

표면열전달과 항력을 고려한 극초음속 비행체 선두부 최적형상설계

임 설^{*1}, 서 정 일^{*2}, 송 동 주^{*3}

A Design Optimization Study of Blunt Nose Hypersonic Flight Vehicle Using Surface Heat-transfer and Drag Minimization

S. Lim , J. I. Seo and D. J. Song

A design optimization of Sphere-Cone blunt nose hypersonic flight vehicle has been studied by using upwind Navier-Stokes method and numerical optimization method. Heat transfer coefficient and drag coefficient are selected as objective function or design constraint. Control points of Bézier curve are considered as design variable.

Key Words: 무딘물체(Blunt body), 형상최적화(Shape optimization), Bézier 곡선(Bézier curve), 열전달(Heat transfer), 항력(Drag force)

1. 서 론

극초음속 비행체의 공력특성은 주로 Body, Fin, Inlet 의 3부분으로 구분되어 연구되어지며, 이 중 Body 부분에서는 항력의 최소화와 선두부의 표면 열전달을 최소화 할 수 있는 형상의 설계 및 해석이 중심이 되고 있다[1].

최소 항력 형상과 최소 열전달 형상에 대한 독립된 연구는 그간 많이 이루어져 왔지만, 항력과 열전달 특성을 모두 고려한 연구는 드물고 미흡한 실정이다.

따라서 본 연구에서는 선두부의 표면 열전달에 초점을 맞추고 항력을 고려한 극초음속 비행체 선두부의 최적화 설계를 행하고자 한다. 무딘 비행체의 형상으로는 표면 열전달 특성이 양호한 것으로 알려져 있는 Sphere-Cone 형상을 이용하였다[1][2]. 수치 최적화를 위한 목적함수로 선두부의 표면 열전달과 항력을 고려하였으며 설계 구속조건으로는 표면 열전

달 최소화시 항력을 항력 최소화시 표면 열전달을 사용하여 최적화 설계를 행하였다.

2. 공력해석 및 최적설계 방법

2.1 지배방정식 (CSCM Upwind Method)

축대칭, 압축성, 완전기체, 점성유동장 지배방정식은 일반좌표계에서 벡터형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{1}{J} \frac{\partial q}{\partial \tau} + \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} = \frac{\partial F_v}{\partial \xi} + \frac{\partial G_v}{\partial \eta} \quad (1)$$

여기서 q 는 보존변수, F 와 G 는 비점성 플럭스, F_v , G_v 는 점성플럭스로 밀도와 압력, 속도, 총에너지의 원시변수들의 함수로 나타낼 수 있다.

CSCM Upwind 방법에 있어서 비점성 플럭스는 다음과 같은 형태로 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \partial_\xi F &= \overline{A} \partial q = \overline{M} \overline{T} \overline{T}^{-1} \overline{M}^{-1} \partial q \\ &= \overline{M} \overline{T} \overline{T}^{-1} \partial \overline{q} = \overline{M} \overline{A} \partial \overline{q} \\ &= \overline{M} \overline{T} \overline{A} \partial \overline{q} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 \overline{q} 는 원시변수(primitive variable)이고, \overline{q} 는 특성변수(characteristic variable)이다. 행렬 \overline{M} 과 \overline{T}

*1 학생회원, 영남대학교 대학원 기계공학과

*2 정회원, 영남대학교 공업기술연구소

*3 정회원, 영남대학교 기계공학부 교수

*E-mail : wsns@yumail.ac.kr



는 각각 원시변수를 보존변수로, 특성변수를 원시변수로 변환시켜주는 행렬이며 \bar{A} 행렬은 고유값 대각행렬이다.

