 하고, 두께 방향을 z 축으로 설정하면 평면파의 경우 y 축 방향으로의 입자의 운동에 대한 변화가 없으므로 미분량이 0이 되므로 식 (1)의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\rho\omega^2 u_{10} &= C_{11}^{11} k_x^2 u_{10} \\ &+ (C_{33}^{11} + C_{31}^{31}) k_x k_z u_{30} + C_{31}^{31} k_z^2 u_{30} \quad (2) \\ \rho\omega^2 u_{30} &= C_{33}^{33} k_z^2 u_{30} \\ &+ (C_{33}^{11} + C_{31}^{31}) k_x k_z u_{10} + C_{31}^{31} k_x^2 u_{10}\end{aligned}$$

식 (2)에서 입자의 변위에 대한 직폭의 각 방향 성분의 비를 $R = u_{30}/u_{10}$ 로 정하고, 판의 양 표면의 좌표를 $z = \pm h$ 로 정하여 자유 표면 상태의 경계조건인 $\sigma_{33}|_{z=\pm h} = 0$ 과 $\sigma_{31}|_{z=\pm h} = 0$ 을 적용하여 정리하면 다음과 같은 분산 방정식이 얻어진다.

(1) 대칭모드 분산 방정식

$$AB(\sin k_z h \cos k_x h) - CD(\sin k_x h \cos k_z h) = 0. \quad (3)$$

(2) 비대칭모드 분산 방정식

$$CD(\sin k_x h \cos k_z h) - AB(\sin k_z h \cos k_x h) = 0. \quad (4)$$

여기서 A, B, C, D 는 다음의 관계를 갖는다.

$$\begin{aligned}A &= (C_{33}^{33} R_- k_z + C_{33}^{11} k_x), \quad B = (R_+ k_x + k_z) \\ C &= (C_{33}^{33} R_+ k_z + C_{33}^{11} k_x), \quad D = (R_- k_x + k_z).\end{aligned} \quad (5)$$

그리고 R_{\pm} 와 $k_{z_{\pm}}$ 는 다음과 같다.

$$R_{\pm} = \frac{u_{30}}{u_{10}} = \frac{\rho\omega^2 - C_{11}^{11} k_x^2 - C_{31}^{31} k_z^2}{(C_{31}^{31} + C_{33}^{11}) k_x k_z}$$

$$k_{z_{\pm}}^2 = \left[\frac{-M \pm \sqrt{M^2 - 4N}}{2} \right]$$

$$M = \frac{1}{C_{33}^{33} C_{31}^{31}} \left\{ C_{11}^{11} C_{33}^{33} - [2C_{31}^{31} C_{33}^{11} + (C_{31}^{31})^2] - \frac{\rho\omega^2}{k_x^2} (C_{33}^{33} + C_{31}^{31}) \right\}$$

$$N = \frac{1}{C_{33}^{33} C_{31}^{31}} \left\{ \left(\frac{\rho\omega^2}{k_x^2} - C_{11}^{11} \right) \left(\frac{\rho\omega^2}{k_x^2} - C_{31}^{31} \right) \right\}$$

2.2 unidirectional CFRP 판의 Lamb파 분산곡선

Fig. 1은 unidirectional CFRP 판을 orthotropic 구조로 가정하여 섬유방향으로 전파하는 Lamb 파의 군속도 분산곡선이다. 이 곡선은 탄성계수 요소 $C_{11}^{11}, C_{33}^{11}, C_{33}^{33}, C_{31}^{31}$ 를 각각 137.12 GPa, 5.73 GPa, 13.40 GPa, 4.80 GPa의 값을 대입하여 계산하였다. 섬유방향으로 전파하는 Lamb 파의 첫 번째와 두 번째 단절주파수에 대응되는 fd (주파수 \times 두께) 값은 각각 860 kHz.mm와 1,510 kHz.mm이다. 첫 번째 단절주파수 이하의 범위에서는 오

직 S_0 대칭모드와 A_0 비대칭모드만이 존재한다. 그리고 이러한 주파수범위에서의 S_0 대칭모드의 군속도는 A_0 비대칭모드의 군속도보다 크고 크기의 변화가 거의 없다. 이것은 이 범위에서 분산이 거의 없음을 의미한다. 따라서 이 주파수 영역에서는 S_0 대칭모드는 A_0 비대칭모드보다 앞서 진행하며, 파형의 모양도 크게 변화하지 않을 것이다.

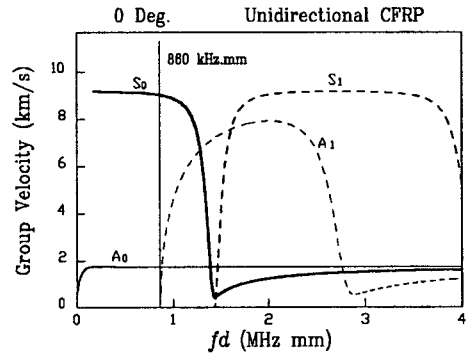


Fig. 1. Group velocity dispersion curves of Lamb wave propagating along the fiber direction in unidirectional CFRP plate

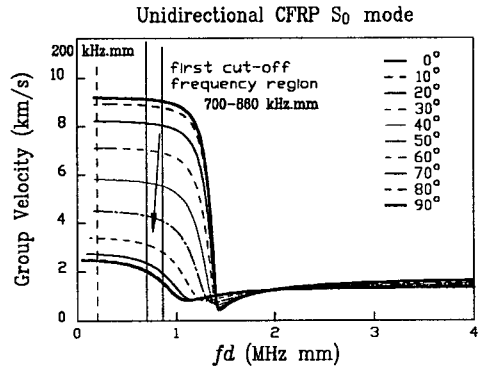


Fig. 2. Variation of the group velocity dispersion curves of S_0 symmetric mode with the wave vector direction in unidirectional CFRP plate

Fig. 2는 섬유방향을 기준으로 파수 벡터 방향을 변화시켰을 때 S_0 대칭모드의 군속도 분산곡선을 나타낸 것이다. 여기서 첫 번째 단절주파수 이하의 군속도의 크기는 파수 벡터 방향이 섬유방향에서 벗어날수록 작아진다. 이러한 현상은

매질의 이방성에 의한 것이다.

3. 실험 장치 및 속도 측정

3.1 실험 장치

Fig. 3은 이방성을 지닌 판에서 Lamb 파의 전파 특성을 파악하기 위한 실험 장치의 구성도이다. unidirectional CFRP 판은 섬유 부피분율을 67%가 되도록하여 8 plies, 16 plies, 24 plies를 적층하여 만들었으며, 크기는 600 mm × 600 mm이고 두께는 각각 0.96 mm, 1.81 mm, 2.56 mm가 되었다. 탄성파인 Lamb 파를 발생시키기 위하여 중심주파수가 500 kHz이고 주파수 대역폭이 98%이며, 직경이 25 mm인 압전형 초음파 transducer를 사용하였으며, 펄스 발생기(Ultrason BP-9400A)의 전기적인 pulse에 의하여 transducer를 구동하였다. 음원인 초음파 transducer는 판의 표면에 수직으로 접촉시켜 초음파 transducer에서 발생된 pulse의 진동이 판의 모든 방향으로 전파되도록 하였다.

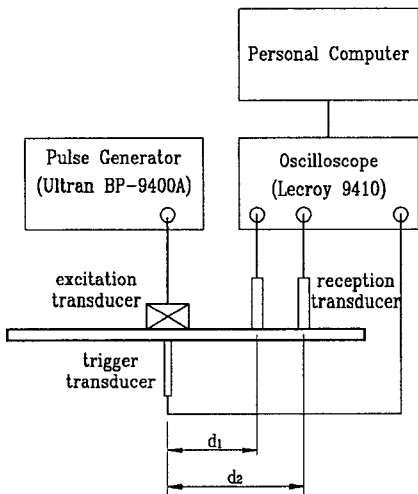


Fig. 3. Schematic diagram of experimental set-up

판을 전파하는 Lamb 파의 신호는 직경이 1.53 mm이며, 10 Hz에서 1.2 MHz까지 거의 일정한 수신감도를 지니는 pinducer를 디지털 오실로스코프(Lecroy 9410)에 연결하여 수신하여 GPIB를 통하여 PC에 저장하였다. 특정 방향으로 전파하