식 (2)로부터 대각행렬 진리함수 D^{\pm} 를 사용하여 플럭스의 차분 ΔF^+ 와 ΔF^- 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta F &= \overline{MII} \overline{T}^{-1} \overline{A} \Delta q \\ &= \overline{M}(D^+ + D^-) \overline{T}^{-1} \overline{A} \Delta q = \Delta F^+ + \Delta F^- \quad (3) \end{aligned}$$

$\overline{A} \Delta q = \overline{M}^{-1} \Delta q$ 의 관계식을 이용하여 위의 식은 최종적으로 다음과 같이 쓰여질 수 있다.

$$\Delta F^{\pm} = \overline{MID}^{\pm} \overline{T}^{-1} \overline{M}^{-1} \Delta q = \overline{A}^{\pm} \Delta q \quad (4)$$

식 (4)와 같이 플럭스의 차분을 보존변수를 이용하여 표시한다. 위와 같은 변환으로 CSCM 방법을 Roe의 U특성치를 만족하는 형태로 나타낼 수 있어 충격파의 포착과 경계층 내부의 물성치를 FVS방법에 비해 정확히 구할 수 있다. 자세한 유도과정은 Lombard 등 [3]의 논문에 나와있다.

2.2 경계 조건, 비행조건 및 격자계

경계면에서 완전 결합된 내재적 근사 방법은 특성 경계방정식에 의하여 구할 수가 있으며[3] 보조 경계방정식을 보존변수나 원시변수로서 나타낼 수 있다.

본 연구에서 사용된 무딘 비행체는 8.2° 의 cone half angle과 4개의 조정점을 가지는 Bézier curve로 생성된 ellipse 형태의 무딘 선두부를 가진 Sphere-Cone 형상으로 이루어져 있으며 경계 조건은 다음과 같다.

- (1) supersonic outflow condition
(1st order extrapolation)
- (2) supersonic inflow condition
(flow direction, total values are fixed)
- (3) wall condition
(no slip, constant wall temperature)
- (4) symmetric boundary condition

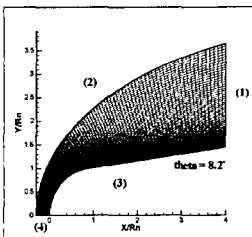


Fig. 1 Grid system

Fig. 1은 본 연구에 사용된 격자계를 나타내는 그림으로서 100×100 으로 이루어진 1만개의 격자가 사용되어졌다. 또한 앞서 기술한 경계조건의 위치를 나타내고 있다.

Table 1은 본 연구에 사용된 무딘 비행체의 Test Condition 이며 Nose Shape은 4개의 조정점을 가지는 Bézier curve를 이용하여 반지름 1의 원과 유사한 초기 형상을 생성한 후 이 조정점들의 위치를 design variable로 이용하였다.

Table 1 Test Condition

Nose Radius (Rn)	0.0254 m (1.0 inch)
Overall length	4 Rn
Cone half angle	8.2°
Altitude	50 km
Mach no.	20
Air Model	Perfect Gas
Wall Temperature	500 K
Nose Shape	Bézier curve with 4 control points

2.3 형상 최적 설계 기법

본 연구에 사용된 최적화 알고리즘은 DOT[4]의 SQP (Sequential Quadratic Programming)이다. 설계변수는 Bézier curve로 이루어진 무딘 선두부의 4개의 조정점의 위치이며 목적함수와 구속조건의 수학적 표현은 다음과 같다.

- (1) Minimize $f(\vec{X}) = C_h$
Subject to $g(\vec{X}) = C_D \leq C_{D \text{ initial}}$
- (2) Minimize $f(\vec{X}) = C_D$
Subject to $g(\vec{X}) = C_h \leq C_{h \text{ initial}}$

여기서 C_h 는 정체점에서의 표면열전달 계수 (Stanton 수), C_D 는 항력계수를 나타낸다. 항력은 형상항력만을 생각하였으며 밀침자 initial은 초기조건을 말한다.