는 Lamb 파의 신호를 수신하기 위하여 음원인 초음파 transducer를 중심으로 하여 두 개의 pinducer를 일직선상으로 서로 다른 거리에 배치하였다.

3.2 속도 측정

Fig. 4는 8 plies unidirectional CFRP 판에서 섬유방향으로 전파한 탄성파의 신호를 두 다른 거리에서 수신한 신호들이다. 음원에서 발생한 초기의 진동은 2회 정도의 진동을 발생시켰는데도 불구하고 거리가 떨어진 위치에서 수신된 신호는 Lamb 파로 전환되어 wave group을 형성하고 있다. 이러한 wave group은 Lamb 파의 특성을 지닌다[8,9]. 앞에서 언급한 바와 같이 Lamb 파는 첫 번째 단절주파수 이하의 영역에서 S_0 대칭모드가 앞서 진행하므로 수신된 신호의 초기 펄스는 S_0 대칭모드가 도달한 것이며, 뒷부분의 저주파 이면서 큰 진폭의 신호는 A_0 비대칭모드가 도달한 것이다. 초기에 도달한 S_0 대칭모드의 속도를 결정하기 위하여 Fig. 4의 화살표로 표시한 위치인 첫 번째 peak가 도달되는 시간을 측정하였다.

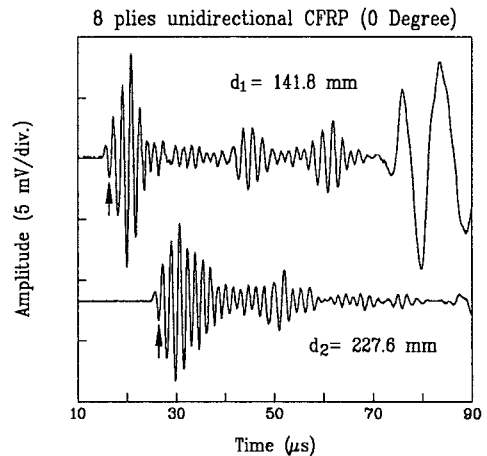


Fig. 4. Received signals with the pinducer at two different position in the 8 plies laminated unidirectional CFRP plate

4. 이방성과 군속도의 방향의 관계

이방성 재료에서 점원에 의하여 발생하는 탄성파는 구면파를 형성하지 않는다. 마찬가지로 이방성 판에서 점원에 의하여 발생하는 Lamb 파도

판의 이방성에 의존하여 원형이 아닌 다른 모양을 갖게 된다. 이렇게 파면이 원형이 아닌 경우에는 파수 벡터 방향인 위상속도 방향과 에너지 흐름의 방향인 군속도 방향이 일치하지 않는다. 이와 같이 파면이 원형이 아닌 경우에는 위상속도 방향은 파면에 법선 방향이며, 군속도의 방향은 음원에서 일직선 방향이 된다. 이와 같이 위상속도와 군속도의 방향이 일치하지 않는 경우에 특정 방향의 위상속도에 대응하는 군속도의 방향과 크기의 결정은 위상속도의 역수인 slowness 곡선을 이용한다. 군속도의 방향은 slowness 곡선의 법선 방향이며, 이를 이용하면 군속도는 위상속도와 다음의 관계를 갖는다[17].

$$c_g \cos \phi = c_p \quad (6)$$

여기서 ϕ 는 군속도와 위상속도 방향의 사이각이다.

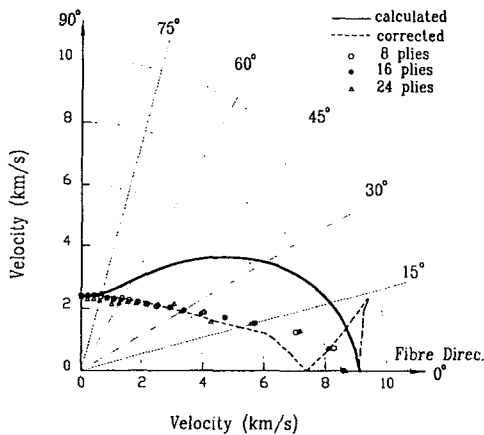


Fig. 5. Group velocities curves calculated by dispersion relation (solid line), corrected with the slowness surface (dashed line) and the measured velocities in 8plies(○), 16 plies(●), 24 plies(△) laminated unidirectional CFRP plate

이와 같이 두 속도의 방향이 차이가 있으므로, 앞의 분산방정식으로부터 구한 Lamb 파의 군속도 분산곡선인 Fig. 1과 2는 엄밀한 의미로 이방성 판의 군속도라고 말할 수 없다. 이 군속도 분산곡선은 파수 벡터 방향에 대하여 나타낸 것이기 때문에 에너지 흐름의 방향으로 교정을 해야 한다. 이를 위해서는 실제로 위상속도로 slowness 곡선을 구하여야 한다. 일반적으로 Lamb 파의 S_0

대칭모드의 군속도는 저주파 영역에서 위상속도와 크기가 같다[18]. 그러므로 첫 번째 단절주파수 이하의 분산이 적은 영역의 군속도는 위상속도로 근사할 수 있다. 이러한 관계를 이용하여 slowness 곡선을 구하고 이로부터 군속도의 방향과 크기를 교정하였다.

Fig. 5는 unidirectional CFRP 판에서 각 전파 방향에 대한 S_0 대칭모드의 군속도 변화를 나타낸 그림이다. 실선은 Fig. 2의 각 방향에 따른 군속도 분산곡선에서 fd 값이 200 kHz.mm인 군속도 값을 선택하여 나타낸 것으로 앞에서 언급한 바와 같이 이것은 위상속도에 근사되므로 위상속도 곡선에 근사된다. 이를 이용하여 방향과 크기를 교정하여 그린 군속도 곡선은 점선으로 표시하였다. 교정한 군속도 곡선은 섬유방향 근처에서는 하나의 값을 갖지 않고 두 개의 속도 값을 가지 부분이 존재한다. 이러한 영역을 cusp 영역이라고 한다[6]. 그리고 교정한 군속도의 방향은 파수 벡터 방향에 비하여 섬유방향 쪽으로 기울어져 있다.

그리고 Fig. 5에서 빈원, 검은원, 삼각형으로 표시한 것은 각각 8 plies, 16 plies, 24 plies로 적층한 unidirectional CFRP 판에서 측정된 각 방향의 속도를 나타낸 것이다. 각 판에서 측정된 속도 값들은 판의 두께에 관계없이 잘 일치한다. Lamb 파의 속도는 판의 두께보다는 전파하는 모드에 관계된다. 그리고 측정에서 수신한 신호의 도달 시간은 신호의 초기 부분을 선택하였으므로 두께와 관계없이 가장 빨리 도달하는 모드의 속도를 측정된 것이다. 이와 같은 관계로 두께와는 무관하게 거의 같은 속도값을 갖는 결과를 얻은 것이다. 그러나 방향과 크기를 교정하지 않은 군속도 곡선과는 많은 차이가 있으며, 방향과 크기를 교정한 군속도 곡선과는 섬유 방향 근처에 존재하는 cusp 영역을 제외하고는 잘 일치하였다. 이러한 결과는 측정하여 얻는 속도는 에너지 전파와 관련되기 때문에 군속도이며, 이방성 판에서 전파하는 Lamb 파의 군속도는 분산 곡선만으로 결정할 수 없고 방향 교정이 함께 되어야만함을 입증하는 것이다. 그리고 이방성 판에서 군속도의 방향은 위상속도의 방향보다 섬유 방향 쪽으로 기울어지고 있음을 알 수가 있다. 이것은 에너지의 흐름이 속도가 빠른 쪽으로 더 많이 전파되기 때문에 나타나는 현상이다.