2.4 Bézier curve

2.2에서 전술한 바와 같이 무딘 선두부는 4개의 조정점을 갖는 Bézier curve로 이루어져 있으며 이 Bézier curve는 곡선의 조정점, 즉 곡선을 근사화하는 순서적인 점들의 집합을 이용하여 사용자가 곡선

을 예측 가능한 형상으로 조절할 수 있도록 허용한다. 일반적으로 $k+1$ 개의 조정점에 의해 정의되는 k 차 Bézier curve는 다음과 같은 매개변수식으로 표현된다[5][6].

$$Q(t) = \sum_{i=0}^k B_{i,k}(t) V_i \quad (5)$$

식 (7)에서 V_i 는 $k+1$ 개의 조정점이며, $B_{i,k}(t)$ 는 기저 함수로써, 다음과 같은 Bernstein 다항식이다.

$$B_{i,k}(t) = \binom{k}{i} t^i (1-t)^{k-i} \quad (6)$$

여기에서

$$\binom{k}{i} = \frac{k!}{i!(k-i)!}, \quad i=0,1,2,\dots,k, \quad 0 \leq t \leq 1$$

4개의 조정점을 고려할 경우 아래와 같은 수식이 구해진다.

$$Q(t) = (1-t)^3 P_1 + 3t(1-t)^2 P_2 + 3t^2(1-t) P_3 + t^3 P_4 \quad (7)$$

3. 최적설계

3.1 무딘 비행체 형상 생성 및 설계변수

무딘 선두부 형상의 생성을 위한 초기의 Bézier curve의 4개의 조정점의 위치와 무딘 선두부 형상은 Fig. 2와 같다.

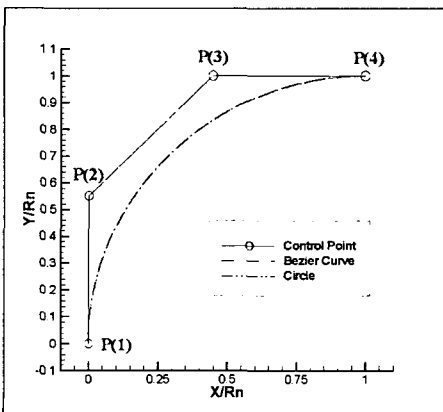


Fig. 2 Blunt nose (Bézier curve and Circle)

Fig 2에서 보이는 바와 같이 Bézier curve와 Circle 의 형상은 육안으로 확인하기 힘들 정도로 유사하며 이 무딘 선두부형상을 이용한 initial solution 에서도 Table 2와 같이 거의 유사한 C_h C_D 값을 보여주었다.

Table 2 Initial C_h and C_D

	C_h	C_D
Bézier curve	0.0650	0.4631
Circle	0.0651	0.4632

P(1), P(2), P(3), P(4)는 모두 조정점이다. 이 중에서 P(1), P(4)는 각각 시작점과 끝점이며 고정되어 움직이지 않는 점이고 P(2)는 Y방향으로, P(3)는 X방향으로의 좌표가 조정가능하며 이 P(2)의 Y방향좌표 P(3)의 X방향 좌표를 설계변수로 사용하여 모두 2개의 설계변수로 최적화설계를 행하였다.

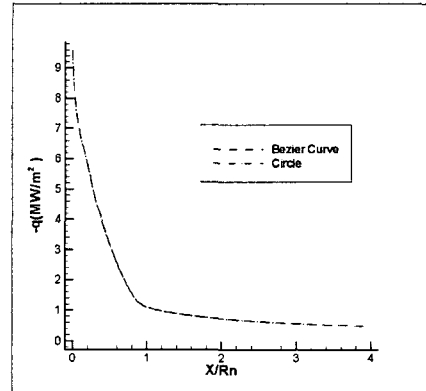


Fig. 3 Comparison of the heat transfer rate distribution (Bézier curve and Circle)

Fig. 3은 무딘 선두부의 형상으로 Bézier curve와 Circle을 선택해서 계산한 결과로 표면 열전달률을 비교한 것으로 그림에서 보이는 바와 같이 두가지 방법으로 생성한 무딘 물체의 공력해석 결과가 거의 같은 것을 알 수 있다.

3.2 항력을 구속 조건으로 한 정체점에서의 표면 열전달 최소화 결과 및 분석

형상 항력을 고려한 항력계수를 구속 조건으로 하고 표면 열전달이 가장 높은 정체점에서의 표면 열전달 계수를 최소화하는 문제이다.