5. 결론

Unidirectional CFRP판을 orthotropic 구조로 가정하여 각 방향으로 전파하는 분산곡선을 구하고, 첫 번째 단절주파수보다 작은 주파수영역인 fd 값이 200 kHz.mm의 S_0 대칭모드에 대한 군속도 값을 선택하여 속도 곡선을 구하고, 이를 기반으로 slowness 곡선을 구성한 뒤에 방향과 크기를 교정한 군속도 곡선을 재구성하여 비교하였다. 그리고 8, 16, 24 plies로 적층한 unidirectional CFRP 판에서 각 방향에 대한 Lamb wave의 S_0 대칭모드의 속도를 측정하여 계산하여 교정한 속도곡선과 비교하였다.

3 종류의 unidirectional CFRP 판에서 측정한 속도는 적층 두께와는 무관하게 일치하는 결과를 얻었으며, 교정하지 않은 군속도곡선과는 맞지 않고 교정한 군속도 곡선과 cusp 영역을 제외하고는 잘 일치하였다. 이러한 결과는 이방성 재료에서 Lamb 파의 에너지 전파속도인 군속도는 분산곡선 뿐만이 아니라 방향 교정을 해야만 함을 입증하는 것이다. 그리고, 이방성 판에서는 속도가 빠른 쪽으로 에너지를 더 많이 보내게 되므로 주축을 제외한 전파방향에 대한 군속도의 방향은 파수 벡터의 방향에 비하여 속도가 빠른 쪽으로 기울어지게 된다.

참고문헌

- (1) J. E. Zimmer and J. R. Cost: J. Acoust. Soc. Am. Vol. 47 (1970), p. 795
- (2) H. C. Kim and J. M. Park: J. Mater. Sci. Vol. 22 (1988), p. 4536
- (3) R. A. Kline: J. Composite Materials Vol. 22 (1988), p. 287
- (4) T.-T. Wu and Z.-H. Ho: Experimental Mechanics (Dec. 1990), p. 313
- (5) S. I. Rokhlin and W. Wang: J. Acoust. Soc. Am. Vol. 91 No. 6 (1992), p. 3303
- (6) W. Sachse, M. Veidt and Lin Niu: Acoustic Emission in Composite Mater. Vol. 4 (1992), p. 401
- (7) H. Lamb: Proc. of the Royal Soc. London, Series A, Vol. 93 (1917), p. 114
- (8) R. L. Weaver and Y. H. Pao: J. Appl. Mech. Vol. 49 (1982), p. 821
- (9) R. L. Weaver and Y. H. Pao: J. Acoust. Soc. Am. Vol. 72 No. 6 (1982), p.1933
- (10) L. P. Solie and B. A. Auld: J. Acoust. Soc. Am. Vol. 54 (1973), p.50
- (11) D. E. Chimenti and A. H. Nayfeh: J. Appl. Phys. Vol. 58 No. 12 (1985), p4531
- (12) R. A. Kline, M. M. Doroudian and C.P. Hsiao: J. Comp. Mater. Vol. 23 (1989), p. 505
- (13) D. Noiret and J. Rojet: J. Comp. Mater. Vol. 23 (1989) p. 195
- (14) M. R. Gorman: Acoustic Emission in Composite Materials, Vol. 4 (1992), p. 395
- (15) V. Dayal and V. K. Kinra: J. Acoust. Soc. Am. Vol. 85 No. 6 (1989), p.2268
- (16) W. R. Rose, S. I. Rokhlin and L. Adler: Rev. Prog. QNDE, Vol. 6B (1987), p. 1111
- (17) A. G. Every and W. Sachse: Phys. Rev. B, Vol. 42 No. 13 (1990), p. 8196
- (18) H. F. Pollard, "Sound waves in Solids," Chap. 4, (1977)