Minimize $f(\vec{X}) = C_h$
 Subject to $g(\vec{X}) = C_D \leq C_{D\ initial}$

Table 3에서는 초기형상의 C_h , C_D 의 값과, 항력 계수는 초기치를 계속 유지하며 정체점의 표면 열전달을 최소화하는 최적화된 무딘 물체 형상에서의 C_h , C_D 값을 보여주고 있다. 초기형상에 비해 최적화된 형상에서의 C_D 는 99.87%로 유지되었으며 C_h 는 95.54%로 약 4.46% 향상된 결과를 보여주고 있다.

Table 3 Minimize C_h

	C_h	C_D
initial design	0.0650	0.4631
optimum design	0.0621	0.4625

Fig. 4 에서는 표면 열전달 계수 최소화를 수행하는 수렴경향을 보여주고 있으며 정체점에서의 표면 열전달 계수(C_h)가 감소하였다가 설계제약의 한계인 초기치를 넘게 증가해버려 위배제약조건의 상태가 되어 설계제약인 항력계수(C_D)를 감소시켜 제약조건을 위배하지 않는 최적설계로 나아가 활성화제약조건의 상태에서 최적의 형상을 찾았음을 알 수 있다.

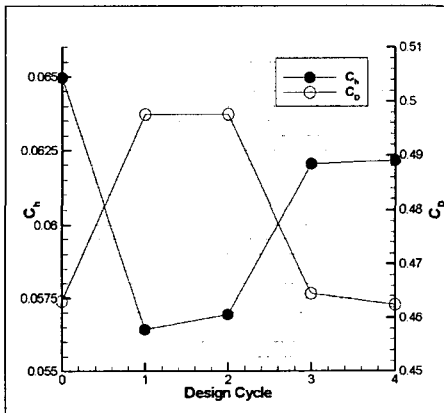


Fig. 4 The convergence behaviors of minimization C_h

Fig. 5 에서는 최적화된 무딘 선두부의 형상을 보여주고 있으며 초기 형상에 비해 최적화된 형상은 좀 더 볼록한 형상으로 변하여 잘 알려진 바와 같이 정체점 부근에서의 곡률반경이 커지는 방향으로 무딘 선두부의 형상이 변화하였음을 알 수 있다[7].

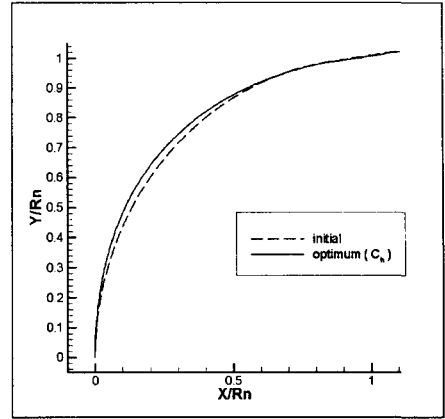


Fig. 5 Optimum shape (Minimize C_h)

3.3 정체점에서의 표면 열전달을 구속 조건으로 한 항력 최소화 결과 및 분석

표면 열전달이 가장 높은 정체점에서의 표면 열전달 계수를 구속 조건으로 하고 form drag를 고려한 항력계수를 최소화하는 문제이다.

Minimize $f(\vec{X}) = C_D$
 Subject to $g(\vec{X}) = C_h \leq C_{h\ initial}$

Table 4 Minimize C_D

	C_h	C_D
initial design	0.0650	0.4631
optimum design	0.0650	0.4377

Table 4 에서는 초기형상의 C_D , C_h 의 값과, 정체점의 표면 열전달 계수는 초기치를 계속 유지하며 항력을 최소화하는 최적화된 무딘 물체 형상에서의 C_D , C_h 값을 보여주고 있다. 초기형상에 비해 최적화된 형상에서의 C_h 는 99.99%로 유지되었으며 C_D 는 94.52%로 약 5.48% 향상된 결과를 보여주고 있다.

Fig. 6에서는 항력계수 최소화를 수행하는 수렴경향을 보여주고 있으며 거의 전 과정에서 활성화제약 조건 상태를 유지하며 최소의 항력계수를 가지는 최적형상을 찾아가고 있음을 알 수 있다.

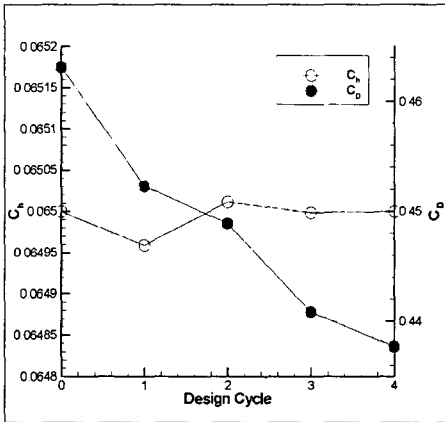


Fig. 6 The convergence behaviors of minimization C_D

Fig. 7 에서는 최적화된 무딘 선두부의 형상을 보여주고 있으며 초기형상에 비해 최적화된 형상은 정체점 부근에서는 초기형상을 유지하며 cone 부위와 ellipse 부위가 만나는 부근에서는 좀 더 부드러운 곡선을 그리는 형상으로 변화하였음을 알 수 있다.

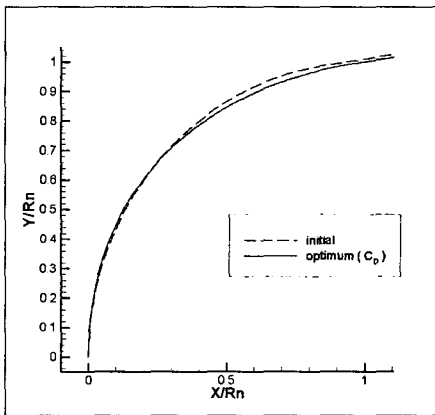


Fig. 7 Optimum shape (Minimize C_D)

4. 결 론

Bézier Curve를 이용한 Sphere-Cone 형상의 표면 열전달, 항력 최적화 설계를 통하여 다음과 같은 사실을 확인할 수 있었다.

항력계수를 초기치로 유지하며 정체점에서의 표면 열전달을 줄이기 위해서는 정체점 부근에서의 곡률반경이 커지도록 하는 방향으로 형상이 변화하며 정

체점에서의 표면 열전달 계수를 초기치로 유지하며 항력을 줄이기 위해서는 cone 부위와 ellipse 부위가 만나는 부근에서 곡률반경이 큰 부드러운 곡선을 그리는 방향으로 형상이 변화함을 확인 할 수 있었다.

표면 열전달을 최적화한 후 그 최적형상을 이용하여 다시 항력을 최적화하는 2단계의 최적화를 수행하였으나 더 이상의 공력성능향상은 나타나지 않았으며 또한 항력을 최적화한 후 그 최적형상을 이용하여 다시 표면 열전달을 최적화 한 결과도 역시 동일하게 더 이상의 공력성능향상은 나타나지 않았다. 이 사실을 통해서 Sphere-Cone 형상을 이용하여 표면 열전달과 항력을 모두 고려한 최적설계에서 2단계 최적화는 무의미함을 알 수 있었다.

후 기

본 연구는 2004년도 비행체 특화연구센터의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

- [1] Edited by Michael J. Hemsch, *Tactical Missile Aerodynamics: General Topics*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington (1991).
- [2] 이재우 외 2인, "수치 최적화와 Inverse 기법을 이용한 우주 발사체 선두부 공력 설계", 한국항공우주학회지, 제28권 제3호, (2000)
- [3] Lombard, C. K. et al., "Multi-Dimensional Formulation of CSCM an Upwind Flux Difference Eigenvector Split Method for the Compressible Navier-Stokes Equations", *AIAA-83-1895*, (1983).
- [4] *DOT Users Manual*, Vanderplaats Research & Development, Inc., (1999).
- [5] James D. Foley et al., *Introduction to Computer Graphics*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., (1990)
- [6] 손명환 외 1인, "천음속 날개꼴과 날개의 형상 설계 최적화에서 향상된 물체 형상 생성 방법", 한국항공우주학회지, 제28권 제5호, (2000)
- [7] 서정일 외 2인, "무딘물체 정체점 주위의 열전달을 특성에 관한 수치해석적 연구", 한국항공우주학회지, 제28권 제3호, (2000)